

# 电输运测量在拓扑量子材料研究中的应用\*

杨阳<sup>1,2</sup> 杨帆<sup>1,2,†</sup>

(1 天津大学物理学系 量子交叉研究中心 天津 300350)

(2 天津市低维功能材料物理与制备技术重点实验室 天津 300350)

2025-02-14 收到

† email: fanyangphys@tju.edu.cn

DOI: 10.7693/wl20250503

CSTR: 32040.14.wl20250503

## Applications of electrical transport measurements in the study of topological quantum materials

YANG Yang<sup>1,2</sup> YANG Fan<sup>1,2,†</sup>

(1 Center for Joint Quantum Studies, Department of Physics, Tianjin University, Tianjin 300350, China)

(2 Tianjin Key Laboratory of Low Dimensional Materials Physics and Preparing Technology, Tianjin 300350, China)

**摘要** 拓扑量子材料是一类具有非平庸拓扑序的物质, 其在低耗散电子器件、拓扑量子计算和自旋电子学等领域展现出广阔的应用前景。作为研究拓扑量子材料的关键实验技术, 电输运测量不仅在揭示电子能带结构和探测拓扑表面态方面发挥了关键作用, 也为新型拓扑量子器件的设计与优化提供了重要技术支撑。文章首先介绍电输运测量的基本原理与实验方法, 随后综述其在不同类型拓扑量子材料研究中的应用, 最后简要探讨本领域未来的发展方向及挑战。

**关键词** 拓扑绝缘体, 拓扑半金属, 拓扑材料, 电子输运性质

**Abstract** Topological quantum materials are a class of matter with nontrivial topological order, exhibiting great potential for applications in low-dissipation electronic devices, quantum computing, and spintronics. As a key experimental technique, electrical transport measurements play a crucial role in revealing the electronic band structures and in probing topological surface states, while also providing essential technical support for the design and optimization of novel quantum devices. In this review, we first introduce the fundamental principles and experimental methods of electrical transport measurements, then review their applications in the study of various types of topological quantum materials, and finally discuss future research directions and challenges in this field.

**Keywords** topological insulators, topological semimetals, topological materials, electron transport properties

\* 国家自然科学基金(批准号: 11904259)资助项目

# 1 引言

拓扑量子材料是当前凝聚态物理研究的前沿和热点<sup>[1-5]</sup>。要理解拓扑量子材料，首先需要了解什么是拓扑。

拓扑学是一门研究“形状”的数学学科。但是，与几何学不同，拓扑学并不关注物体的具体形状、大小或空间位置，而是关注其在拉伸、扭曲或压缩等连续变形过程中保持不变的属性。例如，如图1(a)所示，尽管轮胎与咖啡杯具有截然不同的几何形状，但二者在拓扑上是等价的，因为二者都有一个孔洞，可以通过连续变形的方式使一者的形状变化到另一者。然而，轮胎与篮球在拓扑上则不等价，因为篮球是一个封闭的球体，不能通过连续变形变为轮胎的形状。类似地，如图1(b)所示，普通圆环与莫比乌斯环在拓扑上也属于不同的类别。

在数学上，拓扑分类可以用拓扑不变量来刻画。拓扑不变量是指在连续变形下保持不变的数学量。若两个系统具有相同的拓扑不变量，则它们在该拓扑分类下是等价的，反之则是不等价的。例如，根据 Gauss—Bonnet 定理，光滑闭合曲面  $M$  的拓扑不变量可定义为高斯曲率在面上的积分：

$$\chi(M) = \frac{1}{2\pi} \iint_M K dA, \quad (1)$$

其中， $K = 1/(R_1 R_2)$ ，是曲面上某个位置的高斯曲率， $R_1$  和  $R_2$  为该点处的两个主曲率半径。对于球体或任何没有孔洞的光滑闭合曲面，上述积分的结果是  $\chi = 2$ ，对于圆环或任何带有单个孔洞的光滑闭合曲面，上述积分的结果是  $\chi = 0$ 。

自 20 世纪 80 年代起，物理学家开始将拓扑的概念引入凝聚态物理。但这里所讨论的并不是晶体在实空间中的拓扑性质，而是晶体的能带结构和波函数在波矢空间中的拓扑性质。例如，在研究整数量子霍尔效应<sup>[6]</sup>时，人们发现，当系统处于某个量子霍尔平台时，其能带在波矢空间中的拓扑结构可以用如下定义的陈数(Chern number)来

表征<sup>[7-10]</sup>：

$$v = \frac{1}{2\pi} \oint_S \boldsymbol{\Omega}(\mathbf{k}) \cdot d\mathbf{S}, \quad (2)$$

