

回忆周光召老师——兼议闭路格林函数理论发展

李定平[†]

(北京大学物理学院 北京 100871)

2024-12-02收到

[†] email: lidp@pku.edu.cn

DOI: 10.7693/wl20250110

CSTR: 32040.14.wl20250110

大概1985、1986年，周光召先生在清华大学(以下简称清华)物理系任系主任时，我是他在清华招收的研究生，由此开始接触到周老师，得到他的指导和教诲。那时吴岳良和谢彦波还在中国科学院理论物理研究所，他们是周老师的高年级研究生。记得当时周老师经常请我们一起去他家(在九所的宿舍)，周师母也和我们一起吃饭。我第一次吃火锅就是在周老师家中。从这里不难看出，他对学生是非常关照的。不仅是学业上指导，在生活中也非常关心我们。此外，聆听周老师的教诲，我感觉到他有非常深的爱国主义情怀。他对清华大学能为国家培养出一代又一代的有用人才，对清华大学的人才培养是相当赞赏的。周老师本科毕业于清华，他有非常深的清华情怀。

现在我在北京大学(以下简称北

大)物理学院理论物理研究所工作，也算追随周光召老师在北大留校当老师的足迹。周老师曾是北大理论物理所的老师(理论所当时是理论室)，实际在北大有近20年时间。从平时周老师跟我们的聊天中，确实感觉到他是非常忧国忧民的。我记得有一次，大概是1986年左右，他强调我们国家虽然在进步，但是先进国家发展的步伐(学术上)比我们更快，之间的距离好像越来越远了。所以他当时对国家的科技发展是非常忧心的，对国家的发展始终念念不忘。

读研究生时，周光召老师让我学习闭路格林函数，并去做一些相关的计算。周老师学术功力非常深厚，特别是量子场论和多体理论方面的造诣是世界级别的。当时我不太理解闭路格林函数，有些内容看得不深不透。非常遗憾，我没有坚持在闭路格林函数研究这个方向走下去。回想起来，我是相当后悔。

我当时没有按闭路格林函数的历史发展学习，没有循序渐进地了解闭路格林函数发展的历史脉络，从而

没有得到足够的动机激励我去深入理解闭路格林函数。1987年到1988年间，在中国科学院理论物理研究所，我经常参加郭汉英老师组织的共形场论和弦论方面的研讨。那段时间碰到侯伯宇老师，我和他的学生岳瑞宏一起做了一个共形场论方面的工作。因此学习闭路格林函数虽然开了一个头，但是后来没有坚持。直到2000年左右，我开始用Ginzburg—Landau(GL)理论来研究高温超导的磁通相图和磁通动力学，到最近我专注强关联系统的多体理论研究，由于相关工作涉及到动力学，我会经常回过头来读周光召老师和他的同事在闭路格林函数方面的工作。这些工作对我的启发很多，在文章末尾我会提到我在这方面工作的一些细节。

现在我们回顾周光召老师与合作者在闭路格林函数方面的工作。最早我是想直接读懂文献[1]，*Physics Reports* 那篇综述文章。当时看的时候非常难理解，不理解工作背后的学术思考和动机。现在想想，当时应该去读周老师和同事之前的非综述文章，才能真正理解背后的物理意义和学术思想。但当时找文献很不方便，也不容易复印资料(复印费用对比研究生津贴算很贵)，就没有努力去找他们过去发表的工作，因此没有循序渐进地理解闭路格林函数理论发展的历史、能



图1 2009年周光召先生八十寿诞庆祝会上留影(左起：李定平，周光召，吴岳良)

研究和解决的问题,以及理论背后的动机和思路等等。现在通过网络来查找文献相当方便,感兴趣的同学或者研究人员可以自行下载阅读。

在凝聚态物理中,如从电子哈密顿量出发的多体理论,是微观基础理论。但是研究的很多问题,如第二类超导体的磁通研究,相图和动力学研究,是从介观尺度的Ginzburg—Landau这样的唯象理论出发。从微观多体理论来研究一些问题(如磁通相图和动力学)反而不可行或者很困难。超导的GL理论是在超导BCS理论出现之前发展出来的。Abrikosov基于超导的GL理论,预言了第二类超导体的存在。第二类超导体的磁通研究是超导体研究的一个重要方向,其研究既有基础研究的重要性,也对超导态的应用非常重要。Lev Gor'kov在BCS理论出现之后,才从BCS理论出发,推导出基于超导序参量(库珀对波函数)的GL理论。Gor'kov的工作显示,可以从微观理论出发计算GL理论中出现的参数。GL理论推广到动力学理论(适用于临界点附近,即动态临界现象),是含时的GL理论。这个理论当然也是唯象的,它被广泛用来研究超导的动力学问题,如磁通动力学研究等。如何从微观多体理论出发,推导出相关序参量(不限于超导序参量)的动力学方程(如含时的GL理论),是闭路格林函数理论的一个重要应用。序参量Ginzburg—Landau平衡态或者动力学方程是自洽理论,可以通过一些假设得到,不必通过微观理论出发推导得到(如超导的GL理论出现在超导微观BCS之前)。如果序参量是耗散不守恒的,满足的方程是传统含时GL理论。一般的含时GL方程称为A型方程。如果序参量是守恒的,

