第 49 卷第 5 期 声 学 学 报 Vol. 49, No. 5
2024 年 9 月 ACTA ACUSTICA Sept., 2024

基于函数–特征子空间的水下高分辨方位估计算法*

李天星[1,2†] 莫亚枭[1,2] 苏 林[1,2] 胡 园[1,2] 曹建国[1,2] 马 力[1,2]

(1 中国科学院水声环境特性重点实验室 北京 100190)
(2 中国科学院声学研究所 北京 100190)

2023 年 6 月 2 日收到
2023 年 9 月 25 日定稿

摘要 针对有限阵列孔径下传统方位估计方法对低频目标方位分辨能力弱的问题, 提出一种基于函数–特征子空间理论的高分辨方位估计算法。该方法在特征子空间算法的基础上, 改进其投影扫描向量的子空间分解形式, 并在计算流程中引入函数波束形成算法, 获得基于指数控制的函数–特征子空间方位估计算法。理论分析与仿真结果表明, 该算法涵盖了常规的特征子空间算法, 且当指数绝对值小于 1 时, 该算法在保证抗噪性能的前提下, 空间方位谱具有更低的旁瓣和更窄的主瓣。试验数据结果表明, 该算法在分辨能力方面优于特征子空间等波束形成方法, 具有较好的实际应用前景。

关键词 特征子空间算法, 波束形成, 方位估计, 高分辨率

PACS 数 43.60, 43.30 **DOI:** 10.12395/0371-0025.2023084

The high-resolution underwater azimuth estimation algorithm for function-feature subspaces

LI Tianxing[1,2†] MO Yaxiao[1,2] SU Lin[1,2] HU Yuan[1,2] CAO Jianguo[1,2] MA Li[1,2]

(1 *Key Laboratory of Underwater Acoustic Environment, Chinese Academy of Sciences* Beijing 100190)
(2 *Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences* Beijing 100190)

Received Jun. 2, 2023
Revised Sept. 25, 2023

Abstract In response to the problem of weak azimuth resolution of traditional azimuth estimation methods under limited array apertures, a high-resolution azimuth estimation algorithm based on the theory of function-feature subspace is proposed. The proposed method enhances the subspace decomposition form of the eigenspace algorithm by improving the projection scanning vectors in the eigenspace algorithm and incorporates the functional beamforming algorithm during the calculation process to achieve azimuth estimation in the function-feature subspace based on exponential control. Theoretical analysis and simulation results demonstrate that the algorithm encompasses the conventional eigenspace algorithm and provides improved sidelobe suppression and narrower main lobe width, while maintaining noise resistance performance. Experimental data results indicate that this algorithm surpasses eigenspace and other beamforming methods in terms of resolution capability, making it highly promising for practical applications.

Keywords Eigenspace algorithm, Beamforming, Azimuth estimation, High resolution

引言

阵列信号处理中, 波达方向估计 (DOA) 被广泛应用于雷达、声呐、通信、探测以及医学工程等领域[1]。随着减振降噪技术的发展, 目标辐射噪声强度及特征线谱频率不断降低[2]; 受实际工程应用条件限制, 有限的阵列孔径使得低频波束宽度较宽, 空间分辨能力受限[3-4]。为了提高对低频目标的方位分辨能力, 通常的手段为改进信号处理算法[5]。

多重信号分类 (MUSIC) 算法最早由 Schmidt 提出[6], 将信号的协方差矩阵分解为信号子空间与噪声

* 国家重点研发计划项目 (2021YFC3101403) 和中国科学院岛礁综合研究中心“岛礁新星”基金项目 (ZDRW-XH-2021-2-04) 资助
† 通讯作者: 李天星, litianxing@mail.ioa.ac.cn

子空间, 利用子空间正交性估计目标的到达角。该算法具有高性能和高分辨率的优点; 但需预先知道目标数量, 并对信噪比有一定的要求[7-8]。Hoffman 提出的特征子空间 (Eigenspace) 算法利用相关矩阵的特征结构进行方位估计[9]。该算法将最小方差无失真响应 (MVDR) 算法的扫描向量投影到信号子空间, 得到该算法的扫描向量, 并将该扫描向量代入常规波束形成 (CBF) 公式中得到方位估计结果[10]。近年来, 该算法在超声领域得到了广泛应用, 其不仅能够同时提高超声成像的分辨率和对比度, 且具有较强的鲁棒性[11]。此外, 该算法较经典的 MUSIC 等方法具有更低的旁瓣和更高的方位估计精度[12]。由于投影的 MVDR 扫描向量涉及的求逆运算具有不稳定性, 且对导向矢量误差较为敏感, 通过结合对角加载或减载方法, 可提高该算法的鲁棒性或计算性能[13-14]。也可以通过校正预设导向矢量提高该算法对指向误差的鲁棒性[15]。结合后置维纳滤波, 则能够提高超声成像对比度和成像分辨率[16]。仿真研究表明, 该算法也可应用于水声阵列中, 结合后置维纳滤波的方式使得该算法具有极低的旁瓣水平[17]。通过结合空间平滑技术, 即可实现对相干多目标声源的高分辨估计[18]。

综上所述, 基于扫描向量投影到信号子空间的 Eigenspace 算法具有较窄的波束宽度, 能够同时提高空间方位谱的分辨率并压低其旁瓣水平。为了提高该算法的鲁棒性与计算性能, 通常在计算流程中引入其他约束条件[19]。根据 Eigenspace 算法的计算流程, 可从波束形成公式的角度改进该算法, 如函数波束形成 (FB) 算法通过控制指数的方式, 在保证信号方向幅值不变的前提下调整旁瓣高度。当指数取 1 时, 该方法衍变为 CBF 方法; 当指数取−1 时, 该方法衍变为 MVDR 方法, 可以看作是 CBF 等方法的一般形式[20]。

本文基于改进的方位估计算法, 为提高特征子空间算法的分辨性能, 在计算流程中引入 FB 算法, 使其兼具 FB 算法的指数控制与子空间分解算法的高分辨率的优点, 从而在不影响算法抗噪性能的前提下进一步提高了算法的计算性能。

1　函数–特征子空间方位谱估计模型

1.1　特征子空间方位谱估计理论

根据特征子空间方位谱估计技术, 阵元域数据投影至阵列接收的特征空间, 水声接收阵列可有效实现空域滤波, 并以较高精度获得目标到达角度等信息。以图 1 所示 N 阵元的水声阵列为例, 远场声波入射时, 对于阵列接收信号 $\boldsymbol{x}(t)=[x_1(t),x_2(t),\cdots,x_N(t)]^{\mathrm{H}}$, 其在导向角 θ 方向上的方位谱估计公式为

$$\boldsymbol{P}(\theta)=\boldsymbol{w}(\theta)\boldsymbol{T}\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}(\theta), \tag{1}$$

其中, $\boldsymbol{w}(\theta)=[w_1(\theta),w_2(\theta),\cdots,w_N(\theta)]$ 为方位谱估计的扫描向量, $\boldsymbol{T}$ 为阵列接收信号的协方差矩阵。根据已知信源数, 可以对协方差矩阵进行奇异值分解, 并将其分解为彼此互相正交的信号子空间 (下标 S 表示) 与噪声子空间 (下标 N 表示):

$$\boldsymbol{T}=\boldsymbol{V}_{\mathrm{S}}\boldsymbol{\Lambda}_{\mathrm{S}}\boldsymbol{V}_{\mathrm{S}}^{\mathrm{H}}+\boldsymbol{V}_{\mathrm{N}}\boldsymbol{\Lambda}_{\mathrm{N}}\boldsymbol{V}_{\mathrm{N}}^{\mathrm{H}}, \tag{2}$$

其中, $\boldsymbol{\Lambda}_{\mathrm{S}}$ 和 $\boldsymbol{\Lambda}_{\mathrm{N}}$ 分别对应信号子空间与噪声子空间的特征值矩阵, 则 $\boldsymbol{V}_{\mathrm{S}}$ 和 $\boldsymbol{V}_{\mathrm{N}}$ 分别对应该特征值矩阵 $\boldsymbol{\Lambda}_{\mathrm{S}}$ 和 $\boldsymbol{\Lambda}_{\mathrm{N}}$ 的特征向量矩阵。