其中  $\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{k}) = \nabla_{\mathbf{k}} \times \mathbf{A}(\mathbf{k})$  是波矢空间中的贝里曲率，而  $\mathbf{A}(\mathbf{k}) = i \langle n_{\mathbf{k}} | \nabla_{\mathbf{k}} | n_{\mathbf{k}} \rangle$  则是通过电子的布洛赫波函数  $|n_{\mathbf{k}}\rangle$  定义的贝里联络。方程(2)给出的陈数正是量子霍尔平台的填充数。通过简单对比，不难发现方程(1)和方程(2)在数学形式上的相似性。

随后，物理学家逐渐发现了许多由不同的拓扑不变量刻画的拓扑物态，包括拓扑绝缘体、拓扑半金属和拓扑超导体<sup>[1-5, 11, 12]</sup>等，这些具有非平庸拓扑序的材料被统称为拓扑量子材料。在这些拓扑物态中，拓扑绝缘体和拓扑半金属已经具备较为成熟的材料体系，并且获得了广泛的实验验证；然而，尽管拓扑超导材料在理论上备受关注，但至今仍未在实验上被完全确认<sup>[11, 12]</sup>。由于篇幅限制，本文将主要介绍电输运测量方法在拓扑绝缘体和拓扑半金属中的应用。

## 2 电输运测量的基本方法

### 2.1 二引线 and 四引线测量

所谓电输运测量，指的是通过测量样品的电阻或电流—电压( $I-V$ )曲线来表征载流子(电子、空穴)的输运性质。因此，电阻测量是电输运测量的基础。通过测量电阻随温度、磁场以及栅电压等外部调控变量的变化，可以有效地探测固体材料的电子结构、载流子类型和输运机制。

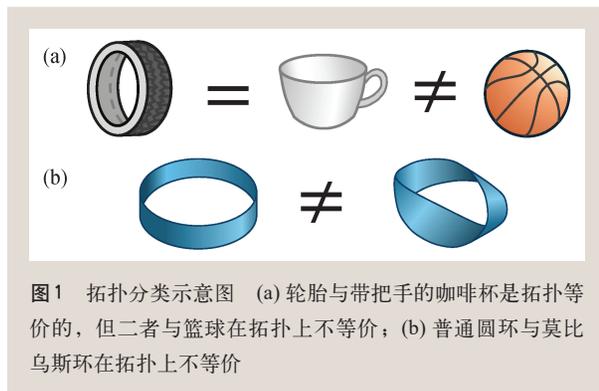


图1 拓扑分类示意图 (a) 轮胎与带把手的咖啡杯是拓扑等价的，但二者与篮球在拓扑上不等价；(b) 普通圆环与莫比乌斯环在拓扑上不等价

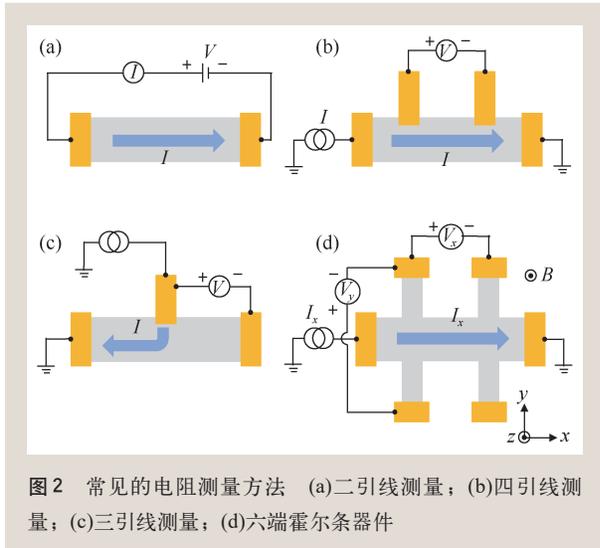


图2 常见的电阻测量方法 (a)二引线测量; (b)四引线测量; (c)三引线测量; (d)六端霍尔条器件

常见的电阻测量方法主要包括二引线法和四引线法,在测量接触电阻时,还需要用到三引线法。上述测量方法各有优缺点,适用于不同的实验场景。

二引线法是最简单的电阻测量方法,其测量配置如图2(a)所示。测量时,使用电压源在待测样品的两端施加激励电压 $V$ ,并用电流表测量流过样品的电流 $I$ ,随后通过 $R = V/I$ 计算电阻。二引线法的测量结果中同时包含了样品电阻、引线电阻及电极—样品界面处的接触电阻,当样品电阻较小时,会引入较大的测量误差,因此,其仅适用于样品电阻远大于引线电阻和接触电阻的情况。

