

脉冲干扰下基于变分贝叶斯推断的水声正交 频分复用联合估计方法*

葛 威^{1,2,3,4} 焦桦坤^{1,2,3} 佟文涛^{1,2,3} 生雪莉^{1,2,3†} 韩 笑^{1,2,3}

(1 哈尔滨工程大学 水声技术全国重点实验室 哈尔滨 150001)

(2 教育部 极地海洋声学与技术应用教育部重点实验室 (哈尔滨工程大学) 哈尔滨 150001)

(3 哈尔滨工程大学 水声工程学院 哈尔滨 150001)

(4 中国科学院声学研究所 声场声信息国家重点实验室 北京 100190)

2023 年 6 月 15 日收到

2023 年 10 月 9 日定稿

摘要 脉冲干扰环境下水声正交频分复用通信性能严重下降, 为此提出了基于变分贝叶斯推断的信道估计方法。该方法利用水声信道和脉冲干扰的稀疏特性, 基于平均场变分贝叶斯推断, 将信道向量和脉冲干扰向量的后验概率分布分别分解为简单概率分布进行拟合, 基于导频子载波迭代直至收敛, 得到信道和脉冲干扰的最大后验估计。所提方法改进了基于稀疏贝叶斯学习的干扰、信道联合估计方法中信道和干扰构成的联合向量无法分离二者稀疏度的问题, 并且显著降低了计算复杂度。在此基础上, 进一步提出了基于变分贝叶斯推断的干扰、信道和符号联合估计方法, 将未知符号融入变分贝叶斯推断框架, 与干扰和信道一起迭代, 最终得到更精确的符号估计。仿真和试验结果验证了所提算法的有效性, 与现有方法相比, 本文所提方法具有更低的误码率和复杂度。

关键词 正交频分复用, 脉冲干扰, 变分贝叶斯推断, 稀疏贝叶斯学习, 联合估计

PACS 数 43.60, 43.30

DOI: [10.12395/0371-0025.2023097](https://doi.org/10.12395/0371-0025.2023097)

Variational Bayesian inference-based joint estimation method for underwater acoustic OFDM under impulsive interference

GE Wei^{1,2,3,4} JIAO Huakun^{1,2,3} TONG Wentao^{1,2,3} SHENG Xueli^{1,2,3†} HAN Xiao^{1,2,3}

(1 National Key Laboratory of Underwater Acoustic Technology, Harbin Engineering University Harbin 150001)

(2 Key Laboratory for Polar Acoustics and Application of Ministry of Education (Harbin Engineering University),
Ministry of Education Harbin 150001)

(3 College of Underwater Acoustic Engineering, Harbin Engineering University Harbin 150001)

(4 State Key Laboratory of Acoustics, Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences Beijing 100190)

Received Jun. 15, 2023

Revised Oct. 9, 2023

Abstract To address the severe performance degradation of underwater acoustic orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) communication in the presence of impulsive interference, a channel estimation method based on variational Bayesian inference is proposed. This method exploits the sparse characteristics of the underwater acoustic channel and impulsive interference. By utilizing mean-field variational Bayesian inference, this approach decomposes the posterior probability distributions of the channel vector and impulsive interference vector into simple probability distributions for fitting respectively. Iterative estimation is performed based on pilot subcarriers until convergence is achieved, resulting in the maximum *a posteriori* estimation of the channel and impulsive interference. The proposed method alleviates the problem that one cannot separate the sparsity of channel vector and interference vector in the joint estimation method. Meanwhile, it significantly reduces the computational complexity. Based on this, a

* 国家自然科学基金项目 (U20A20329, 62301181, 62127801) 和黑龙江省优秀青年基金项目 (YQ2022F001) 资助

† 通讯作者: 生雪莉, shengxueli@hrbeu.edu.cn

joint estimation method of interference, channel, and symbols based on variational Bayesian inference is further proposed, where the unknown symbols are integrated into the variational Bayesian inference framework for iterative estimation with interference and channel, leading to more accurate symbol estimates. Simulation and experimental results demonstrate the effectiveness of the proposed algorithms. Compared to the existing methods, the proposed approach achieves lower error rates and complexity.

Keywords Orthogonal frequency division multiplexing, Impulsive interference, Variational Bayesian inference, Sparse Bayesian learning, Joint estimation

引言

正交频分复用 (OFDM) 由于其特有的循环前缀和各子载波相互正交的结构以及良好的抗多途能力和高频带利用率, 近年来广泛应用于水声通信中^[1-5]。海洋环境复杂多变, 无论是自然界的生物运动还是人工作业, 都不可避免产生高强度脉冲干扰, 严重影响 OFDM 水声通信性能^[6-8]。因此, 如何在脉冲干扰环境中实现精确的信道估计和均衡, 改善 OFDM 通信系统性能是当前的重要研究方向^[9-11]。

根据脉冲干扰功率通常远大于信号功率且持续时间短的特性, 非线性预处理成为脉冲干扰环境中接收端常用方法之一。此类方法利用一定准则设置阈值, 按照阈值判决结果确定接收信号中脉冲干扰位置, 对这些位置的信号幅值进行裁剪、消隐或非线性滤波等操作, 缓解接收信号中脉冲干扰的影响, 随后再进行基于高斯白噪声的信道估计与均衡^[12]。文献 [13] 利用阈值法确定脉冲干扰位置, 然后在导频处采用最小二乘 (LS) 方法实现了信道和脉冲干扰的联合估计, 在阈值法基础上提高了估计精度。文献 [14] 针对含脉冲噪声的接收信号设计了多重阈值分段估计器, 结果表明其效果优于传统的裁剪、消隐估计器。虽然此类方法复杂度低, 但是确定阈值需要预先确定脉冲干扰的相关参数, 而参数往往会根据信道条件而变化, 即阈值的选取标准难以确定。同时, 对于 OFDM 信号而言, 其高峰值平均功率比破坏了用于缓解脉冲干扰的阈值法性能, 消隐后的 OFDM 信号不再是正交的, 由此产生的载波间干扰也会降低系统性能。还有一类常用的接收端处理方法是迭代干扰抑制, 通过一些准则迭代更新脉冲干扰的位置和大小, 直至获得脉冲干扰的最优估计, 将其从接收信号中减去以消除脉冲干扰影响。文献 [15] 基于因子图和置信传播设计了迭代消息传递结构, 缓解脉冲干扰影响。文献 [16] 首先根据信号幅值确定脉冲噪声在时域的位置, 然后基于 LS 算法, 利用 OFDM 空子载波估计脉冲干扰样本, 最后在现有信道估计和初步数据符号决策的基础上, 进一步

开发了迭代接收机。

近年来, 越来越多的学者开始关注水声信道和脉冲干扰的稀疏性, 引入压缩感知进行稀疏信号重构与恢复^[17-18]。文献 [19] 提出时频测量的 OFDM 框架结构, 基于压缩感知同时抑制窄带干扰和脉冲噪声, 从 OFDM 的零子载波中获得脉冲干扰的测量向量对信号进行重构。文献 [20-21] 提出利用正交匹配追踪 (OMP) 算法, 在迭代过程中引入施密特正交化, 准确估计信道状态信息并抑制脉冲噪声, 但是 OMP 算法需要预先假设脉冲噪声稀疏度已知。为进一步提高脉冲干扰下的 OFDM 通信性能, 文献 [22-23] 采用基于期望最大化 (EM) 的稀疏贝叶斯学习 (SBL) 算法, 在接收端将信道向量和脉冲干扰向量合并为一个向量进行估计, 从接收信号中减去估计出的脉冲干扰, 再根据估计信道进行均衡。经过仿真和试验验证, 该方法可实现良好系统性能, 但存在两方面的问题: 一是没有考虑到脉冲干扰和信道各自的稀疏性, 将二者作为一个联合向量进行估计, 引入了一定的估计误差; 二是联合向量的维度较高, 导致迭代求解时系统的计算复杂度较高。此外, 文献 [24] 在 SBL 信道估计的基础上, 进一步提出了联合的稀疏贝叶斯学习 (JSBL) 算法, 在迭代中完成信道和符号的联合估计。虽然该文献给出了一种 JSBL 的低复杂度递归实现方法, 但没有考虑脉冲干扰存在时的应对策略。

考虑到脉冲干扰向量和信道向量具有不同的稀疏度, 本文提出了基于变分贝叶斯推断 (VBI) 的水声 OFDM 信道估计方法。该方法利用平均场变分贝叶斯推断, 使用简单概率分别对脉冲干扰向量和信道向量复杂后验概率进行拟合, 得到最大后验估计。考虑到脉冲干扰向量和信道向量具有独立性, 本文将二者分离估计, 提高了估计精度。同时, 相比基于 SBL 的干扰、信道联合估计方法, 本文方法显著降低了迭代过程的计算复杂度。为充分利用全部子载波信息, 区别于传统线性均衡方法, 本文进一步提出了基于 VBI 的干扰、信道和符号联合估计方法, 将符号估计融入 VBI 框架, 与干扰向量和信道向量一起迭代求解, 利用三者之间的耦合关系, 进一步提