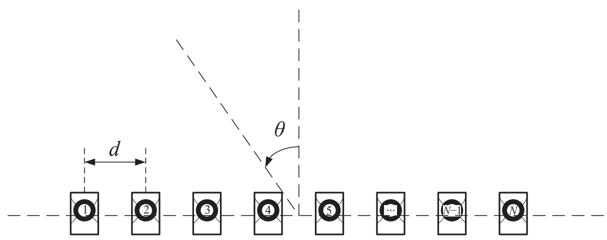

图 1　水声阵列接收示意图

根据 MVDR 扫描向量推导结果, 对于导向角 θ, 其 Eigenspace 扫描向量为[17]

$$\boldsymbol{w}_{\mathrm{E}}(\theta)=\boldsymbol{V}_{\mathrm{S}}\boldsymbol{V}_{\mathrm{S}}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{w}(\theta)=\mu\boldsymbol{V}_{\mathrm{S}}\boldsymbol{V}_{\mathrm{S}}^{\mathrm{H}}[\boldsymbol{T}^{-1}\widehat{\boldsymbol{g}}(\theta)], \tag{3}$$

其中, $\boldsymbol{w}(\theta)$ 为投影的 MVDR 扫描向量, $\widehat{\boldsymbol{g}}(\theta)=[\widehat{g}_1(\theta),\widehat{g}_2(\theta),\dots,\widehat{g}_N(\theta)]^{\mathrm{H}}$ 为导向角 θ 的导向矢量。取 $\mu=1/[\widehat{\boldsymbol{g}}^{\mathrm{H}}(\theta)\boldsymbol{T}^{-1}\widehat{\boldsymbol{g}}(\theta)]$, 考虑信号子空间与噪声子空间的正交性, 可得

$$\boldsymbol{w}_{\mathrm{E}}(\theta)=\mu\boldsymbol{V}_{\mathrm{S}}\boldsymbol{\Lambda}_{\mathrm{S}}^{-1}\boldsymbol{V}_{\mathrm{S}}^{\mathrm{H}}\widehat{\boldsymbol{g}}(\theta). \tag{4}$$

将式 (4) 所示 Eigenspace 扫描向量 $\boldsymbol{w}_{\mathrm{E}}(\theta)$ 代入方位谱估计式 (1), 可得特征子空间的方位谱输出:

$$\boldsymbol{P}_{\mathrm{Eigen}}(\theta)=\frac{\widehat{\boldsymbol{g}}^{\mathrm{H}}(\theta)\boldsymbol{V}_{\mathrm{S}}\boldsymbol{\Lambda}_{\mathrm{S}}^{-1}\boldsymbol{V}_{\mathrm{S}}\widehat{\boldsymbol{g}}(\theta)}{\widehat{\boldsymbol{g}}^{\mathrm{H}}(\theta)\boldsymbol{T}^{-1}\widehat{\boldsymbol{g}}(\theta)\widehat{\boldsymbol{g}}^{\mathrm{H}}(\theta)\boldsymbol{T}^{-1}\widehat{\boldsymbol{g}}(\theta)}. \tag{5}$$

在式 (5) 所示的 Eigenspace 方法中, 已区分了信号子空间与噪声子空间。然而, 在计算扫描向量时, 子空间的正交关系并未得到充分利用。根据式 (2) 中信号协方差矩阵的分解, 参数 μ 可表示为 $\mu=1/(\widehat{\boldsymbol{g}}^{\mathrm{H}}(\theta)(\boldsymbol{V}_{\mathrm{S}}\boldsymbol{\Lambda}_{\mathrm{S}}^{-1}\boldsymbol{V}_{\mathrm{S}}+\boldsymbol{V}_{\mathrm{N}}\boldsymbol{\Lambda}_{\mathrm{N}}^{-1}\boldsymbol{V}_{\mathrm{N}})\widehat{\boldsymbol{g}}(\theta))$。考虑到信号子空间的特征向量与噪声子空间正交性, 导向矢量的信号模型主要与信号子空间有关, 为了使分母上的因子最小化, 取 $\mu=1/[\widehat{\boldsymbol{g}}^{\mathrm{H}}(\theta)\boldsymbol{V}_{\mathrm{N}}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{V}_{\mathrm{N}}\widehat{\boldsymbol{g}}(\theta)]$, 代入式 (4), 可得该参数 μ 形式下的特征子空间方位谱输出:

$$\boldsymbol{P}_{\text{Eigen}}(\theta)=\frac{\widehat{\boldsymbol{g}}^{\text{H}}(\theta)\boldsymbol{V}_{\text{S}}^{\text{H}}\boldsymbol{\Lambda}_{\text{S}}^{-1}\boldsymbol{V}_{\text{S}}\widehat{\boldsymbol{g}}(\theta)}{\widehat{\boldsymbol{g}}^{\text{H}}(\theta)\boldsymbol{V}_{\text{N}}^{\text{H}}\boldsymbol{V}_{\text{N}}\widehat{\boldsymbol{g}}(\theta)\widehat{\boldsymbol{g}}^{\text{H}}(\theta)\boldsymbol{V}_{\text{N}}^{\text{H}}\boldsymbol{V}_{\text{N}}\widehat{\boldsymbol{g}}(\theta)}. \tag{6}$$

式 (5) 和式 (6) 具有相同的分子形式, 但分母有一定差异, 分别为 MVDR 与 MUSIC 的形式。通过对 Eigenspace 算法表达式的化简, 可将 Eigenspace 算法分为两步: 首先通过 MVDR/MUSIC 方法对导向矢量进行加权; 然后再将其投影到信号子空间中进行方位谱估计计算。在已知信源数量的条件下, 通过导向矢量加权可获得更高的空间增益, 可以理解为基于特征子空间的导向矢量预滤波。因此, 基于导向矢量预滤波的理论基础, 可通过结合函数波束形成方法进一步改进算法, 即本文所提 FB-Eigenspace 方位谱估计算法, 其综合了 FB 方法和 Eigenspace 方法的优点, 从而提升了目标方位分辨能力。

1.2 函数–特征子空间方位估计算法

在传统常规波束形成基础上, 通过控制指数 k 的引入, 可获得函数波束形成方法。根据接收阵列信号协方差矩阵 $\boldsymbol{T}$ 的奇异值分解 $\boldsymbol{T}=\boldsymbol{V\Lambda V}^{\text{H}}$, 考虑导向矢量 $\widehat{\boldsymbol{g}}(\theta)$ 协方差矩阵中对应于信号的特征向量与 $\boldsymbol{V}$ 中相应特征向量平行, 函数波束形成表示为[20]

$$\boldsymbol{P}_{\text{FB}}(\theta)=[\widehat{\boldsymbol{g}}^{\text{H}}(\theta)\boldsymbol{V}\boldsymbol{\Lambda}^{k}\boldsymbol{V}^{\text{H}}\widehat{\boldsymbol{g}}(\theta)]^{1/k}, \tag{7}$$

其中, $\boldsymbol{\Lambda}$ 对应于协方差矩阵 $\boldsymbol{T}$ 的特征值矩阵, 可根据特征值大小或已知信源数划分信号子空间与噪声子空间, $\boldsymbol{V}$ 对应于该特征值矩阵 $\boldsymbol{\Lambda}$ 的特征向量矩阵。函数波束形成算法中 $1/k$ 次幂的引入,可在理论上增加主瓣与旁瓣之间的差异, 提升分辨能力; 同时, 特征值矩阵中 k 次幂的存在, 又使其输出功率与常规波束形成相同, 使波束形成的输出结果具有实际意义。当 $k=1$ 时, FB 算法的表达式转化为常规波束形成 (CBF) 算法; 当 $k=-1$ 时, FB 算法的表达式转化为 MVDR 算法。

尽管通过控制 FB 算法的指数项可以提高算法的分辨能力, 但较大的指数项值会导致算法在计算多目标时过度降低次要目标的主瓣高度, 从而无法实现多目标的分辨。此外, 过多的乘幂运算也会降低算法的稳定性。因此, 为了进一步提高算法的分辨能力, 需考虑与其他方法相结合, 如式 (6) 所示的特征子空间方法。基于函数波束形成过程, 结合式 (2) 与式 (3), 特征子空间方法的扫描向量可表示为

$$\boldsymbol{w}_{\text{FB-E}}(\theta)=\begin{cases}\mu\boldsymbol{V}_{\text{S}}\boldsymbol{V}_{\text{S}}^{\text{H}}\boldsymbol{T}^{k}\widehat{\boldsymbol{g}}(\theta), & k>0,\\ \mu\boldsymbol{V}_{\text{N}}\boldsymbol{V}_{\text{N}}^{\text{H}}\boldsymbol{T}^{k}\widehat{\boldsymbol{g}}(\theta), & k<0,\end{cases} \tag{8}$$