方程是B型方程。如果序参量既有耗散又有守恒,得到的方程组(守恒和不守恒序参量满足的方程组),称为C型方程。这些唯象方程的详细论述可以参考文献[2]。如何从基本理论出发,推导出这些动力学方程,并推导出动力学方程中出现的参数,从而给这些唯象方程一个坚实的理论基础,这正是发展闭路格林函数的一个主要动机。

周光召老师和同事发展的闭路格林函数,其理论框架是用时间的闭路积分(时序格林函数,时序是定义在从时间负无穷到正无穷,然后从正无穷回到负无穷的时间路径上)。用连接关联函数的生成泛函,和其通过勒让德变换得到顶角函数的生成泛函(vertex functional),可以非常简洁地阐述闭路格林函数的理论框架(实际上量子场论也是如此)。顶角函数的生成泛函对研究对称性自发破缺和相关的关联函数恒等式(Ward恒等式)至关重要,特别是Ward—Takahashi恒等式是推导序参量满足的动力学方程最重要的出发点。

要直接看懂文献[1]不容易,最好先看文献[3](由郝柏林和于渌等编著的《统计物理学进展》一书),要先读书中郝柏林老师写的第一章“统计微扰论的生成泛函”。现在的多体理论、量子场论、统计场论等等,都可以用泛函理论(或者有时候称为路径积分)统一来表述。第一章郝柏林老师写得非常好,书中用了短短的75页就深入明了地介绍了泛函理论。于渌老师写的第二章“连续相变和重正化群”,是在统计场论的泛函理论框架来介绍重正化群理论。于老师书中只用72页就给出了现代重正化群理论的基本介绍。读完前面两章,可以直接

到相关的第五章,是周光召老师和苏肇冰老师写的,“闭路格林函数和它在非平衡统计物理中的应用”。第五章有105页,里面有不少物理背景的讨论和详细的推导,不像*Physics Reports*那样惜字如金和简洁。对初入门的学生或者想要了解闭路格林函数理论的学者,读这篇*Physics Reports*,最好要时不时地回来参考这本书的第五章,同时建议要经常回到非综述的原始文献^[4—7]。原始文献不仅提供了物理背景,也含有详细的公式推导。

周光召老师、郝柏林老师、于渌老师和苏肇冰老师从1978年开始到1986年发展的闭路格林函数理论对非平衡态物理的研究,应用到临界动力学、量子输运、无序系统、激光等问题中,得到了一系列重要结果。这四位老师在中国科学院理论物理研究所时的合作有一段趣闻,刘寄星老师在文献[8]中有所描述。文献[9—11]中有郝柏林、于渌、苏肇冰三位老师对闭路格林函数和周光召老师合作的回忆,都是很珍贵的历史资料。

根据谷歌学术的统计,截止到2024年11月13日,文献[1]的引用数据为:1985—1989年,65条;1990—1994年,124条;1995—1999年,198条;2000—2004年,197条;2005—2009年,200条;2010—2014年,174条;2015—2019年,170条;2020年,26条;2021年,36条;2022年,45条;2023年,44条;2024年,43条。