升系统性能。

1 OFDM 系统模型

考虑一个卷积编码, 采用梳状导频的 OFDM 系统, 假设每个符号包含 N 个子载波, 其中导频子载波数目为 N_p , 数据子载波数目为 N_d , 空子载波数目为 N_z , 满足 $N = N_p + N_d + N_z$ 。设每个 OFDM 符号持续时间为 T , 循环前缀长为 T_{cp} , 通带信号的起始频率为 f_0 , 则通带 OFDM 符号可以表示为

$$\tilde{s}(t) = 2\text{Re}\left\{\sum_{k=0}^{N-1} x[k] \exp(j2\pi f_k t)\right\}, \quad t \in [0, T + T_{cp}], \quad (1)$$

式中, $\text{Re}(\cdot)$ 表示取实部, $x[k]$ 表示第 $k+1$ 个子载波上传输的符号, $f_k = f_0 + k/T$ 表示第 $k+1$ 个子载波的中心频率。假设基带的水声信道长度为 L , 满足 $\mathbf{h} = [h[0], h[1], \dots, h[L-1]]^T$, 且 $T_{cp} > L$ 。则基带的频域接收 OFDM 符号 $\mathbf{Y} = [Y(0), Y(1), \dots, Y(N-1)]^T$ 满足以下关系:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\mathbf{H} + \mathbf{I} + \mathbf{W} = \mathbf{X}\mathbf{F}_L \mathbf{h} + \mathbf{F}_L \mathbf{i} + \mathbf{W}, \quad (2)$$

式中, $\mathbf{X}$ 为频域 OFDM 符号构成的 $N \times N$ 维的对角矩阵。 $\mathbf{H} = \mathbf{F}_L \mathbf{h}$ 为信道的频率响应, $\mathbf{F}_L$ 为 $N \times N$ 维的归一化傅里叶矩阵, $\mathbf{F}_L$ 为 $\mathbf{F}$ 的前 L 列, $\mathbf{I} = [I(0), I(1), \dots, I(N-1)]^T$ 和 $\mathbf{W} = [W(0), W(1), \dots, W(N-1)]^T$ 分别为 $N \times 1$ 维频域的脉冲干扰向量和背景高斯白噪声向量, $\mathbf{i} = [i(0), i(1), \dots, i(N-1)]^T$ 是 $N \times 1$ 的时域脉冲干扰向量。

受文献 [23] 的启发, 为了简化估计维度, 引入 $N_p \times N_p$ 维的归一化傅里叶矩阵 $\mathbf{F}_p$, 令 $\mathbf{i}_p = \mathbf{F}_p^H \mathbf{i}$, 下标 p 表示导频位置, 此时 $\mathbf{i}_p$ 可以看作是对时域脉冲干扰的欠采样。导频处的接收信号可以表示为

$$\mathbf{Y}_p = \mathbf{X}_p \bar{\mathbf{F}}_L \mathbf{h} + \mathbf{F}_p \mathbf{i}_p + \mathbf{W}_p = \mathbf{M}_p \mathbf{h} + \mathbf{F}_p \mathbf{i}_p + \mathbf{W}_p, \quad (3)$$

式中, $\mathbf{Y}_p$ 表示 $\mathbf{Y}$ 导频所在行构成的 $N_p \times 1$ 列向量, $\mathbf{X}_p$ 是 $N_p \times N_p$ 的对角阵, 其对角元素为已知导频符号, $N_p \times L$ 维的 $\bar{\mathbf{F}}_L$ 是 $\mathbf{F}$ 导频所在行对应的前 L 列, $\mathbf{M}_p = \mathbf{X}_p \bar{\mathbf{F}}_L$, $\mathbf{W}_p$ 为导频处对应的频域高斯白噪声。

2 基于导频子载波的 VBI 信道估计和脉冲干扰抑制

常见的脉冲噪声统计模型有高斯混合模型 (GMM) 和对称 α 稳定分布模型等, 背景噪声与脉冲噪声共同构成了 GMM 分布。其中, GMM 具有闭式的概率密度函数, 且一阶矩和二阶矩均有限, 便于分析; 对称 α 稳定分布模型稳定性强, 能较为准确地描

述脉冲噪声概率密度函数拖尾特征, 但无闭式的概率密度函数。为了能够更有效简便地完成后续的变分近似, 本文将脉冲噪声的先验分布设定为 0 均值的高斯分布, 与背景噪声共同构成了二分量的 GMM 分布。因此, 定义信道 $\mathbf{h}$ 和脉冲干扰 $\mathbf{i}_p$ 的先验分布分别为

$$p(\mathbf{h}; \lambda_{1:L}) \sim \mathcal{CN}\left(0, \text{diag}\left(\frac{1}{\lambda_{1:L}}\right)\right),$$

$$p(\mathbf{i}_p; \lambda_{L+1:L+N_p}) \sim \mathcal{CN}\left(0, \text{diag}\left(\frac{1}{\lambda_{L+1:L+N_p}}\right)\right), \quad (4)$$

式中, $\mathcal{CN}$ 表示复高斯分布, $\lambda_{1:L} = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_L]^T$ 为信道 $\mathbf{h}$ 的超参数, $\lambda_{L+1:L+N_p} = [\lambda_{L+1}, \lambda_{L+2}, \dots, \lambda_{L+N_p}]^T$ 为脉冲干扰 $\mathbf{i}_p$ 的超参数, 各参数相互独立。进一步定义超参数的先验概率分布:

$$p(\lambda_{1:L}) = \prod_{i=1}^L \mathcal{G}(\lambda_i; a_1, b_1) = \Gamma(a_1)^{-1} b_1^{a_1} \lambda_i^{a_1-1} \exp(-b_1 \lambda_i),$$

$$p(\lambda_{L+1:L+N_p}) = \prod_{i=L+1}^{L+N_p} \mathcal{G}(\lambda_i; a_2, b_2) = \Gamma(a_2)^{-1} b_2^{a_2} \lambda_i^{a_2-1} \exp(-b_2 \lambda_i), \quad (5)$$

式中, $\mathcal{G}$ 表示伽马分布, $\Gamma(a) = \int_0^\infty t^{a-1} \exp(-t) dt$ 。令 $\lambda = [\lambda_{1:L}^T, \lambda_{L+1:L+N_p}^T]^T$ 。定义背景高斯白噪声 $\mathbf{W}_p$ 的先验分布满足:

$$\mathbf{W}_i \sim \mathcal{CN}(0, \varepsilon^{-1}), \quad i = 1, 2, \dots, N_p, \quad (6)$$

式中, $\mathbf{W}_i$ 表示 $\mathbf{W}_p$ 中第 i 个元素。进一步定义 ε 的先验满足伽马分布:

$$p(\varepsilon) = \mathcal{G}(\varepsilon; c, d) = \Gamma(c)^{-1} d^c \varepsilon^{c-1} \exp(-d\varepsilon). \quad (7)$$

根据变分贝叶斯推断原理, 引入变分分布 $q(\mathbf{h}, \mathbf{i}_p, \lambda, \varepsilon)$ 拟合后验分布 $p(\mathbf{h}, \mathbf{i}_p, \lambda, \varepsilon | Y_p)$, 利用平均场理论将 $q(\mathbf{h}, \mathbf{i}_p, \lambda, \varepsilon)$ 分解为如下形式 [25]:

$$q(\mathbf{h}, \mathbf{i}_p, \lambda, \varepsilon) = q(\mathbf{h}) q(\mathbf{i}_p) q(\lambda) q(\varepsilon). \quad (8)$$

问题转化为寻找式 (8) 满足的最佳分布 $q^*(\mathbf{h}, \mathbf{i}_p, \lambda, \varepsilon)$, 使二者的后向 KL (Kullback-Leibler) 散度最小 [25]。令 $\Lambda = \{\mathbf{h}, \mathbf{i}_p, \lambda, \varepsilon\}$ 表示待估计参数集合, Λ_j 表示 Λ 中第 j 个元素, 变分分布 $q(\Lambda_j)$ 的最优解 $q^*(\Lambda_j)$ 满足

$$\ln q^*(\Lambda_j) \propto \langle \ln p(\mathbf{Y}_p, \Lambda) \rangle_{q(\Lambda)/q(\Lambda_j)}, \quad j = 1, 2, 3, 4, \quad (9)$$

式中, 符号 $\propto$ 表示正比关系, $\langle \cdot \rangle_{q(\Lambda)/q(\Lambda_j)} = E_{\Pi_{i \neq j} q(\Lambda_i)}[\cdot]$ 表示对 $(\cdot)$ 求除了 $q(\Lambda_j)$ 外其他 $q(\Lambda_i)$ 乘积的期望。

$$p(\mathbf{Y}_p, \Lambda) = p(\mathbf{Y}_p | \mathbf{h}, \mathbf{i}_p, \varepsilon) p(\mathbf{h}; \lambda_{1:L}) p(\mathbf{i}_p; \lambda_{L+1:L+N_p}) p(\lambda) p(\varepsilon). \quad (10)$$