其中, 参数 μ 为扫描向量归算系数, 根据不同的算法, 将获得不同的扫描向量及方位谱输出, 如经典的 MVDR 和 MUSIC 方法, 其分别取 $\mu=1/[\widehat{\boldsymbol{g}}^{\text{H}}(\theta)\boldsymbol{T}^{-1}\widehat{\boldsymbol{g}}(\theta)]$ 或 $\mu=1/[\widehat{\boldsymbol{g}}^{\text{H}}(\theta)\boldsymbol{V}_{\text{N}}^{\text{H}}\boldsymbol{V}_{\text{N}}\widehat{\boldsymbol{g}}(\theta)]$; k 为函数波束形成的控制指数, 可通过调整其数值控制方位谱输出结果; 在函数波束形成计算过程中涉及乘幂操作, 将控制指数分为大于 0 与小于 0 两种情况进行讨论: 当控制指数大于 0 时, 信号特征值占特征值矩阵的主要成分; 当控制指数小于 0 时, 噪声特征值占特征值矩阵的主要成分。与式 (3) 不同, 函数–特征子空间方位谱估计算法的扫描向量需根据不同指数参数取值来分析对方位谱估计的贡献。由于信号子空间与噪声子空间的特征值大小存在差异, 当 k 取正值时, 信号子空间在协方差矩阵中占主要成分; 当 k 取负值时, 噪声子空间在协方差矩阵中占主要成分, 因此将式 (8) 所示的 FB-Eigenspace 扫描向量 $\boldsymbol{w}_{\text{FB-E}}(\theta)$ 代入方位谱估计表达式 (式 (1)), 可以得到与式 (6) 结构相似的表达式, 保留其分母形式, 为了方便讨论指数参数 k 的影响, 并使分子表达式存在实际意义, 将分子表达形式化简并与式 (7) 统一, FB-Eigenspace 的方位谱估计表达式可表示为

$$P_{\text{FB-E}}(\theta)=\begin{cases}\mu^{\text{H}}[\widehat{\boldsymbol{g}}^{\text{H}}(\theta)\boldsymbol{V}_{\text{S}}\boldsymbol{\Lambda}_{\text{S}}^{k}\boldsymbol{V}_{\text{S}}^{\text{H}}\widehat{\boldsymbol{g}}(\theta)]^{1/k}\mu, & k>0,\\ \mu^{\text{H}}[\widehat{\boldsymbol{g}}^{\text{H}}(\theta)\boldsymbol{V}_{\text{N}}\boldsymbol{\Lambda}_{\text{N}}^{k}\boldsymbol{V}_{\text{N}}^{\text{H}}\widehat{\boldsymbol{g}}(\theta)]^{1/k}\mu, & k<0.\end{cases} \tag{9}$$

由式 (9) 可以看出, FB-Eigenspace 方法兼具了函数波束形式和 Eigenspace 方法的优点, 即在 Eigenspace 方法的基础上进行了拓展, 使其表现形式更加灵活多样。可根据实际需要选择不同的权值来进一步优化算法的计算性能。根据信号子空间与噪声子空间在算法中的贡献程度,当 k 取正值时, 算法的抗噪声能力较好, 当 k 取负值时, 算法的谱峰较为尖锐; 而 k 越接近于 0, 对旁瓣的压制能力越强。

2 仿真与性能分析

2.1 FB-Eigenspace 方位谱估计方法的参数影响分析

在本文所提的 FB-Eigenspace 方位谱估计算法中, 参数 μ 的不同取值形式在式 (9) 中给出, 将导致不同的波束形式输出形式, 这对于 FB-Eigenspace 方位谱估计方法的性能具有至关重要的影响。为此, 考虑经典的 MVDR 和 MUSIC 方法建立参数 μ 的表达形式, 并与常规波束形成形式给出的参数 $\mu=\widehat{\boldsymbol{g}}^{\text{H}}(\theta)\boldsymbol{T}\widehat{\boldsymbol{g}}(\theta)$ 形式进行对比。在仿真中, 采用阵元间距为 10 m 的 8 元声压阵, 以 10 kHz 的采样频率和总计 320 快拍

(快拍数为 40 乘以阵元个数) 来接收远场 60 Hz 单频信号, 并设定声波从 40°角度入射, 同时加入高斯白噪声, 在信噪比 5 dB 与−5 dB 情况下分别计算参数μ的归一化幅度, 计算结果如图 2 所示。同时, 避免k值引入的复杂性, 暂仅考虑常规特征子空间方位谱估计方法 (式 (5) 和式 (6)), 分析 MVDR 和 MUSIC 方法给定参数μ对方位谱输出的影响, 信噪比分别取 5 dB 与−5 dB 的情况下计算结果如图 3 所示。

根据图 2 可知, 不同算法给出的参数μ具有显著的差异。在小快拍数条件下, 相较于 CBF、MVDR 算法给出的参数μ幅度, 无论是信噪比为正值还是负值, MUSIC 算法给出的参数μ幅度具有更为尖锐的谱峰, 即拥有更为有效的分辨能力, 此情况与图 3 所示的两种导向矢量加权方式下波束输出图结果一致。同时, 由图 2 可以看出, 相较于 MUSIC 算法形式, MVDR 算法形式的参数μ值受信噪比影响更大。对于高信噪比 (SNR = 5 dB) 情况, MVDR 算法给出的参数μ幅度具有较为尖锐的谱峰分布, 明显优于 CBF 算法; 对于低信噪比 (SNR = −5 dB) 情况, MVDR 算法给出的参数μ幅度分布则趋于平滑, 与 CBF 算法几乎一致, 即通过 MVDR 算法给出的参数μ未获得额外的方位估计能力提升。

为进一步阐述参数μ的作用, 采用与图 3 相同频率单声源仿真条件, 在信噪比变化范围为−25~5 dB 的情况下, 参数μ选取 MVDR 算法和 MUSIC 算法形式, 进行了 500 次的蒙特卡罗仿真试验, 然后将参数μ下的特征子空间方位谱输出与典型的 MUSIC 方位谱输出进行对比, 通过均方根误差和 DOA 估计成功概率 (以±1°为估计成功的阈值) 来评估结果, 如图 4 所示。

如图 4 所示, 基于 MUSIC 算法的方位谱输出与采用 MUSIC 算法对导向矢量加权的 Eigenspace 方位谱输出在均方根误差与估计成功概率方面呈现出相似的结果。该结果进一步表明, Eigenspace 方位谱输出性能主要与导向矢量的加权方式有关, 即参数μ的选取形式对 Eigenspace 方位谱输出至关重要。同时, 受限于子空间划分的基本原理, 参数μ以及 Eigenspace 方位谱输出受信噪比影响显著。当信噪比大于−10 dB 时, 根据两种算法选取参数μ及方位谱输出, 其均方根误差均小于 1°; 当信噪比小于−10 dB 时, 均方根误差显著增加, 而估计成功概率明显下降。

根据上述分析, 当信噪比较高时, 采用 MUSIC 方法对导向矢量进行加权可以获得更窄的主瓣和更低的旁瓣。因此, 在 FB-Eigenspace 方位谱计算过程中, 本文选取基于 MUSIC 方法的参数μ形式。然而, 除了参数μ的形式, 如式 (9) 所示的指数k也对本文