四引线法又称为开尔文检测法,是一种精确的电阻测量技术,也是电输运研究中最常用的测量方法。四引线法的测量配置如图2(b)所示。测量时,需要在样品上引出四根引线,外侧的两根引线用于施加激励电流,内侧的两根引线用于测量样品上的电压降。相较于二引线法,四引线法能够有效消除接触电阻和引线电阻的影响,从而显著提高测量精度。

在研究与界面相关的物理问题时,常常需要测量异质界面处的接触电阻。测量接触电阻除可用于判断界面处电极接触的好坏,还可用于研究界面处的物性。例如,通过测量“正常金属/超导体”界面的接触电阻,可以获取超导能隙、表

面安德列也夫(Andreev)束缚态等关键信息,这对于拓扑超导体的研究尤为重要<sup>[11]</sup>。接触电阻一般采用三引线法测量,其测量示意图如图2(c)所示。测量时,激励电流 $I$ 从中间电极流入,进入样品后从一侧的电极流出,同时测量中间电极与另一侧电极之间的电压 $V$ 。由于电压电极所在的方向与电流流向相反,所测到的 $V$ 主要来自中间电极与样品之间的电压降,因此可通过 $R = V/I$ 计算接触电阻。

## 2.2 纵向电阻与横向电阻

在电输运测量中,除了纵向电阻,还常需要测量样品在磁场下的横向电阻,即霍尔电阻。霍尔条(Hall bar)器件是用于测量样品纵向电阻和霍尔电阻的常见器件,其结构和测量配置如图2(d)所示。测量时,电流 $I_x$ 沿 $x$ 轴方向注入,通过测量电流方向的电压降 $V_x$ ,可得到样品的纵向电阻 $R_{xx} = V_x/I_x$ 。当样品处于沿 $z$ 方向施加的外磁场 $B$ 中时,载流子会在洛伦兹力下偏转,从而在横向形成霍尔电压 $V_y$ ,与之对应的霍尔电阻为 $R_{yx} = V_y/I_x$ 。通过测量样品的霍尔电阻 $R_{yx}(B)$ ,可以获得样品的载流子类型、浓度等信息,是研究电子输运性质的重要手段。霍尔条器件要求样品具有规则的几何形状,对于形状不规则样品,可以利用范德堡(van der Pauw)方法进行测量。

## 2.3 微分电阻与微分电导

对于具有非线性 $I-V$ 曲线的样品,其电输运性质不能简单地用电阻来描述,而需要测量完整的 $I-V$ 曲线。相比于直接测量 $I-V$ 曲线,实验上更常采用的是微分测量方法,即测量 $I-V$ 曲线的微分关系 $\frac{dI}{dV}(V)$ 或 $\frac{dV}{dI}(I)$ ,其中 $dI/dV$ 称为微分电导, $dV/dI$ 称为微分电阻。

微分测量的基本原理是通过在直流激励信号的基础上叠加一个微小的低频交流信号 $V_{ac}$ 或 $I_{ac}$ ,然后利用锁相放大器测量其产生的交流响应 $I_{ac}$ 或 $V_{ac}$ ,进而计算出微分电导 $I_{ac}/V_{ac}$ 或微分电阻

$$V_{ac}/I_{ac0}$$

微分测量是表征异质结器件的重要技术手段。例如，在“正常金属/绝缘层/超导体”隧道结中，微分电导正比于超导体中的单电子态密度，因此，通过测量微分电导谱，可以获得超导体的超导能隙和表面安德列也夫束缚态的信息<sup>[11]</sup>。这一测量方法在常规超导体、非常规超导体和拓扑超导体的判别和表征中起着关键作用。此外，微分测量还广泛应用于约瑟夫森结和超导量子干涉器件的测量与表征。

### 3 电输运测量在拓扑量子材料研究中的应用

#### 3.1 拓扑绝缘体

拓扑绝缘体是一类具有非平庸拓扑能带结构的绝缘体。与普通绝缘体不同，拓扑绝缘体在体内是绝缘的，但其表面或边界上存在稳定的、受拓扑保护的导电边缘态。具体而言，二维拓扑绝缘体具有一维导电边缘态，而三维拓扑绝缘体的表面则具有二维导电表面态。