由于任一 $q^*(\Lambda_j)$ 的求解依赖于其他参数 Λ_i , 因

此可迭代更新各参数,依次求得各参数的最优解。

设 $\mu_{(\cdot)}$ 和 $\Sigma_{(\cdot)}$ 分别表示期望和协方差,则 $\mathbf{h}$ 中第 j 个元素平方的期望可以表示为 $\mu_{h_j^2} = \langle |\mathbf{h}_j|^2 \rangle_{q(\mathbf{h})} = \Sigma_{\mathbf{h}}(j, j) + [\mu_{\mathbf{h}}(j)]^2, j = 1, 2, \dots, L$, 同理 $\mathbf{i}$ 中第 j 个元素平方的期望可以表示为 $\mu_{i_j^2} = \langle |\mathbf{i}_{p,j-L}|^2 \rangle_{q(\mathbf{i}_p)} = \Sigma_{\mathbf{i}}(j-L, j-L) + [\mu_{\mathbf{i}}(j-L)]^2, j = L+1, \dots, L+N_p$ 。令 $\widehat{\lambda}_m = \langle \lambda_m \rangle_{q(\lambda_m)}, m = 1, \dots, L+N_p$, $\widehat{\lambda}_{1:L} = [\widehat{\lambda}_1, \widehat{\lambda}_2, \dots, \widehat{\lambda}_L]^T$, $\widehat{\lambda}_{L+1:L+N_p} = [\widehat{\lambda}_{L+1}, \widehat{\lambda}_{L+2}, \dots, \widehat{\lambda}_{L+N_p}]^T$, 由附录 A 可得 $q(\varepsilon)$, $q(\mathbf{h})$, $q(\mathbf{i}_p)$ 和 $q(\lambda)$ 分别满足

$$q(\varepsilon) = \mathcal{G}\left(\varepsilon; \frac{N_p}{2} + c, \rho\right), \quad (11)$$

$$q(\mathbf{h}) = \mathcal{CN}(\mathbf{h} | \mu_{\mathbf{h}}, \Sigma_{\mathbf{h}}), \quad (12)$$

$$q(\mathbf{i}_p) = \mathcal{CN}(\mathbf{i}_p | \mu_{\mathbf{i}}, \Sigma_{\mathbf{i}}), \quad (13)$$

$$q(\lambda_{1:L}) = \prod_{j=1}^L \mathcal{G}\left(\lambda_j; a_1 + \frac{1}{2}, b_1 + \frac{1}{2}\mu_{h_j^2}\right), j = 1, \dots, L, \quad (14)$$

$$q(\lambda_{L+1:L+N_p}) = \prod_{j=L+1}^{L+N_p} \mathcal{G}\left(\lambda_j; a_2 + \frac{1}{2}, b_2 + \frac{1}{2}\mu_{i_j^2}\right), \quad (15)$$

$$j = L+1, \dots, L+N_p,$$

式中

$$\rho = \frac{1}{2} \|Y_p - \mathbf{M}_p \mu_{\mathbf{h}} - \mathbf{F}_p \mu_{\mathbf{i}}\|^2 + \frac{1}{2} \text{tr}(\mathbf{M}_p \Sigma_{\mathbf{h}} \mathbf{M}_p^H + \mathbf{F}_p \Sigma_{\mathbf{i}} \mathbf{F}_p^H) + d, \quad (16)$$

$$\widehat{\varepsilon} = \langle \varepsilon \rangle_{q(\varepsilon)} = \frac{N_p/2 + c}{\rho}, \quad (17)$$

$$\mu_{\mathbf{h}} = \widehat{\varepsilon} \Sigma_{\mathbf{h}} \mathbf{M}_p^H (Y_p - \mathbf{F}_p \mu_{\mathbf{i}}), \quad (18)$$

$$\Sigma_{\mathbf{h}} = [\widehat{\varepsilon} \mathbf{M}_p^H \mathbf{M}_p + \text{diag}(\widehat{\lambda}_{1:L})]^{-1},$$

$$\mu_{\mathbf{i}} = \widehat{\varepsilon} \Sigma_{\mathbf{i}} \mathbf{F}_p^H (Y_p - \mathbf{M}_p \mu_{\mathbf{h}}), \quad (19)$$

$$\Sigma_{\mathbf{i}} = [\widehat{\varepsilon} \mathbf{F}_p^H \mathbf{F}_p + \text{diag}(\widehat{\lambda}_{L+1:L+N_p})]^{-1},$$

$$\widehat{\lambda}_j = \frac{a_1 + 1/2}{b_1 + \mu_{h_j^2}/2}, j = 1, \dots, L, \quad (20)$$

$$\widehat{\lambda}_j = \frac{a_2 + 1/2}{b_2 + \mu_{i_j^2}/2}, j = L+1, \dots, L+N_p. \quad (21)$$

总结基于 VBI 的信道估计方法步骤如表 1 所示。按照表 1 步骤迭代收敛后得到信道估计值 $\widehat{\mathbf{h}}_{\text{VBI}}$, 此时可利用迫零 (Zero-forcing, ZF) 均衡^[26]在 OFDM 接收端得到均衡后的符号, 然后根据发射端规则重构接收信号 $\bar{\mathbf{y}}$, 与实际接收信号相减, 设置合理阈值 T , 即可估计出时域全部的脉冲干扰 $\widehat{\mathbf{i}}$:

$$\widehat{\mathbf{i}}[n] = \begin{cases} y[n] - \bar{y}[n], & y[n] - \bar{y}[n] \geq T, \\ 0, & y[n] - \bar{y}[n] < T, \end{cases} \quad (22)$$

$$n = 0, 1, \dots, N-1.$$

将该脉冲干扰从实际接收信号中减去, 然后直接进行均衡即可。图 1 为基于 VBI 的信道估计和脉冲干扰抑制流程。ZF 均衡的目的主要是用于产生符号的估计值, 以提供给后续的联合估计方法作为迭代的初始值。同样地, 也可以选取其他均衡器来产生符号的初始估计值, 出于简化考虑, 本文选取了较为简单的 ZF 均衡, 从而不额外增加系统的复杂度。

3 基于全部子载波的信道、干扰和符号联合估计

本节考虑将符号估计代入 VBI 框架, 第 2 节中基于导频的信道估计可扩展为基于全部子载波的信道、干扰和符号联合估计 (JVBI), 进一步提升符号估计精度。令 $\mathbf{M} = \mathbf{X}\mathbf{F}_L$, 由式 (2) 可得

$$\mathbf{Y} = \mathbf{M}\mathbf{h} + \mathbf{F}\mathbf{i} + \mathbf{W}. \quad (23)$$

定义 $\mathbf{i}$ 的先验分布为

$$p(\mathbf{i}; \lambda_{L+1:L+N}) \sim \mathcal{CN}\left(0, \text{diag}\left(\frac{1}{\lambda_{L+1:L+N}}\right)\right), \quad (24)$$

式中, $\lambda_{L+1:L+N} = [\lambda_{L+1}, \lambda_{L+2}, \dots, \lambda_{L+N}]^T$ 。定义 $\lambda_{L+1:L+N}$ 先

表 1 基于 VBI 的信道估计方法步骤

输入: 观测向量 $\mathbf{Y}_p$, 字典矩阵 $\mathbf{M}_p$, 傅里叶矩阵 $\mathbf{F}_p$, 最大迭代次数 K , 迭代终止门限 δ 。
初始化: 迭代次数 $k=0$, $\Sigma_{\mathbf{h}}$ 和 $\Sigma_{\mathbf{i}}$ 均为单位矩阵, $\mu_{\mathbf{h}}$, $\mu_{\mathbf{i}}$, $\widehat{\lambda}_{1:L}$ 和 $\widehat{\lambda}_{L+1:L+N_p}$ 均为全 0 向量, $a_1 = b_1 = a_2 = b_2 = c = d = 0$ 。
迭代过程: (1) 根据式(17)更新 $\widehat{\varepsilon}$; (2) 根据式(18)更新 $\mu_{\mathbf{h}}$ 和 $\Sigma_{\mathbf{h}}$; (3) 根据式(19)更新 $\mu_{\mathbf{i}}$ 和 $\Sigma_{\mathbf{i}}$; (4) 根据式(20)和式(21)分别更新 $\widehat{\lambda}_{1:L}$ 和 $\widehat{\lambda}_{L+1:L+N_p}$ 。
终止判决: 若 $k < K$ 且 $\ \mu_{\mathbf{h}}^{(k)} - \mu_{\mathbf{h}}^{(k-1)}\ _2^2 \geq \delta$, 重复迭代过程, 其中, 上标 (k) 表示第 k 次迭代, $\ \cdot\ _2$ 表示向量的二范数; 否则, 迭代终止。
输出信道的最优估计: $\widehat{\mathbf{h}}_{\text{VBI}} = \mu_{\mathbf{h}}^{(k)}$ 。