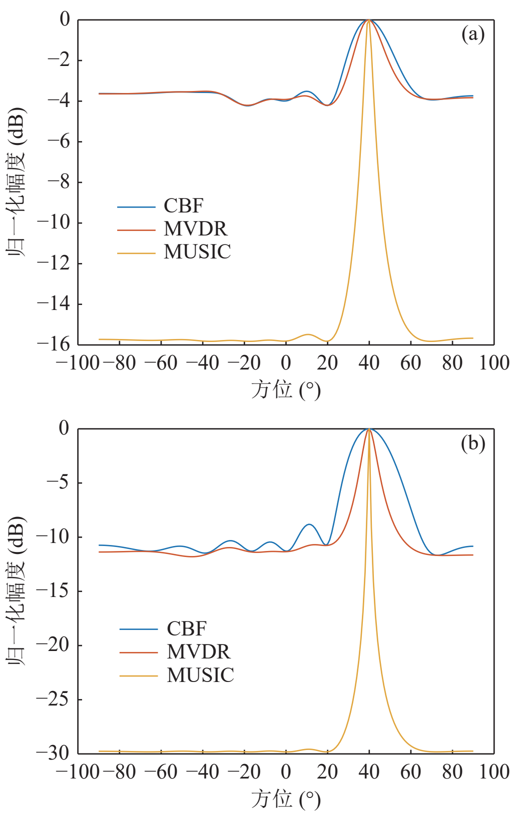

图 2　典型 CBF、MVDR、MUSIC 算法下参数μ的幅度分布 (a) 信噪比−5 dB; (b) 信噪比 5 dB

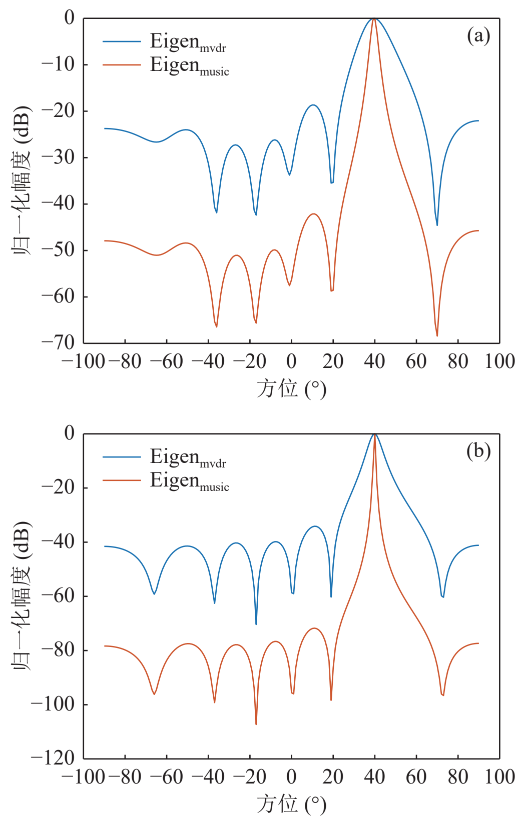

图 3　两种导向矢量加权方式下的波束输出图 (a) 信噪比−5 dB; (b) 信噪比 5 dB

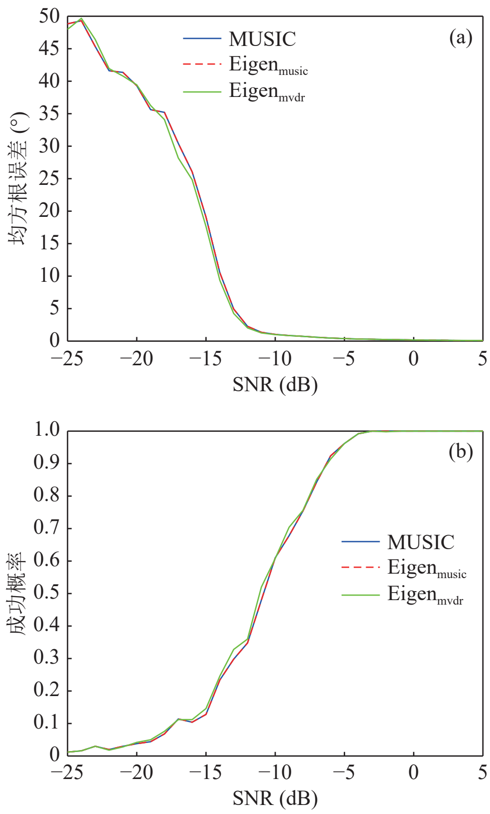

图 4 不同导向矢量加权方式对 Eigenspace 算法的影响 (a) 均方根误差; (b) 估计成功概率

所建立的 FB-Eigenspace 方位谱计算有重要影响。因此, 考虑采用阵元间距为 10 m 的 8 元声压阵, 以 10 kHz 的采样频率和总计 320 快拍 (快拍数为 40 乘以阵元个数) 来接收远场 60 Hz 单频信号, 并设定声波从 40°角度入射, 同时加入信噪比−5 dB 的高斯白噪声, 参数 μ 取为 MUSIC 形式, 计算不同指数 k 值的 FB-Eigenspace 方位谱输出, 并与 MUSIC 方位谱输出、Eigenspace 方位谱输出进行对比, 结果如图 5 所示。

由图 5 可知, 当指数 k 取值为 1 时, Eigenspace 方位谱和 FB-Eigenspace 方位谱的性能一致, 二者方位谱输出曲线完全重合。当指数 k 取值为 0.1 和 10 时, FB-Eigenspace 方位谱输出曲线呈现出较大的性能差异, 尤其在对旁瓣的压制效果上。指数 k 值越接近 0, 则对旁瓣的压制能力越强。当指数 k 取值为−0.1 和−10 时, FB-Eigenspace 方位谱输出曲线的主瓣变窄, 旁瓣起伏降低, 方位谱输出性能依赖于所选择的指数 k 值, 指数 k 越接近 0, 主瓣的变窄程度越大。为进一步分析指数 k 值的影响, 在图 5 仿真参数下, 选取蒙特卡罗仿真次数为 500 次, 计算不同 k 值下的 FB-Eigenspace 方位估计, 其均方根误差和 DOA 估计成功概率 (以±1°为估计成功的阈值) 结果如图 6 所示。

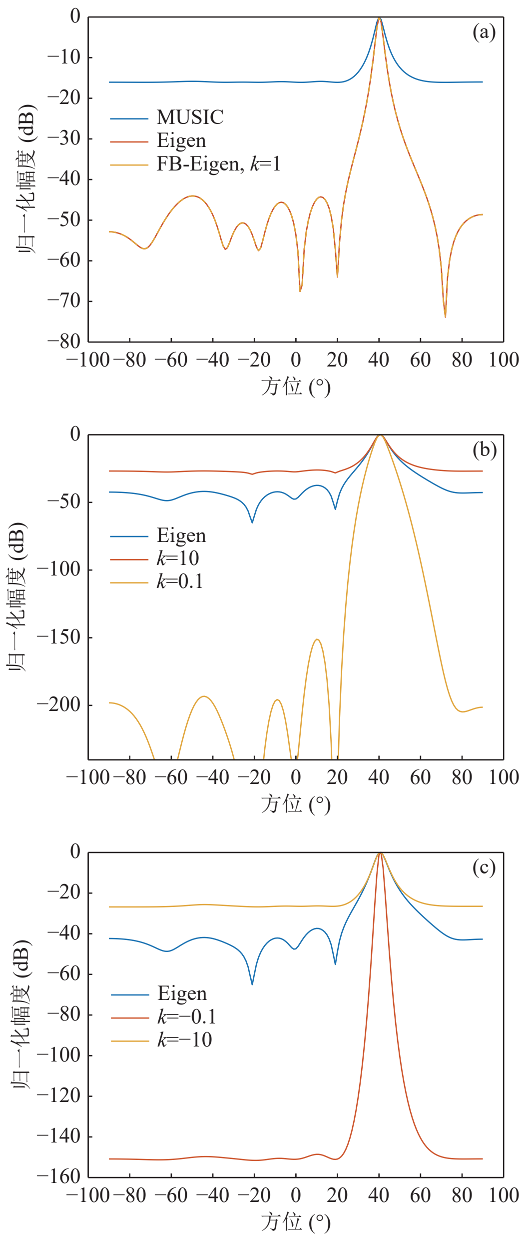

图 5 不同指数 k 值下 FB-Eigenspace 方位谱输出 (a) 指数 k = 1; (b) 指数 k = 0.1 和 k = 10; (c) 指数 k = −0.1 和 k = −10

由图 5 和图 6 可见, 指数 k 值对算法的定位精度无明显影响, 结合式 (9) 可知, 这是因为指数 k 值通过乘幂运算影响算法的主旁瓣比, 而不会影响最大谱峰的位置, 在低信噪比情况下 (小于−10 dB), 正值且较大的指数 k 值使算法具有更好的鲁棒性。通过上述仿真结果, 验证了 FB-Eigenspace 方位估计方法性能及其参数选取的影响, 在较高信噪比的情况下, 不同的指数 k 值取值仅影响算法的谱峰尖锐度, 而不会影响算法的方位估计精度, 即本文所提 FB-Eigenspace 算法具有与 Eigenspace 算法相当的方位估计能力, 但可通过控制指数 k 值来获得更加尖锐的谱峰, 具有更强的多目标分辨能力。

由于多目标的分辨力约等于 1.3 倍主瓣宽度[21],

因此通过主瓣宽度对多目标分辨力进行初步的仿真分析。不同信噪比下的主瓣宽度比较结果如图 7 所示。可以看到, MUSIC 算法具有比 CBF 与 MVDR 算法更窄的主瓣宽度, 这使得基于 MVDR 加权的 Eigenspace 算法的主瓣宽度仍大于 MUSIC 算法, 而本文所提 FB-Eigenspace 算法具有比 MUSIC 算法更窄的主瓣宽度, 当指数参数 k 远大于 1 时, 算法的主瓣宽度表现趋同, 这是因为在此情况下, FB-Eigenspace 算法主要受参数 μ 的影响; 当指数 k 接近于 0 时, 主瓣宽度进一步大幅度降低, 且指数 k 取负值时主瓣宽度最小, 仿真结果与对式 (9) 的理论分析一致。

2.2　多目标分辨能力分析

为分析本文所建立的 FB-Eigenspace 方位估计算法对多目标的分辨能力, 以及阐述指数 k 值对多目标分辨能力的影响, 阵列接收条件与上一节单声源仿真条件相同, 目标频率设定为 60 Hz 和 70 Hz, 远场入射的角度分别是 30°和 40°。接收信号中加入高斯白噪声, 信噪比设定为−5 dB 与−10 dB。 计算不同指数 k 值下 FB-Eigenspace 方位谱输出, 并与 CBF、MVDR、MUSIC 算法及文中所提两类导向加权 Eigenspace 算法方位谱输出进行对比, 结果如图 8 和图 9 所示。