这些导电边界态的成因可以通过以下图像直观地理解：从能带结构的角度看，真空可被视为一种具有拓扑平庸能带的普通绝缘体，而拓扑绝

缘体的能带拓扑性质则与真空截然不同。因此，两者的能带无法通过连续、平滑的方式互相转化，就像两种无法自然拼接的材料。当两者接触时，系统必须在界面上打破原有的绝缘状态，导致能隙关闭，从而形成无能隙的导电边界态。在这个意义上，拓扑绝缘体可类比于图1(b)中的莫比乌斯环：莫比乌斯环和普通圆环有着不同的拓扑结构，想要把莫比乌斯环变成普通圆环，必须将其先撕开再重新连接。拓扑绝缘体的导电边界态就是在这种“撕裂”式变化中自然产生的。类似地，拓扑绝缘体在表面或边界上会不可避免地出现导电态。这种导电态受到拓扑保护，具有极强的稳定性，不易受杂质和环境扰动的影响。只要体能带未被破坏，拓扑边界态就能够稳定存在。

##### 3.1.1 整数量子霍尔效应

1980年，冯·克利青(Klaus von Klitzing)在硅基“金属—氧化物—半导体”场效应晶体管中发现了整数量子霍尔效应<sup>[6]</sup>，并因此获得了1985年诺贝尔物理学奖。冯·克利青测量量子霍尔效应时所使用的正是图2(d)所示的六端霍尔条器件。

当系统处于量子霍尔态时，其内部为绝缘态，在边缘上则具有单向流动的、无散射的一维导电态，如图3(a)所示。此时，系统的纵向电阻 $R_{xx} = 0$ ，而霍尔电阻则呈现量子化的平台，值为

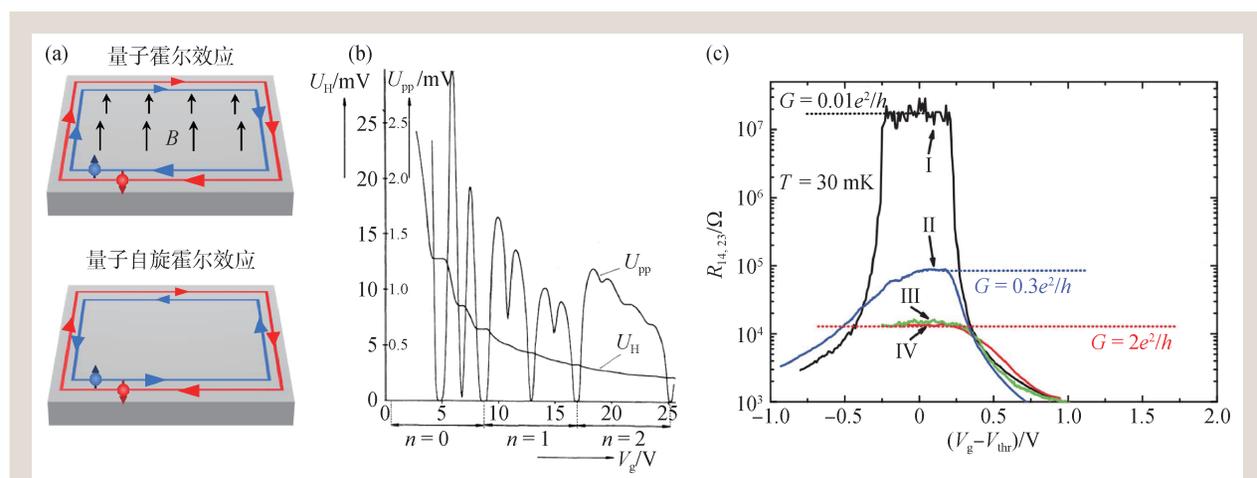


图3 (a)量子霍尔效应和量子自旋霍尔效应的边缘态示意图；(b)在硅基场效应晶体管中观察到的整数量子霍尔效应<sup>[6]</sup>。图中 $U_{pp}$ 和 $U_H$ 分别为样品的纵向电压和霍尔电压， $U_H$ 在各平台处的测量值换算成霍尔电阻后，值为 $h/(ve^2)$ ；(c)在HgTe量子阱中观察到的量子自旋霍尔效应<sup>[6]</sup>。该工作是拓扑绝缘体的首次实验实现，在拓扑绝缘体的研究历史上具有里程碑式的意义