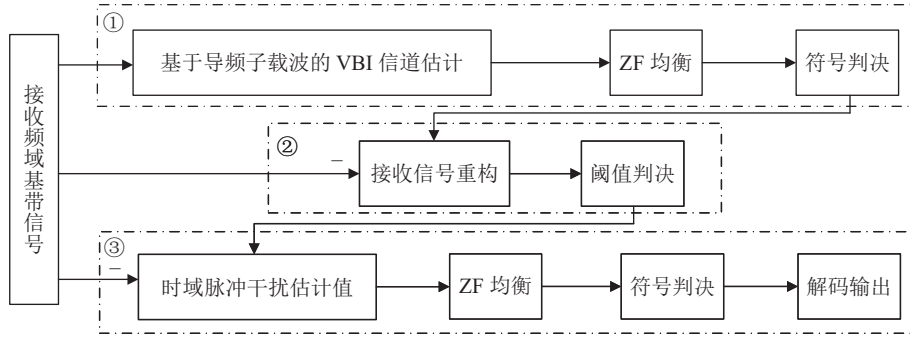


图 1 基于 VBI 的信道估计和干扰抑制方法框图

验概率分布为

$$p(\lambda_{L+1:L+N}) = \prod_{i=L+1}^{L+N} \mathcal{G}(\lambda_i; a_2, b_2). \quad (25)$$

令 $\lambda = [\lambda_{1:L}^T, \lambda_{L+1:L+N}^T]^T$, $\Lambda = \{\mathbf{h}, \mathbf{i}, \lambda, \varepsilon, \mathbf{X}\}$, 则联合概率分布可以表示为

$$p(\mathbf{Y}, \Lambda) = p(\mathbf{Y} | \mathbf{h}, \mathbf{i}, \varepsilon; \mathbf{X}) p(\mathbf{h}; \lambda_{1:L}) p(\mathbf{i}; \lambda_{L+1:L+N}) p(\lambda) p(\varepsilon). \quad (26)$$

引入分布 $q(\mathbf{X}, \mathbf{h}, \mathbf{i}, \lambda, \varepsilon)$ 拟合后验分布 $p(\mathbf{X}, \mathbf{h}, \mathbf{i}, \lambda, \varepsilon | \mathbf{Y})$, 由式 (8) 同理可得

$$q(\mathbf{X}, \mathbf{h}, \mathbf{i}, \lambda, \varepsilon) = q(\mathbf{X}) q(\mathbf{h}) q(\mathbf{i}) q(\lambda) q(\varepsilon). \quad (27)$$

与 Λ 中的其他参数不同, 由于待估计符号 $\mathbf{X}$ 的复杂性, 其变分分布无法由某一确定分布给出, 因此可以根据下式求解 $\mathbf{X}$ 的最大似然估计:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{X}} = \arg \max_{\mathbf{X}} \left\langle \ln p(\mathbf{Y} | \hat{\mathbf{h}}, \hat{\mathbf{i}}, \varepsilon; \mathbf{X}) \right\rangle_{q(\mathbf{h})q(\mathbf{i})q(\lambda)q(\varepsilon)} = \\ \arg \min_{\mathbf{X}} [\|\mathbf{Y} - \mathbf{M}\boldsymbol{\mu}_h - \mathbf{F}\boldsymbol{\mu}_i\|^2 + \\ \text{tr}(\mathbf{M}\boldsymbol{\Sigma}_h\mathbf{M}^H + \mathbf{F}\boldsymbol{\Sigma}_i\mathbf{F}^H)], \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(i) = \arg \min_{\mathbf{X}(i) \in \Psi} \{ \|\mathbf{Y}(i) - \mathbf{X}(i)\mathbf{F}_L(i, \cdot)\boldsymbol{\mu}_h - \mathbf{F}(i, \cdot)\boldsymbol{\mu}_i\|^2 + \\ \mathbf{C}(i, i) |\mathbf{X}(i)|^2 + \mathbf{D}(i, i) \}, \end{aligned} \quad (29)$$

式中, $i \in \mathcal{A}_{N_d}$ 为数据符号索引, Ψ 为星座图映射符号集合, $\mathbf{F}_L(i, \cdot)$ 代表 $\mathbf{F}_L$ 的第 i 行, $\mathbf{C} = \mathbf{F}_L\boldsymbol{\Sigma}_h\mathbf{F}_L^H$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\boldsymbol{\Sigma}_i\mathbf{F}^H$.

与第 2 节推导类似, 令 $q(\mathbf{X}, \mathbf{h}, \mathbf{i}, \lambda, \varepsilon)$ 与 $p(\mathbf{X}, \mathbf{h}, \mathbf{i}, \lambda, \varepsilon | \mathbf{Y})$ 之间的后向 KL 散度最小, 可分别得到变分分布 $q(\varepsilon)$, $q(\mathbf{h})$, $q(\mathbf{i})$, $q(\lambda)$ 为

$$q(\varepsilon) = \mathcal{G}\left(\varepsilon; \frac{N}{2} + c, \rho\right), \quad (30)$$

$$q(\mathbf{h}) = \mathcal{CN}(\mathbf{h} | \boldsymbol{\mu}_h, \boldsymbol{\Sigma}_h), \quad (31)$$

$$q(\mathbf{i}) = \mathcal{CN}(\mathbf{i} | \boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\Sigma}_i), \quad (32)$$

$$q(\lambda_{1:L}) = \prod_{j=1}^L \mathcal{G}\left(\lambda_j; a_1 + \frac{1}{2}, b_1 + \frac{1}{2}\mu_{i_j}\right), \quad j = 1, \dots, L, \quad (33)$$

$$\begin{aligned} q(\lambda_{L+1:L+N}) = \prod_{j=L+1}^{L+N} \mathcal{G}\left(\lambda_j; a_2 + \frac{1}{2}, b_2 + \frac{1}{2}\mu_{i_j}\right), \\ j = L+1, \dots, L+N, \end{aligned} \quad (34)$$

式中

$$\rho = \frac{1}{2} \|\mathbf{Y} - \mathbf{M}\boldsymbol{\mu}_h - \mathbf{F}\boldsymbol{\mu}_i\|^2 + \frac{1}{2} \text{tr}(\mathbf{M}\boldsymbol{\Sigma}_h\mathbf{M}^H + \mathbf{F}\boldsymbol{\Sigma}_i\mathbf{F}^H) + d, \quad (35)$$

$$\widehat{\varepsilon} = \frac{N/2 + c}{\rho}, \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\mu}_h = \widehat{\varepsilon} \boldsymbol{\Sigma}_h \mathbf{M}^H (\mathbf{Y} - \mathbf{F}\boldsymbol{\mu}_i), \\ \boldsymbol{\Sigma}_h = [\widehat{\varepsilon} \mathbf{M}^H \mathbf{M} + \text{diag}(\widehat{\lambda}_{1:L})]^{-1}, \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\mu}_i = \widehat{\varepsilon} \boldsymbol{\Sigma}_i \mathbf{F}^H (\mathbf{Y} - \mathbf{M}\boldsymbol{\mu}_h), \\ \boldsymbol{\Sigma}_i = [\widehat{\varepsilon} \mathbf{F}^H \mathbf{F} + \text{diag}(\widehat{\lambda}_{L+1:L+N})]^{-1}, \end{aligned} \quad (38)$$

$$\widehat{\lambda}_j = \frac{a_1 + 1/2}{b_1 + \frac{1}{2}\boldsymbol{\Sigma}_h(j, j) + \frac{1}{2}[\boldsymbol{\mu}_h(j)]^2}, \quad j = 1, \dots, L, \quad (39)$$

$$\begin{aligned} \widehat{\lambda}_j = \frac{a_2 + 1/2}{b_2 + \frac{1}{2}\boldsymbol{\Sigma}_i(j-L, j-L) + \frac{1}{2}[\boldsymbol{\mu}_i(j-L)]^2}, \\ j = L+1, \dots, L+N. \end{aligned} \quad (40)$$

总结基于全部子载波的信道、干扰和符号联合估计步骤如表 2 所示。在 VBI 框架中代入未知符号进行估计时, 需要给出全部子载波上符号的初始迭代值, 为了避免累积误差, 本文将第 2 节中 VBI 方法得到的判决符号作为初值传递给 JVBI 方法。

4 复杂度对比分析

对所提方法与文献 [23] 中基于导频的 SBL 的联合估计方法进行复杂度对比分析。虽然文献 [23] 中信道长度为 N_p , 但其有效信道长度仍为 L , 因此可将联合向量的维度由 $2N_p$ 简化为 $L+N_p$ 。表 3 对比了基于 SBL 的联合估计方法和本文所提方法一次迭代的计算复杂度, 其中, ISBL 方法表示采用文献 [23]