由图 8 可以看出, MUSIC 算法的方位谱曲线具有尖锐的谱峰, 因而 MUSIC 方位估计、基于 MUSIC 算法对导向矢量加权的 Eigenspace 方位估计和基于 MUSIC 算法对导向矢量加权的 FB-Eigenspace 方位估计皆可实现两个目标的有效分辨。同时, 由于指数 k 的引入, 使得主瓣与旁瓣差异增加, 多目标分辨能力更强。当指数 k 取值为负时, 主瓣宽度变得更窄, 即 FB-Eigenspace 算法具有更强的多目标分辨能力。当指数 k 取值为正时, 从归一化幅度上看, 主旁瓣差异显然优于其他情况, 但主瓣宽度不如指数 k 为负情况下尖锐。因此, 在多目标分辨方面, FB-Eigenspace 的指数更宜取负数。

由图 9 可以看出, 当信噪比进一步降低时, 所有算法的分辨能力皆有所下降。甚至相较于 SNR = −5 dB 时, MUSIC 方位估计与基于 MUSIC 算法的导向矢量加权 Eigenspace 方位估计算法也已无法实现多目标的分辨, 这可以用特征子空间划分和 MUSIC 算法采用的子空间形式解释。但对于本文所提 FB-Eigenspace 方位估计算法, 虽然其分辨能力下降, 但当指数 $k = -0.1$ 和指数 $k = 0.1$ 时, 即指数 k 取值接近 0, 特别 k 值取值为负数, 其仍具有多目标分辨能力。因此, 通过合理的指数 k 取值, FB-Eigenspace 方位估计算法在低信噪比环境下仍然比 CBF、MUSIC 方位

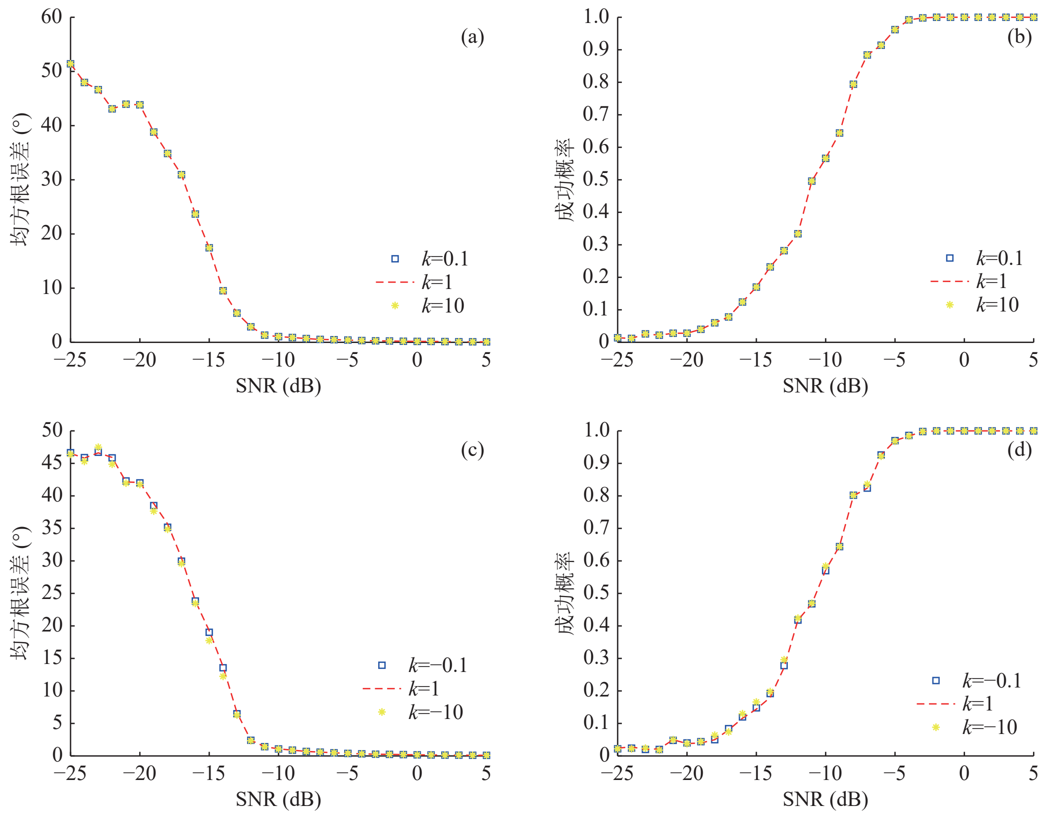

图 6　不同指数取值对 FB-Eigenspace 定位性能的影响 (a) 均方根误差 ($k = 0.1$ 和 $k = 10$); (b) 估计成功概率 ($k = 0.1$ 和 $k = 10$); (c) 均方根误差 ($k = -0.1$ 和 $k = -10$); (d) 估计成功概率 ($k = -0.1$ 和 $k = -10$)

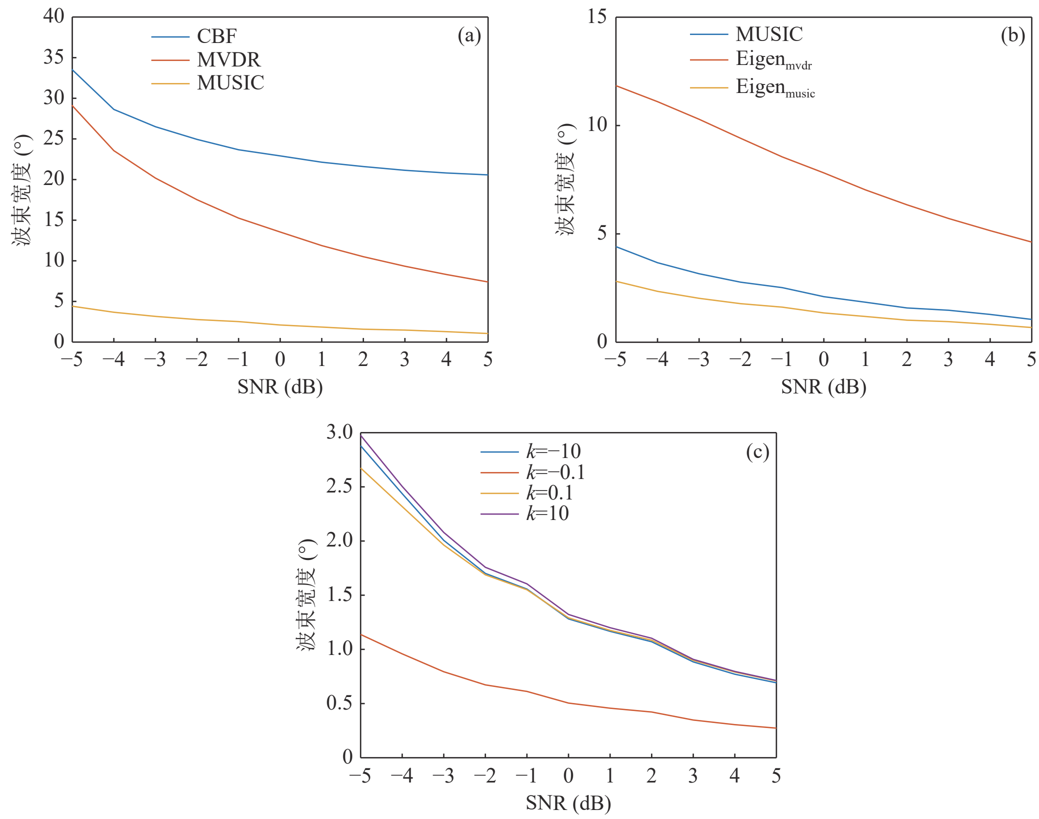

图 7　不同信噪比主瓣宽度的比较 (a) CBF、MVDR 与 MUSIC 算法; (b) 导向矢量加权 Eigenspace 算法; (c) 指数 $k=-10$, $k=-0.1$, $k=0.1$, $k=10$