最近几年,每年大约有40多篇论文的引用。从这里可以看到周光召老师等人在闭路格林函数理论方面的工作,多年来一直都被学界认同,引用经久不衰。其他在国内

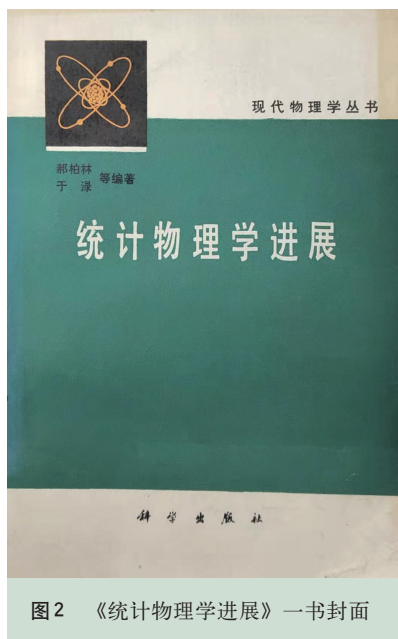


图2 《统计物理学进展》一书封面

发表的工作，特别是中文发表的，国外学术界知道的不多。也许往后可以把相关文献翻译成英文，包括《统计物理学进展》一书中的综述也翻译成英文，这样就把中国的原创性工作分享和传播到国外学界。

关于我个人，我没有直接做过闭路格林函数方面的工作，但是遇到过周老师等人在闭路格林函数理论中强调的对称性问题，比如：我们的理论是不是符合对称性导致的

Ward—Takahashi 恒等式，理论是不是正确地得到了对称破缺时具有的 Goldstone 软膜(无能隙的软膜，这种现象称为 Goldstone 定理)等。我们用 GL 理论来研究涡旋态，通过平均场近似(鞍点近似)得到序参量方程，并可得到围绕平均场的激发模，里面确实包括无能隙的声学模。但是对高温超导，序参量的平均场理论适用范围不大，需要做超越平均场的近似。最简单的近似，是统计场(序参量)高斯自洽近似，详细内容可参阅文献[12]。但是高斯自洽近似下，Goldstone 软膜不存在，破坏了 Goldstone 定理。后来我们意识到，自洽方程得到的关联函数需要修正。基本思想是所谓的涨落耗散定理，就是响应函数和关联函数有关系。可以从响应函数出发反过来定义关联函数(需要引进外源做泛函导数，这一点和周光召老师等在闭路格林函数中的做法类似)。通过正确的定义，发现涡旋态的软膜确实是无能隙的声子模^[13]，从而不违背 Goldstone 定理。对关联系统，电子微观理论最简单的近似是 Hartree—Fock 近似。一般的二体关联，如自旋—自旋关

联，RPA 公式能保证响应的 Ward—Takahashi 恒等式成立。问题是如果用 GW 近似(最基本的非微扰多体理论)，RPA 公式得到的结果会破坏 Ward—Takahashi 恒等式成立。这个问题一直是 GW 理论没有解决的问题。解决的方法同样也是引入外源，通过响应函数，得到正确的自旋—自旋关联(或者流—流关联)，这些关联函数符合 Ward—Takahashi 恒等式^[14]。基本思想都是引入外源，得到相关的响应函数，从而得到正确的关联函数(自旋—自旋关联，或者流—流关联，也称为二体关联)。但是这些计算都是平衡态理论下的关联函数的计算。如何在闭路格林函数理论框架下超越平均场，如何得到非微扰理论，得到的高阶关联函数如何保证所有的恒等式成立，一直还是困而未决的难题。

可以说，周光召老师的学术思想一直影响着我的科研生涯，他做人、做事、做学问都是我的楷模。现在追思周老师，我们今后更要发愤图强，提高自己的学术品味，学习周老师等前辈的原创精神，为中国学术发展尽心尽力。

参考文献

- [1] Chou K C, Su Z B, Hao B L *et al.* Physics Reports, 1985, 118: 1
- [2] Onuki A. Phase Transition Dynamics. Cambridge University Press, 2002
- [3] 郝柏林, 于渌等编著. 统计物理学进展. 北京: 科学出版社, 1981
- [4] 周光召, 苏肇冰, 郝柏林等. 物理学报, 1980, 29: 961
- [5] 周光召, 于渌, 郝柏林. 物理学报, 1980, 29: 878
- [6] 周光召, 苏肇冰. 高能物理与核物理, 1979, 3: 314
- [7] Zhou G Z, Su Z B, Hao B L *et al.* Phys. Rev. B, 1980, 22: 3385
- [8] 刘寄星. 物理, 2023, 52: 591
- [9] 郝柏林. 物理, 2009, 38: 295
- [10] 于渌. 物理, 2009, 38: 299
- [11] 苏肇冰. 物理, 2009, 38: 91
- [12] Rosenstein B, Li D P. Reviews of Modern Physics, 2010, 82: 109
- [13] 李琼. 玻色凝聚体和第二类超导体涨落现象的理论研究. 北京大学博士学位论文, 2012
- [14] Li H, Sun Z P, Su Y Z *et al.* Phys. Rev. B, 2023, 107: 085106