表 2 基于全部子载波的信道、干扰和符号联合估计步骤

输入: 初始符号矩阵 $\mathbf{X}$, 观测向量 $\mathbf{Y}$, 字典矩阵 $\mathbf{M}$, 傅里叶矩阵 $\mathbf{F}$, 最大迭代次数 K , 迭代终止门限 δ 。	
初始化:	
迭代次数 $k=0$, Σ_h 和 Σ_i 均为单位矩阵, $\mu_h, \mu_i, \hat{\lambda}_{1:L}$ 和 $\hat{\lambda}_{L+1:L+N}$ 均为全0向量, $a_1=b_1=a_2=b_2=c=d=0$ 。	
迭代过程:	
(1) 根据式(36)更新 $\hat{\varepsilon}$;	
(2) 根据式(37)更新 μ_h 和 Σ_h ;	
(3) 根据式(38)更新 μ_i 和 Σ_i ;	
(4) 根据式(39)和式(40)分别更新 $\hat{\lambda}_{1:L}$ 和 $\hat{\lambda}_{L+1:L+N}$;	
(5) 根据式(29)在 $i \in \mathcal{A}_{N_d}$ 范围内找到每一个符号 $X(i)$ 的最优估计。	
终止判决:	
若 $k < K$ 且 $\ \mu_h^{(k)} - \mu_h^{(k-1)}\ _2^2 \geq \delta$, 重复迭代过程; 否则, 迭代终止。	
输出符号的最优估计: $\hat{\mathbf{X}}_{\text{JVBI}} = \mathbf{X}^{(k)}$ 。	

表 3 几种脉冲干扰抑制方法复杂度对比

ISBL	$O((L+N_p)^3)$
JISBL	$O((L+N)^3)$
VBI	$\begin{cases} O(N_p^3 + L^2 N_p), & L < N_p \\ O(N_p^3 + L^3), & L \geq N_p \end{cases}$
JVBI	$O(L^3 + N^3)$

中基于导频子载波的 SBL 干扰、信道联合估计方法得到信道估计值后,再利用本文方法进行干扰抑制, JISBL 表示文献 [23] 中的基于全部子载波的 SBL 干扰、信道和符号联合估计方法, VBI 表示基于导频子载波的 VBI 信道估计和干扰抑制方法, JVBI 表示基于全部子载波的 VBI 干扰、信道和符号联合估计方法。由于本文所提方法分离了脉冲干扰向量和信道向量,因此 VBI 和 JVBI 计算复杂度远小于 ISBL 和 JISBL。

图 2 为上述四种方法的收敛速度曲线,其中纵轴代表信道估计结果与图 3 仿真信道之间的均方误差 (MSE), 其中 $\text{MSE} = (1/L)\|\mathbf{h} - \mathbf{h}_{\text{real}}\|_2^2$, $\mathbf{h}_{\text{real}}$ 表示真实信道向量, $\|\cdot\|_2$ 表示求向量的 2 范数。图中结果表明,几种方法的收敛速度相近,并且 VBI 和 JVBI 的方法能够达到更低 MSE。

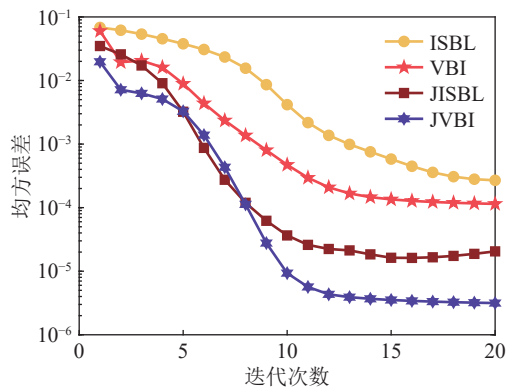


图 2 信噪比为 20 dB 时不同方法的收敛速度

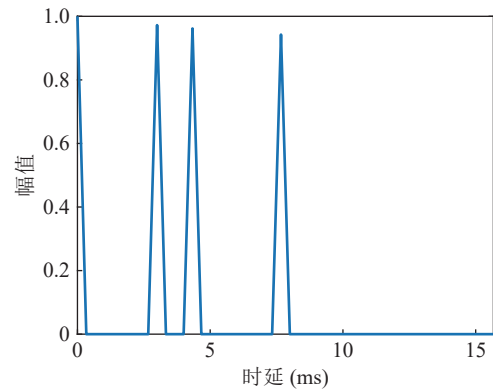


图 3 多途信道冲激响应

5 脉冲干扰下的性能仿真

仿真时采用 Bellhop 软件生成信道,设置参数为水深 200 m,发射换能器和水听器分别布放于水下 10 m 和 15 m,水平相距 2 km。生成的信道冲激响应如图 3 所示,四条声线经由不同路径达到接收端,最大多途时延为 7.67 ms。本节采用高斯混合模型作为脉冲噪声仿真模型进行算法验证。定义干噪比 (INR) 为

$$\text{INR} = \frac{E(\|\mathbf{i}\|^2)}{E(\|\mathbf{w}\|^2)}, \quad (41)$$

式中, $E(\cdot)$ 表示能量。假设脉冲干扰在混合噪声中出现的概率为 p , 令 $\mathbf{v}$ 表示总噪声, 包括脉冲干扰和背景高斯噪声, 则其概率密度可以表示为

$$f(\mathbf{v}) = p\text{CN}(0, \sigma_i^2 + \sigma_w^2) + (1-p)\text{CN}(0, \sigma_w^2), \quad (42)$$

式中, p 表示脉冲干扰出现的概率, σ_i^2 为脉冲干扰的方差, σ_w^2 为加性高斯白噪声的方差。

仿真共设置 512 个子载波, 其中 40 个导频子载波均匀分布。一个 OFDM 的符号长度为 128 ms, 循环前缀长度为 32 ms, 频带为 3~7 kHz, 采样频率 48 kHz, 调制方式采用 BPSK, 采用 1/2 码率的卷积码

进行信道编码。OFDM 信号经过水声多途信道后加入 $p=0.03$ 的 GMM 模拟脉冲噪声。本文脉冲干扰阈值 T 以 OFDM 符号的平均功率 $\bar{P}$ 作为基准, 令 $T = \sqrt{\zeta \bar{P}}$, 其中 ζ 为阈值系数。图 4 以经过裁剪预处理后的 LS 信道估计为例, 给出了信噪比 (SNR) 固定时叠加 GMM 脉冲噪声后系统误码率随系数 ζ 变化情况, 其中 INR=20 dB。随着 SNR 增大, 系统误码率随阈值系数变化的波动范围越大。总体来看, 在 $5 \leq \zeta \leq 10$ 的情况下, 系统误码率波动较小, 因此本文统一选择脉冲干扰阈值系数 $\zeta = 5$ 。

图 5 为不同信道估计算法下随信噪比变化的均方误差曲线, 其中 LS + Clipping 和 SBL + Clipping 分别表示经过裁剪预处理的 LS 和 SBL 信道估计方法。结果表明, 经过裁剪预处理的 LS 方法 MSE 最高, 性能最差。SBL + Clipping 方法优于前者, 但相比于 ISBL 方法仍有差距, 表明信道与脉冲干扰的联合估计方法效果好于简单的裁剪预处理。VBI 方法性能最好, 在仿真中, MSE 相比 ISBL 方法进一步提升了约 3 dB。

图 6 进一步展示了不同算法下随信噪比变化的误码率曲线。结果表明, 经过裁剪预处理的 LS 和 SBL 方法误码率最高, ISBL 和 JISBL 方法的误码率

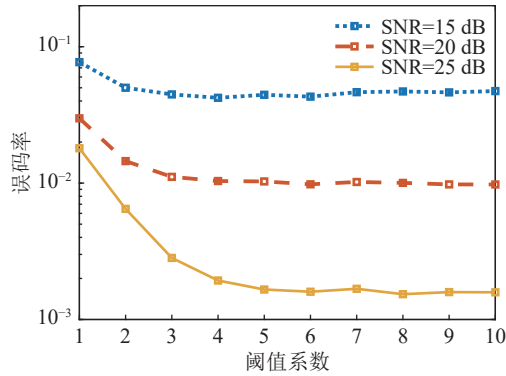


图 4 不同信噪比下随阈值系数变化的误码率曲线

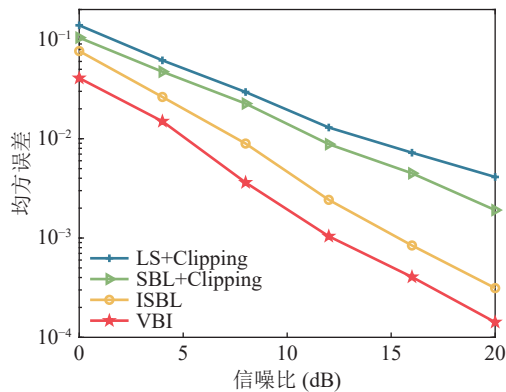


图 5 不同信道估计算法下随信噪比变化的均方误差曲线

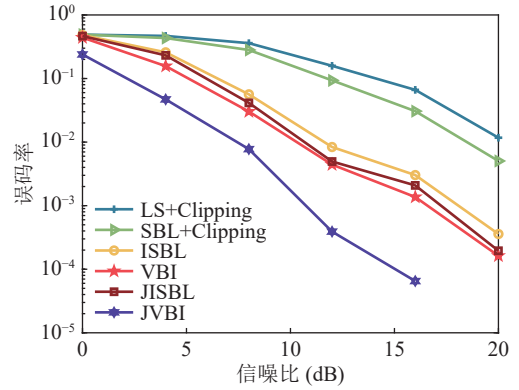


图 6 不同算法下随信噪比变化的误码率曲线

水平较前两者显著下降。相较之下, 本文所提基于 VBI 的脉冲干扰抑制方法由于分离估计信道向量和干扰向量, 误码率性能优于 ISBL。最后, JVBI 方法进一步提升了符号估计精度, 降低了系统误码率。随着 SNR 增大, JVBI 的性能优势也愈发显著。