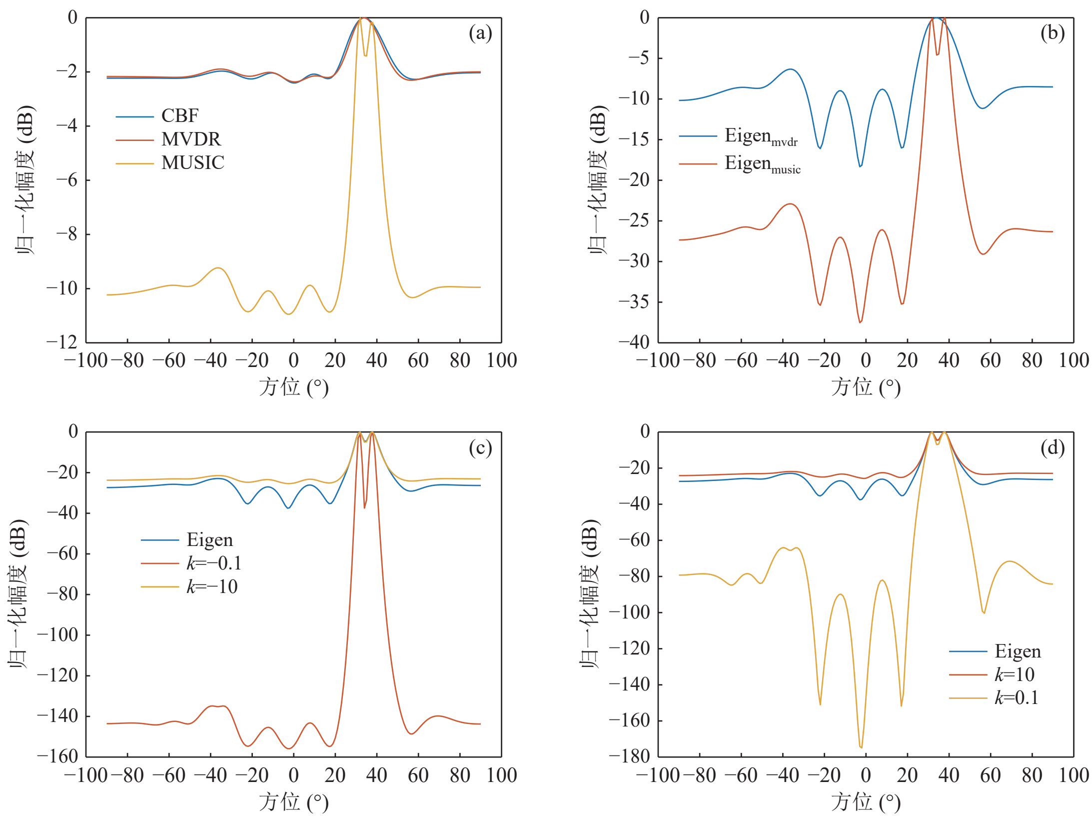

图 8　FB-Eigenspace 与其他算法的多目标分辨能力比较 (SNR = −5 dB) (a) CBF、MVDR 与 MUSIC 算法; (b) 导向矢量加权 Eigenspace 算法; (c) 指数 $k=-0.1$ 和 $k=-10$; (d) 指数 $k=0.1$ 和 $k=10$

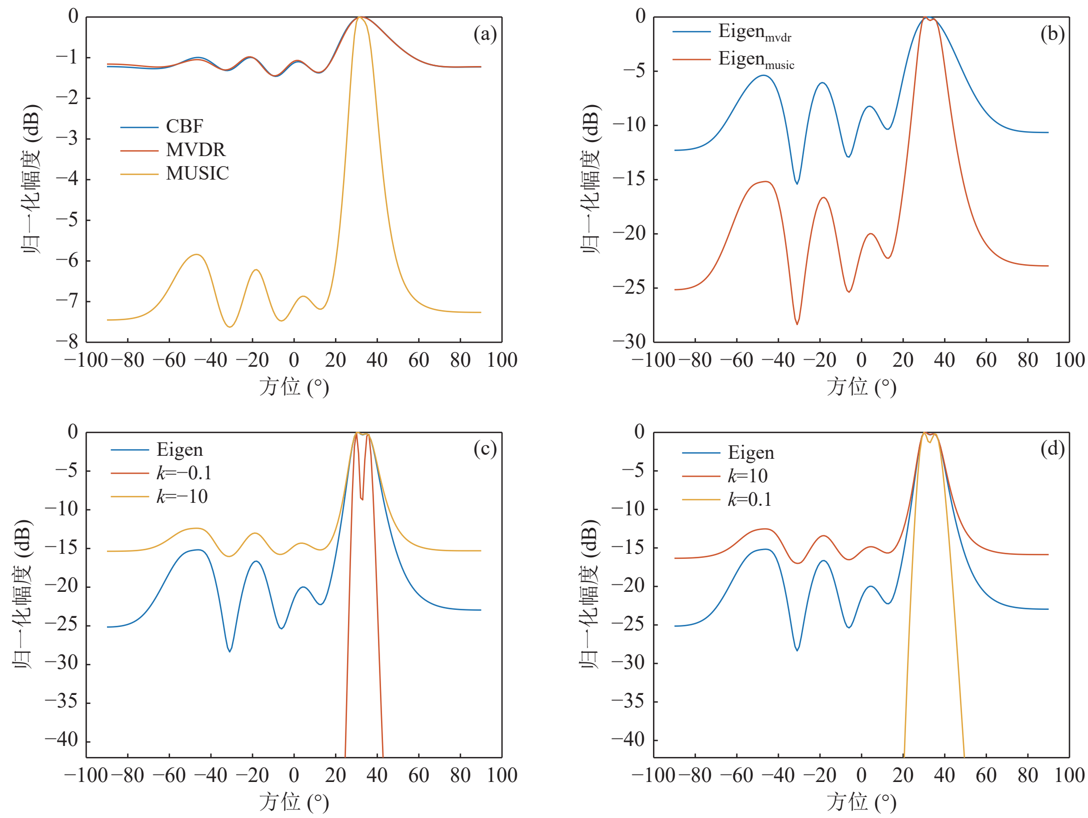

图 9　FB-Eigenspace 与其他算法的多目标分辨能力比较 (SNR = −10 dB) (a) CBF、MVDR 与 MUSIC 算法; (b) 导向矢量加权 Eigenspace 算法; (c) 指数 $k = -0.1$ 和 $k = -10$; (d) 指数 $k = 0.1$ 和 $k = 10$

估计算法和 Eigenspace 方位估计算法具有更优的多目标分辨能力。

上述多目标仿真计算中, 不同目标具有不同的频率特征。为进一步分析本文所提 FB-Eigenspace 方位估计算法在多目标分辨方面的能力, 考虑两声源同频相干的情况。在同频相干声源情况下, 为保证阵列接收矩阵满秩的需求, 采用空间平滑的方式进行处理。将阵列拆分或看作若干彼此重叠的子阵, 子阵数目与目标数有关, 取各子阵协方差矩阵和的平均且作方位谱估计计算。与上述仿真计算条件相似, 假设同频相干双目标的频率均为 60 Hz, 远场入射的角度分别是 30°和 40°。接收信号中加入高斯白噪声, 信噪比取 5 dB, 计算不同指数 k 值下无空间平滑和空间平滑处理的 FB-Eigenspace 方位谱曲线, 并与 Eigenspace 方位谱曲线对比, 其结果分别如图 10 和图 11 所示。

根据图 10 和图 11, 相较于 Eigenspace 方位谱估计曲线, 本文所提 FB-Eigenspace 方位谱估计曲线具有更好的分辨能力。但即便在较高信噪比的条件下, 对于相干声源的多目标问题, 方位估计算法的分辨能力显著下降。当采用空间平滑技术时, 其多目标分辨能力得到了明显提升。特别是指数 $k = -0.1$ 时, FB-Eigenspace 方位谱估计曲线具有极窄的主瓣宽度, 实现了 30°与 40°入射角度上相干声源的分辨。

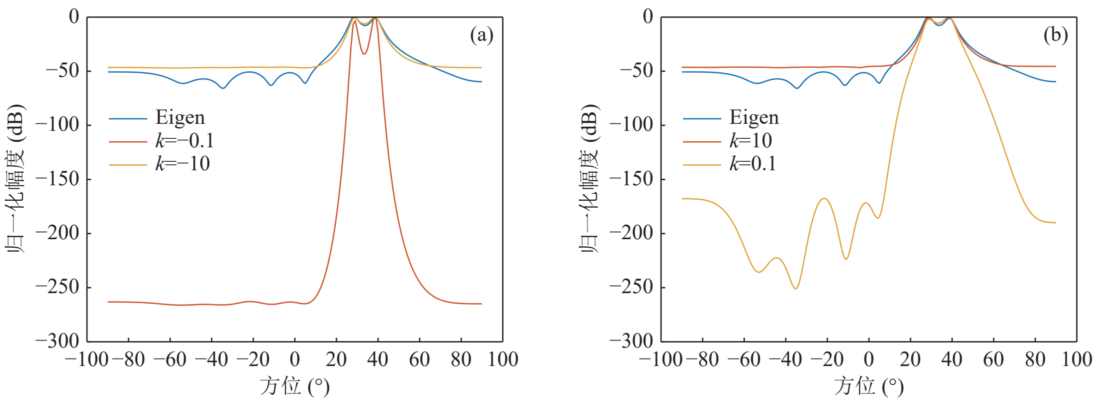

图 10　无空间平滑处理下的多目标分辨计算结果 (a) 指数 $k = -0.1$ 和 $k = -10$; (b) 指数 $k = 0.1$ 和 $k = 10$

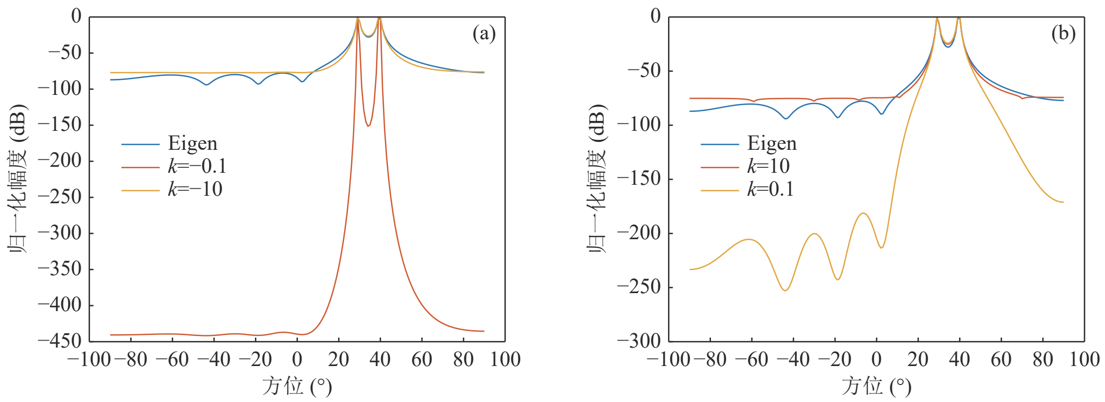

图 11　空间平滑处理下的多目标分辨计算结果 (a) 指数 $k = -0.1$ 和 $k = -10$ (b) 指数 $k = 0.1$ 和 $k = 10$

虽然空间平滑方法牺牲了一定空间孔径，但该方法对协方差矩阵秩的补足在一定程度上缓解了方位估计算法本身以及指数乘幂次数过多引起的次要目标主瓣高度过度降低的问题，因此在确定目标数量的情况下需要采用空间平滑方法。

3　试验数据验证

根据与经典 CBF、MVDR、MUSIC 和导向矢量加权 Eigenspace 结果对比分析，FB-Eigenspace 算法具有更为优良的方位分辨能力，其方位分辨能力同时受导向矢量加权参数 μ 的形式和指数 k 选取数值影响。当导向矢量加权参数 μ 选取 MUSIC 形式，指数 k 数值选取 -0.1 时，FB-Eigenspace 算法具有极窄的主瓣宽度和极佳的多目标分辨能力。为进一步验证 FB-Eigenspace 算法性能，分析处理南海南部海域的垂直阵水声探测试验数据。试验海域水深约 3300 m，海底地形平坦，典型的深海声速剖面，声速剖面如图 12 所示。采用布放于海底且阵元间距为 10 m 的 8 元垂直阵进行接收，8 元垂直阵距离海底约 300 m，以第 4 通道为例，其接收信号如图 13 所示，已知确定信号频率为 126 Hz。

通过时域波形可见，本次试验为一次过顶航行，即航船由远及近再及远，在 700 s 左右距离最近。由于确定信号频率较高，未满足空间半波长采样条件，在进行方位谱估计时发生了混叠，为避免歧义且阵列位于海底，仅 0°~90°探测区间有效。因此，后续的方位估计结果仅展示 0°~90°区间。针对本次垂直阵探测试验，导向矢量加权参数 μ 选取 MUSIC 形式，指数 k 数值选取 -0.1，计算本文 FB-Eigenspace 算法的时间−方位历程，并与 MVDR、MUSIC、Eigenspace 算法进行比较，计算结果如图 14 所示。为便于观察各

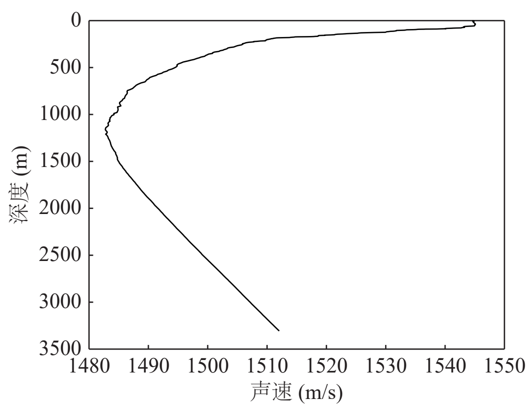

图 12　试验环境的声速剖面

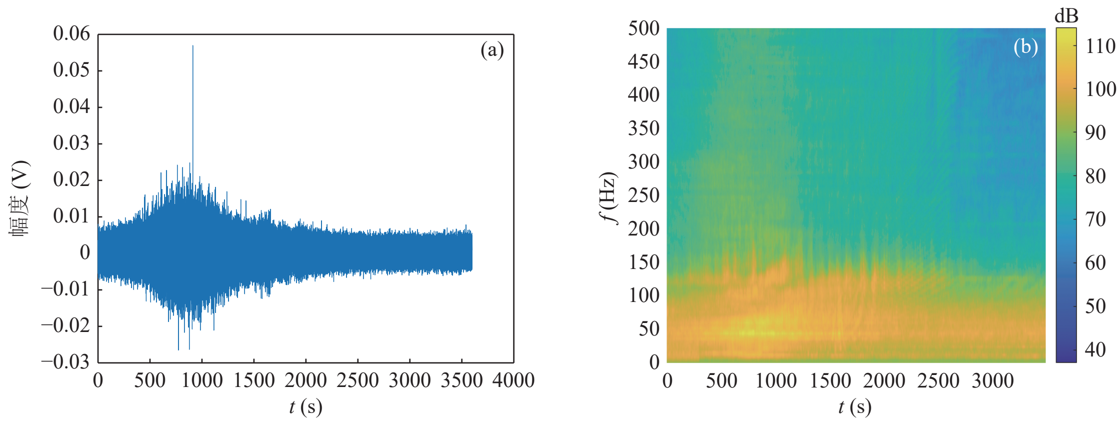

图 13　垂直阵第 4 通道接收信号 (a) 时域波形; (b) 时频分布

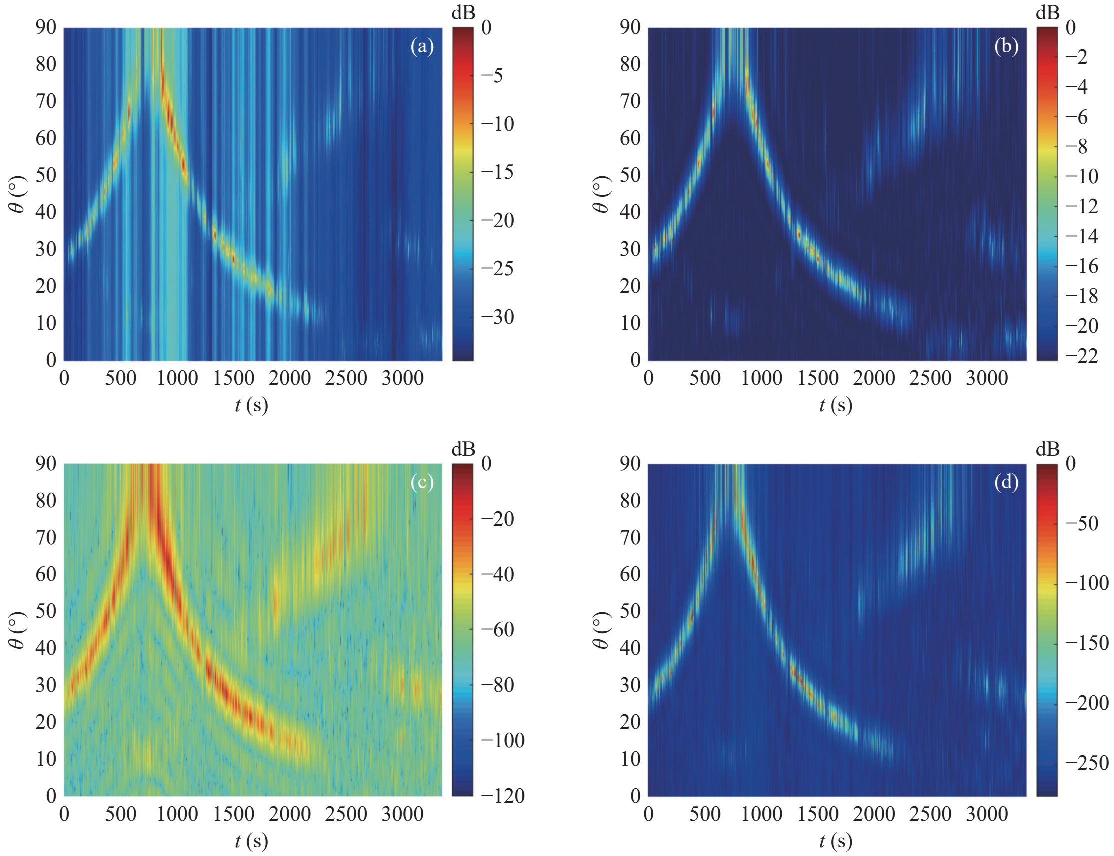

图 14　试验期间不同方位谱估计算法处理的时间–方位历程图 (a) MVDR 算法; (b) MUSIC 算法; (c) Eigenspace 算法; (d) FB-Eigenspace 算法