6 半仿真试验

为进一步验证本文所提方法在实际脉冲干扰环境中的鲁棒性, 本节将利用松花江试验得到的通信数据叠加实际采集到的鼓虾噪声进行验证。2023 年 2 月 2 日, 在黑龙江省哈尔滨市松花江上进行了单输入多输出 (SIMO) 水声通信试验。声源处松花江深度 6.4 m (包括冰层厚度), 地理位置位于 $45^{\circ}47'53''N$, $126^{\circ}39'7''E$, 上层冰层厚度 0.7 m, 发射换能器深度 4 m。接收阵处松花江深度 8.4 m (包括冰层厚度), 地理位置为 $45^{\circ}47'38''N$, $126^{\circ}39'49''E$, 冰层厚度 0.7 m, 6 阵元的自容式水听器均匀线阵于水深 2 m 处等间距 (相邻阵元间隔 1 m) 向下布放。收发两端水平距离约 800 m。

图 7 为松花江试验中的 OFDM 信号帧结构示意图。发射信号共包括 512 个子载波, 其中 406 个数据子载波, 74 个导频子载波, 其余 32 个为空子载波。中心频率 12 kHz, 带宽 4 kHz, 其余参数与仿真一致。试验时一帧信号包括 5 个 OFDM 符号, 每个帧首尾均添加 10 kHz 至 14 kHz 的双曲调频 (Hyperbolic Frequency Modulation, HFM) 信号, 作为同步信号和多普勒估计信号, HFM 的持续时间为 500 ms, 与 OFDM 块之间的零保护间隔是 200 ms。试验中, 接收的 OFDM 信号首先基于帧前后的 HFM 信号进行了块多普勒补偿^[26-27], 之后采用了本文涉及的几种算法处理信号。

图 8 为接收一帧信号的时频图, 试验共接收到 150 帧信号。图 9 为松花江不同水听器处的信道估



图 7 松花江试验 OFDM 信号帧结构示意图

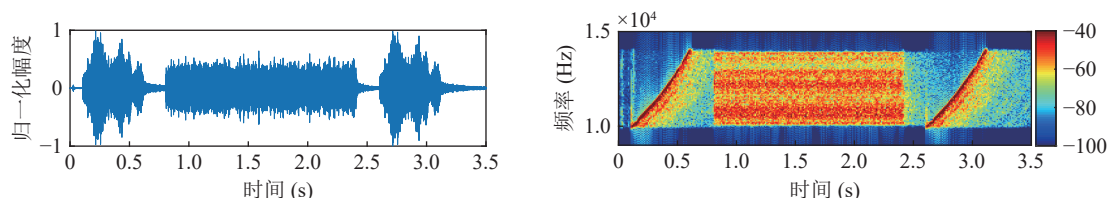


图 8 松花江试验接收的一帧 OFDM 信号时频图

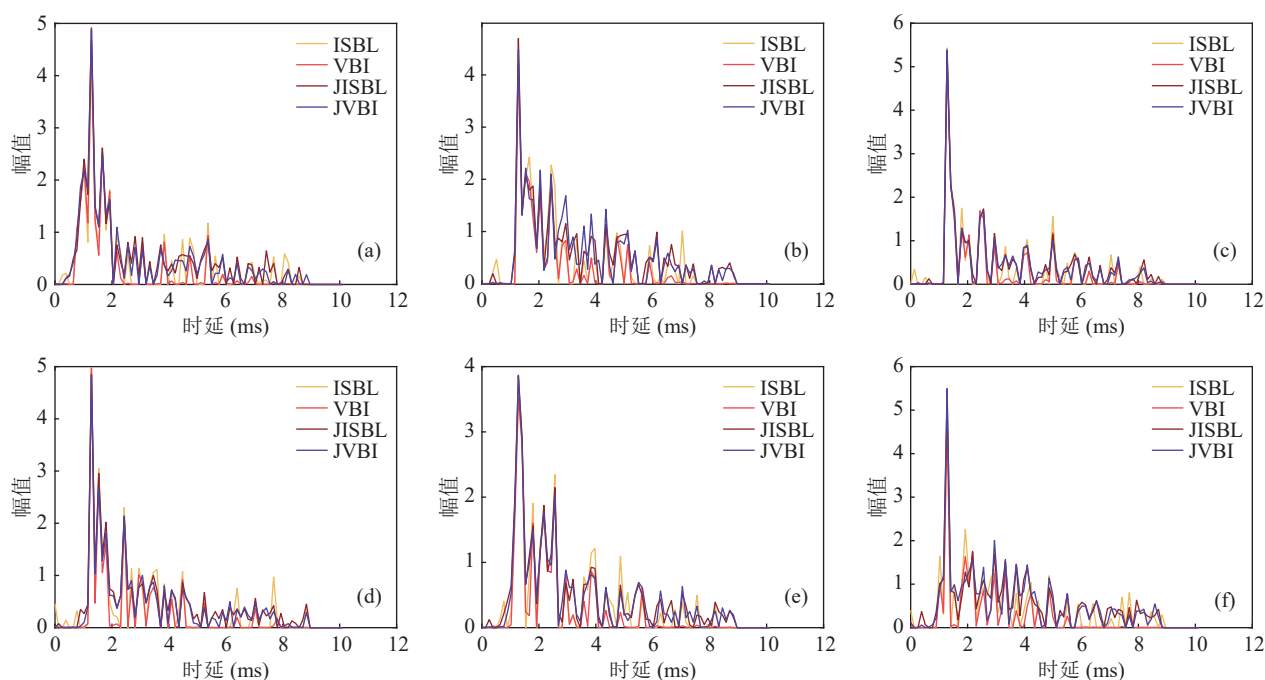


图 9 松花江不同水听器处信道估计结果 (a) 水听器 1; (b) 水听器 2; (c) 水听器 3; (d) 水听器 4; (e) 水听器 5; (f) 水听器 6

计结果, 结果表明试验水域多途结构较为复杂, 不同方法估计得到的信道冲激响应在整体结构上类似, 但仍存在一定的差异。图 10 为新加坡附近海域采集到的鼓虾噪声, 可以看出其中存在诸多强干扰。由于无法分离该鼓虾噪声中的背景高斯白噪声和强脉冲干扰, 因此将其分别以不同的信干噪比 (SINR) 叠加在实际数据中, 以验证本文所提方法性能。

接收数据包的误码率统计情况如图 11 所示, 本次试验仅对比 ISBL、JISBL、VBI 和 JVBI 四种干扰抑制方法。图中 I、II、III、IV 分别代表 ISBL、JISBL、VBI、JVBI, 不同颜色的柱状图表示维特比解码后的误码率所处误码区间不同 ($[0, 10^{-3}]$, $[10^{-3}, 10^{-2}]$, $[10^{-2}, 10^{-1}]$, $[10^{-1}, 1]$), 纵轴表明解码后的不同误码区间所占据的帧数。可以看出, 在该半仿真试验中, 随着 SINR 增加, 各方法解码后系统的误码率均呈现下

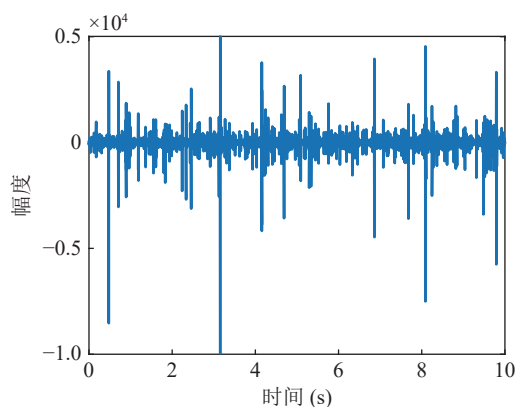


图 10 鼓虾噪声时域幅值图

降趋势, 且 JISBL 相比 ISBL、JVBI 相比 VBI 的性能增益均逐渐加大。四种方法表现出的性能排序依次为 $JVBI > VBI > JISBL > ISBL$, 说明所提基于 VBI 的两

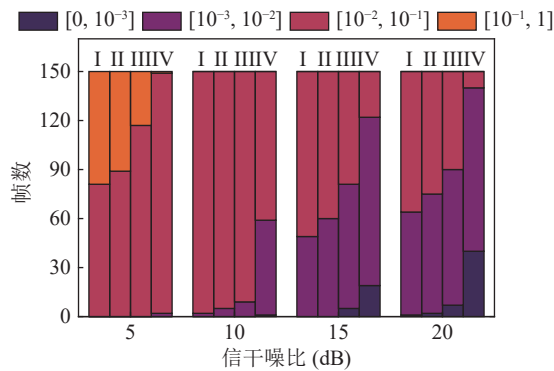


图 11 叠加不同 SINR 的鼓虾噪声时误码率统计情况

种干扰抑制方法相比两种 ISBL 方法表现出更好的鲁棒性。

7 结论

针对脉冲干扰环境中水声 OFDM 性能下降的问题, 本文提出了基于 VBI 的信道估计和符号联合估计方法。基于 VBI 中的平均场理论, 分离了干扰向量和信道向量, 利用简单的分布拟合待求的后验概率分布, 迭代更新各分布直至收敛, 得到信道向量的最优估计, 重构接收信号后利用阈值判决分离脉冲干扰, 有效抑制了脉冲干扰对于接收信号影响, 克服了 SBL 方法中联合向量带来的性能损失, 降低了计算复杂度, 提高了脉冲干扰下水声 OFDM 性能。在此基础上, 利用全部子载波上的符号信息, 将基于导频的 VBI 方法均衡得到的符号作为初值输入 VBI 框架迭代求解, 进一步提升了符号估计精度。仿真及试验结果表明, 本文所提方法在脉冲干扰环境下具有良好的鲁棒性。

参 考 文 献

- 王悦悦, 王海斌, 台玉朋, 等. 深海远程正交频分复用声通信块间迭代稀疏信道估计方法. *声学学报*, 2023; **48**(1): 16–26
- Zhao S, Yan S, Xi J. Adaptive turbo equalization for differential OFDM systems in underwater acoustic communications. *IEEE Trans. Veh. Technol.*, 2020; **69**(11): 13937–13941
- Zhao H, Yang C, Xu Y, et al. Model-driven based deep unfolding equalizer for underwater acoustic OFDM communications. *IEEE Trans. Veh. Technol.*, 2023; **72**(5): 6056–6067
- Li Z, Stojanovic M. Multicarrier acoustic communications in multiuser and interference-limited regimes. *IEEE J. Oceanic Eng.*, 2023; **48**(2): 542–553
- Qasem Z A H, Wang J, Leftah H A, et al. Real signal DHT-OFDM with index modulation for underwater acoustic communication. *IEEE J. Oceanic Eng.*, 2023; **48**(1): 246–259
- Ghosh M. Analysis of the effect of impulse noise on multicarrier and single carrier QAM systems. *IEEE Trans. Commun.*, 1996; **44**(2): 145–147
- Chitre M A, Potter J R, Ong S H. Optimal and near-optimal signal detection in snapping shrimp dominated ambient noise. *IEEE J. Oceanic Eng.*, 2006; **31**(2): 497–503
- Ma Y H, So P L, Gunawan E. Performance analysis of OFDM systems for broadband power line communications under impulsive noise and multipath effects. *IEEE Trans. Power Delivery*, 2005; **20**(2): 674–682
- Suraweera H A, Armstrong J. Noise bucket effect for impulse noise in OFDM. *Electron. Lett.*, 2004; **40**(18): 1156–1157
- Feng X, Wang J, Kuai X, et al. Message passing-based impulsive noise mitigation and channel estimation for underwater acoustic OFDM communications. *IEEE Trans. Veh. Technol.*, 2022; **71**(1): 611–625
- Lv X, Li Y, Wu Y, et al. Kalman filter based recursive estimation of slowly fading sparse channel in impulsive noise environment for OFDM systems. *IEEE Trans. Veh. Technol.*, 2020; **69**(3): 2828–2835
- 李娜娜, 李有明, 余明宸, 等. 水声通信中基于正则化阈值迭代的脉冲噪声抑制方法. *电信科学*, 2019; **35**(3): 76–83
- Chen P, Rong Y, Nordholm S, et al. Joint channel and impulsive noise estimation in underwater acoustic OFDM systems. *IEEE Trans. Veh. Technol.*, 2017; **66**(11): 10567–10571
- Rozic N, Banelli P, Begusic D, et al. Multiple-threshold estimators for impulsive noise suppression in multicarrier communications. *IEEE Trans. Signal Process.*, 2018; **66**(6): 1619–1633
- Zhu Y, Guo D, Honig M L. A message-passing approach for joint channel estimation, interference mitigation and decoding. *IEEE Trans. Wireless Commun.*, 2009; **8**(12): 6008–6018
- Kuai X, Sun H, Zhou S, et al. Impulsive noise mitigation in underwater acoustic OFDM systems. *IEEE Trans. Veh. Technol.*, 2016; **65**(10): 8190–8202
- Qiao G, Song Q, Ma L, et al. Sparse bayesian learning for channel estimation in time-varying underwater acoustic OFDM communication. *IEEE Access*, 2018; **6**: 56675–56684
- Al-Naffouri T Y, Quadeer A A, Caire G. Impulse noise estimation and removal for OFDM systems. *IEEE Trans. Commun.*, 2014; **62**(3): 976–989
- Liu S, Yang F, Ding W, et al. Double kill: Compressive-sensing-based narrow-band interference and impulsive noise mitigation for vehicular communications. *IEEE Trans. Veh. Technol.*, 2016; **65**(7): 5099–5109
- Chen P, Rong Y, Nordholm S, et al. Joint channel estimation and impulsive noise mitigation in underwater acoustic OFDM communication systems. *IEEE Trans. Wireless Commun.*, 2017; **16**(9): 6165–6178
- 吕新荣, 李有明, 余明宸. OFDM 系统的信道与脉冲噪声的联合估计方法. *通信学报*, 2018; **39**(3): 191–198
- Lv X, Li Y, Wu Y, et al. Joint channel estimation and impulsive noise mitigation method for OFDM systems using sparse Bayesian learning. *IEEE Access*, 2019; **7**: 74500–74510
- Wang S, He Z, Niu K, et al. New results on joint channel and impulsive noise estimation and tracking in underwater acoustic OFDM systems. *IEEE Trans. Wireless Commun.*, 2020; **19**(4): 2601–2612
- Prasad R, Murthy C R, Rao B D. Joint approximately sparse channel estimation and data detection in OFDM systems using sparse Bayesian learning. *IEEE Trans. Signal Process.*, 2014; **62**(14): 3591–3603

- 25 Tzikas D G, Likas A C, Galatsanos N P. The variational approximation for Bayesian inference. *IEEE Signal Process. Mag.*, 2008; **25**(6): 131–146
- 26 Farrukh F, Baig S, Mughal M J. Performance comparison of DFT-OFDM and wavelet-OFDM with zero-forcing equalizer for FIR channel equalization. International Conference on Electrical Engineering. IEEE, Lahore, Pakistan, 2007: 1–5
- 27 Sharif B S, Neasham J, Hinton O R, *et al.* A computationally efficient Doppler compensation system for underwater acoustic communications. *IEEE J. Oceanic Eng.*, 2000; **25**(1): 52–61

附录 A

根据式 (11) 和式 (12), 可分别更新 $q(\varepsilon)$, $q(\mathbf{h})$, $q(\mathbf{i}_p)$, $q(\lambda)$:

(1) 更新 $q(\varepsilon)$

$$\ln q(\varepsilon) \propto \left\langle \ln \left[p(\mathbf{Y}_p | \mathbf{h}, \mathbf{i}_p, \varepsilon) p(\varepsilon) \right] \right\rangle_{q(\mathbf{h})q(\mathbf{i}_p)q(\lambda)} \propto \left(\frac{N_p}{2} + c - 1 \right) \ln \varepsilon - \varepsilon \left[\frac{1}{2} \left\langle \|\mathbf{Y}_p - \mathbf{M}_p \mathbf{h} - \mathbf{F}_p \mathbf{i}_p\|^2 \right\rangle_{q(\mathbf{h})q(\mathbf{i}_p)} + d \right], \quad (\text{A1})$$