算法计算获得的时间–方位历程, 并未采用一致的色棒颜色显示范围。从时间方位历程图的视觉效果上看, 所采用的四种算法均正确估计出了目标方位, 但 MVDR 算法出现了方位估计不稳定的情况。相较于 Eigenspace 算法, MUSIC 算法与参数 μ 选取 MUSIC 算法形式、指数 $k = -0.1$ 的 FB-Eigenspace 算法效果更佳且二者几乎一致, 明显地给出了该目标的时间–方位历程。而从显示范围上看, 显然 FB-Eigenspace 算法明暗差异更大, 即声源目标分辨效果将更佳。

为避免颜色显示范围不同所导致的视觉效果问题, 取第 1000 秒的方位谱估计计算结果剖面, MVDR、MUSIC、Eigenspace 算法与本文所提 FB-Eigenspace 算法的比较结果如图 15 所示。由于信号到达时间段内, 存在较多干扰, 使得 MUSIC 算法计算性能下降, 无论是采用 MVDR 算法, 还是 MUSIC 算法, 其方位谱曲线几乎一致。以 MUSIC 形式为导向矢量加权的 Eigenspace 算法, 在 MUSIC 基础上, 进一步应用信号子空间与噪声子空间的正交性, 获得更优的角度分辨能力, 但存在额外的旁瓣。在 MUSIC 形式为导向矢量加权的 Eigenspace 算法基础上, 通过函数波束形成指数 k 的引入, 本文所提 FB-Eigenspace 算法具备更佳的角度分辨能力, 如图 15 所示, 在信号到达时刻处, FB-Eigenspace 算法主瓣宽度极小, 峰值尖锐, 几乎未有旁瓣, 更为准确地获得了到达角度。

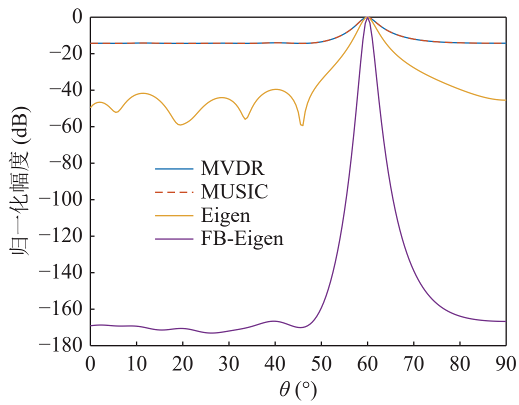

图 15　时间 1000 s 处各算法方位谱估计计算结果

4　结论

针对低频条件下小尺寸阵列波束形成的波束宽度宽、分辨能力弱、无法满足多目标分辨需求这一问题, 本文在综合分析函数波束形成与特征子空间方位谱估计理论基础上, 将以特征子空间算法表征

的扫描向量归算系数与函数波束形成的控制指数控制技术相融合, 提出了一种函数–特征子空间方位估计方法, 即 FB-Eigenspace 方法, 理论上兼具了表现形式灵活与多目标分辨能力等优点。

改进传统 Eigenspace 算法的扫描向量归算系数仿真结果表明, 选取 MUSIC 形式作为 Eigenspace 算法的扫描向量归算系数能使该算法具有最佳分辨力。在此基础上, 将函数波束形成的控制指数引入 Eigenspace 算法的计算流程中, 可进一步提升算法的分辨力。不同控制指数下 FB-Eigenspace 算法具备不同的能力, 当控制指数取值小于 1 且为负数时, 该算法的多目标分辨能力明显优于其他算法。同时, 也可根据对算法的鲁棒性需求选取其他合适的控制指数, 控制指数取值为正数时, 算法的多目标分辨能力有所降低, 但鲁棒性得到了提升。海试结果进一步验证了 FB-Eigenspace 算法的声源分辨能力, 能够较好地获取多个声波到达角。

致谢 感谢"实验 1"科考船为获取试验数据提供的支持。

参 考 文 献

1 Khaykin D, Rafaely B. Coherent signals direction-of-arrival estimation using a spherical microphone array: Frequency smoothing approach. IEEE Workshop on Applications of Signal Processing to Audio and Acoustics, New Paltz, NY, USA, 2009: 221−224

2 宋超, 刘瑞杰, 郑伟伟, 等. 国外水下无人移动装备综合隐身技术研究. 舰船科学技术, 2021; **43**(19): 186−189

3 Zhou Y, Yip P C, Leung H. Tracking the direction-of-arrival of multiple moving targets by passive arrays: Algorithm. *IEEE Trans. Signal Process.*, 1999; **47**(10): 2655−2666

4 林鹏, 宫在晓, 郭永刚, 等. 拖线阵机动时的自适应波束形成. 声学学报, 2013; **38**(3): 251−257

5 易锋, 孙超. 总体最小二乘算法模波束形成方法研究. 声学学报, 2013; **38**(1): 35−41

6 Schmidt R, Schmidt R O. Multiple emitter location and signal parameter estimation. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, 1986; **34**(3): 276−280

7 Todros K, Hero A O. Robust multiple signal classification via probability measure transformation. *IEEE Trans. Signal Process.*, 2015; **63**(5): 1156−1170

8 杨志伟, 贺顺, 廖桂生. 加权伪噪声子空间投影的修正 MUSIC 算法. 信号处理, 2011; **27**(1): 1−5

9 Hossain M D, Mohan A S. Eigenspace time-reversal robust capon beamforming for target localization in continuous random media. *IEEE Antennas Wireless Propagat. Lett.*, 2017; **16**: 1605−1608

10 Chang L, Yeh C C. Performance of DMI and eigenspace-based beamformers. *IEEE Trans. Antennas Propag.*, 1992; **40**(11): 1336−1347

11 Asl B M, Mahloojifar A. Eigenspace-based minimum variance beamforming applied to medical ultrasound imaging. *IEEE Trans. Ultrason. Eng.*, 2010; **57**(11): 2381−2390

12 刘婷婷, 周浩, 郑音飞. 特征空间和符号相干系数融合的最小方差超声波束形成. 声学学报, 2015; **40**(6): 855−862

13 付留芳, 赵国君, 章新华, 等. 一种基于 MVDR-MMP 的水面干扰抑制方法. 南京大学学报: 自然科学版, 2015(S1): 50−54

14 夏麾军, 马远良, 汪勇, 等. 高增益对角减载波束形成方法研究. 声学学报, 2016; **41**(4): 449−455

15 Yu J L, Yeh C C. Generalized eigenspace-based beamformers. *IEEE Trans. Signal Process.*, 1995; **43**(11): 2453−2461

16 夏麾军, 杨益新, 韩一娜. 改进维纳滤波器及其在目标方位估计中的应用. 声学学报, 2018; **43**(4): 646−654

17 惠娟, 郭嘉宾, 宋明翰, 等. 矢量水听器改进高分辨 Eigenspace 算法. 哈尔滨工程大学学报, 2020; **41**(10): 1471−1476

18 姚琳, 刘晓东, 曹金亮, 等. 进行子阵加权波束形成的波达方向估计. 声学学报, 2020; **45**(4): 497−505

19 杨小鹏, 张宗傲, 孙雨泽, 等. 基于罚函数和特征空间的子阵级自适应波束形成. 北京理工大学学报, 2016; **36**(5): 541−545

20 Yang Y, Chu Z, Shen L, *et al*. Functional delay and sum beamforming for three-dimensional acoustic source identification with solid spherical arrays. *J. Sound Vib.*, 2016; **373**: 340−359

21 李启虎, 尹力, 赵国英. 声呐系统的最佳定向精度和最优多目标分辨力研究. 海洋学报, 1996; **18**(4): 43−48