式中, $\|\cdot\|$ 表示向量的模。令 $\boldsymbol{\mu}_h = \langle \mathbf{h} \rangle_{q(\mathbf{h})}$, $\boldsymbol{\mu}_i = \langle \mathbf{i}_p \rangle_{q(\mathbf{i}_p)}$, $\boldsymbol{\Sigma}_h = \langle \|\mathbf{h} - \boldsymbol{\mu}_h\|^2 \rangle_{q(\mathbf{h})}$, $\boldsymbol{\Sigma}_i = \langle \|\mathbf{i}_p - \boldsymbol{\mu}_i\|^2 \rangle_{q(\mathbf{i}_p)}$, 有

$$\left\langle \|\mathbf{Y}_p - \mathbf{M}_p \mathbf{h} - \mathbf{F}_p \mathbf{i}_p\|^2 \right\rangle_{q(\mathbf{h})q(\mathbf{i}_p)} = \|\mathbf{Y}_p - \mathbf{M}_p \boldsymbol{\mu}_h - \mathbf{F}_p \boldsymbol{\mu}_i\|^2 + \text{tr}(\mathbf{M}_p \boldsymbol{\Sigma}_h \mathbf{M}_p^H + \mathbf{F}_p \boldsymbol{\Sigma}_i \mathbf{F}_p^H). \quad (\text{A2})$$

令 $\rho = \frac{1}{2} \|\mathbf{Y}_p - \mathbf{M}_p \boldsymbol{\mu}_h - \mathbf{F}_p \boldsymbol{\mu}_i\|^2 + \frac{1}{2} \text{tr}(\mathbf{M}_p \boldsymbol{\Sigma}_h \mathbf{M}_p^H + \mathbf{F}_p \boldsymbol{\Sigma}_i \mathbf{F}_p^H) + d$, 则式 (A1) 可写为

$$\ln q(\varepsilon) \propto \left(\frac{N_p}{2} + c - 1 \right) \ln \varepsilon - \varepsilon \rho. \quad (\text{A3})$$

式 (A3) 两边同取 e 指数并忽略常数项, 可得

$$q(\varepsilon) = \mathcal{G}\left(\varepsilon; \frac{N_p}{2} + c, \rho\right). \quad (\text{A4})$$

因此 ε 的期望可表示为

$$\widehat{\varepsilon} = \langle \varepsilon \rangle_{q(\varepsilon)} = \frac{N_p/2 + c}{\rho}. \quad (\text{A5})$$

(2) 更新 $q(\mathbf{h})$

$$\begin{aligned} \ln q(\mathbf{h}) &\propto \left\langle \ln \left[p(\mathbf{Y}_p | \mathbf{h}, \mathbf{i}_p, \varepsilon) p(\mathbf{h}; \lambda_{1:L}) \right] \right\rangle_{q(\varepsilon)q(\mathbf{i}_p)q(\lambda)} \propto \\ &-\frac{1}{2} \widehat{\varepsilon} \|\mathbf{Y}_p - \mathbf{M}_p \mathbf{h} - \mathbf{F}_p \boldsymbol{\mu}_i\|^2 - \frac{1}{2} \langle \mathbf{h}^H \text{diag}(\lambda_{1:L}) \mathbf{h} \rangle_{q(\lambda)} \propto \\ &-\frac{1}{2} \widehat{\varepsilon} \|\mathbf{Y}_p - \mathbf{M}_p \mathbf{h} - \mathbf{F}_p \boldsymbol{\mu}_i\|^2 - \frac{1}{2} \mathbf{h}^H \text{diag}(\widehat{\lambda}_{1:L}) \mathbf{h}. \end{aligned} \quad (\text{A6})$$

式 (A6) 两边同取 e 指数, 得

$$q(\mathbf{h}) = \mathcal{CN}(\mathbf{h} | \boldsymbol{\mu}_h, \boldsymbol{\Sigma}_h), \quad (\text{A7})$$

式中, 信道 $\mathbf{h}$ 的期望和协方差分别为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\mu}_h &= \widehat{\varepsilon} \boldsymbol{\Sigma}_h \mathbf{M}_p^H (\mathbf{Y}_p - \mathbf{F}_p \boldsymbol{\mu}_i), \\ \boldsymbol{\Sigma}_h &= [\widehat{\varepsilon} \mathbf{M}_p^H \mathbf{M}_p + \text{diag}(\widehat{\lambda}_{1:L})]^{-1}. \end{aligned} \quad (\text{A8})$$

(3) 更新 $q(\mathbf{i}_p)$

$$\begin{aligned} \ln q(\mathbf{i}_p) &\propto \left\langle \ln \left[p(\mathbf{Y}_p | \mathbf{h}, \mathbf{i}_p, \varepsilon) p(\mathbf{i}_p; \lambda_{L+1:L+N_p}) \right] \right\rangle_{q(\varepsilon)q(\mathbf{h})q(\lambda)} \propto \\ &-\frac{1}{2} \widehat{\varepsilon} \|\mathbf{Y}_p - \mathbf{M}_p \boldsymbol{\mu}_h - \mathbf{F}_p \mathbf{i}_p\|^2 - \frac{1}{2} \langle \mathbf{i}_p^H \text{diag}(\lambda_{L+1:L+N_p}) \mathbf{i}_p \rangle_{q(\lambda)} \propto \\ &-\frac{1}{2} \widehat{\varepsilon} \|\mathbf{Y}_p - \mathbf{M}_p \boldsymbol{\mu}_h - \mathbf{F}_p \mathbf{i}_p\|^2 - \frac{1}{2} \mathbf{i}_p^H \text{diag}(\widehat{\lambda}_{L+1:L+N_p}) \mathbf{i}_p. \end{aligned} \quad (\text{A9})$$

式 (A9) 两边同取 e 指数, 得

$$q(\mathbf{i}_p) = \mathcal{CN}(\mathbf{i}_p | \boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\Sigma}_i), \quad (\text{A10})$$

式中, 脉冲干扰 $\mathbf{i}_p$ 的期望和协方差分别为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\mu}_i &= \widehat{\varepsilon} \boldsymbol{\Sigma}_i \mathbf{F}_p^H (\mathbf{Y}_p - \mathbf{M}_p \boldsymbol{\mu}_h), \\ \boldsymbol{\Sigma}_i &= [\widehat{\varepsilon} \mathbf{F}_p^H \mathbf{F}_p + \text{diag}(\widehat{\lambda}_{L+1:L+N_p})]^{-1}. \end{aligned} \quad (\text{A11})$$

(4) 更新 $q(\lambda)$

λ 包括 $\lambda_{1:L}$ 和 $\lambda_{L+1:L+N_p}$ 两部分, 在此分别进行更新。

$$\begin{aligned} \ln q(\lambda_{1:L}) &\propto \left\langle \ln [p(\mathbf{h}; \lambda_{1:L}) p(\lambda_{1:L})] \right\rangle_{q(\mathbf{h})} \propto \\ &\left(\frac{1}{2} + a_1 - 1 \right) \sum_{j=1}^L \ln \lambda_j - b_1 \sum_{j=1}^L \lambda_j - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^L \lambda_j \langle |h_j|^2 \rangle_{q(\mathbf{h})} \propto \\ &\left(\frac{1}{2} + a_1 - 1 \right) \sum_{j=1}^L \ln \lambda_j - b_1 \sum_{j=1}^L \lambda_j - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^L \lambda_j \mu_{h_j^2}, \quad j=1, 2, \dots, L. \end{aligned} \quad (\text{A12})$$

式 (A12) 两边同求 e 指数, 得

$$q(\lambda_{1:L}) = \prod_{j=1}^L \mathcal{G}\left(\lambda_j; a_1 + \frac{1}{2}, b_1 + \frac{1}{2} \mu_{h_j^2}\right), \quad j=1, 2, \dots, L, \quad (\text{A13})$$

且

$$\widehat{\lambda}_j = \frac{a_1 + 1/2}{b_1 + \mu_{h_j^2}/2}, \quad j=1, \dots, L. \quad (\text{A14})$$

同理

$$\begin{aligned} \ln q(\lambda_{L+1:L+N_p}) &\propto \left\langle \ln [p(\mathbf{i}_p; \lambda_{L+1:L+N_p}) p(\lambda_{L+1:L+N_p})] \right\rangle_{q(\mathbf{i}_p)} \propto \\ &\left(\frac{1}{2} + a_2 - 1 \right) \sum_{j=L+1}^{L+N_p} \ln \lambda_j - b_2 \sum_{j=L+1}^{L+N_p} \lambda_j - \frac{1}{2} \sum_{j=L+1}^{L+N_p} \lambda_j \mu_{i_j^2}. \end{aligned} \quad (\text{A15})$$

式 (A15) 两边同求 e 指数, 得

$$\begin{aligned} q(\lambda_{L+1:L+N_p}) &= \prod_{j=L+1}^{L+N_p} \mathcal{G}\left(\lambda_j; a_2 + \frac{1}{2}, b_2 + \frac{1}{2} \mu_{i_j^2}\right), \\ j &= L+1, \dots, L+N_p, \end{aligned} \quad (\text{A16})$$

且

$$\widehat{\lambda}_j = \frac{a_2 + 1/2}{b_2 + \mu_{i_j^2}/2}, \quad j=L+1, \dots, L+N_p. \quad (\text{A17})$$

至此, $q(\varepsilon)$, $q(\mathbf{h})$, $q(\mathbf{i}_p)$ 和 $q(\lambda)$ 的更新公式全部推导完毕。