$R_{yx} = h/(ve^2)$ , 如图 3(b)所示。式中  $\nu$  是一个整数, 称为填充数。

整数量子霍尔效应是最早发现的、具有类似二维拓扑绝缘体性质的拓扑物态, 刻画整数量子霍尔效应的拓扑不变量是方程(2)给出的陈数  $\nu$ , 即平台的填充数。

### 3.1.2 二维拓扑绝缘体

尽管整数量子霍尔效应的无耗散边缘态具有广阔的应用前景, 但它只能在强磁场下实现。1988年, 霍尔丹(Duncan Haldane)提出了首个不依赖于外磁场的二维陈绝缘体模型<sup>[13]</sup>。该模型通过在石墨烯中引入复数形式的次近邻相互作用, 破坏了系统的时间反演对称性, 并在狄拉克点附近打开了一个能隙, 从而赋予了系统与  $\nu = 1$  的量子霍尔系统相似的拓扑性质。尽管霍尔丹的模型未能在实验层面得到实现, 但它在理论上证明了量子霍尔效应可以不依赖于外部磁场, 为拓扑绝缘体和量子反常霍尔效应的理论发展奠定了基础。

2005年, 凯恩(Charles Kane)和梅莱(Eugene Mele)提出了一种基于  $Z_2$  拓扑不变量的拓扑分类方法, 用以描述具有时间反演对称性的二维拓扑绝缘体<sup>[14]</sup>。该理论证明, 在满足时间反演对称的系统中也可能存在非平庸的拓扑序。该理论预言: 通过在石墨烯中引入自旋轨道耦合能, 即可获得拓扑非平庸的能带, 并在样品边缘形成两个自旋极化的一维边缘态, 从而实现量子自旋霍尔效应。量子自旋霍尔效应的边缘态具有“自旋—动量”锁定性质, 即具有特定自旋方向的电子仅能沿固定方向传播, 如图 3(a)所示。并且, 这种自旋—动量锁定关系受到时间反演对称性的保护, 意味着在与非磁性杂质的弹性散射过程中, 边缘态电子不会发生背散射。

实验上, 量子自旋霍尔效应最早于2006年在 CdTe—HgTe—CdTe 量子阱中被观察到<sup>[15–18]</sup>。当 HgTe 的厚度超过临界值时, 系统会发生能带反转, 从而实现  $Z_2$  拓扑绝缘体和量子自旋霍尔效应。此时, 样品的二引线电阻出现值为  $2e^2/h$  的电导平台, 如图 3(c)所示。这一电导值与样品宽度无关, 表明它源自样品的拓扑边缘态。在外磁场

下, 电导平台被破坏, 表明边缘态的手性受到时间反演对称性的保护。

随着研究的深入, 量子自旋霍尔效应<sup>[18, 19]</sup>在越来越多的材料体系中被观察到, 包括 InAs/GaSb 量子阱<sup>[20–23]</sup>、单分子层 WTe<sub>2</sub><sup>[24–27]</sup>、单分子层 Bi<sub>4</sub>Br<sub>4</sub><sup>[28–30]</sup>、单分子层 Bi<sub>4</sub>I<sub>4</sub>等<sup>[28, 31]</sup>。同样地, 电输运测量技术在上述材料体系的研究中都发挥了重要的作用。

### 3.1.3 三维拓扑绝缘体

2007年, 傅亮、凯恩和梅莱将二维拓扑绝缘体的概念扩展至三维体系<sup>[32]</sup>。与二维  $Z_2$  拓扑绝缘体不同, 在三维情况下, 共需要引入 4 个拓扑不变量来区分不同的拓扑绝缘体类别, 分别对应于 16 种不同的相。这些相可以被划分为两大类: 弱拓扑绝缘体和强拓扑绝缘体。弱拓扑绝缘体可看作量子自旋霍尔系统沿面外方向的简单堆叠, 它们对无序较为敏感, 容易受到晶体中杂质的破坏。相比之下, 强拓扑绝缘体具有更高的稳定性。因此, 在有关三维拓扑绝缘体实际的研究应用中, 强拓扑绝缘体受到了更多的关注, 本节的后续部分将主要介绍电输运测量在强三维拓扑绝缘体研究中的应用。

Bi<sub>1-x</sub>Sb<sub>x</sub> 合金是首个在实验上被证实的三维拓扑绝缘体<sup>[33]</sup>。尽管 Bi<sub>1-x</sub>Sb<sub>x</sub> 合金在拓扑绝缘体的研究中具有开创性的意义, 但其晶体结构复杂, 不易获得高质量晶体, 且体能带带隙较小, 限制了其在实验研究中的应用。

2009年, 中国科学院物理研究所的方忠、戴希团队与斯坦福大学的张首晟团队合作, 通过能带计算预测了 Bi<sub>2</sub>Se<sub>3</sub>、Bi<sub>2</sub>Te<sub>3</sub>、Sb<sub>2</sub>Te<sub>3</sub> 三种三维强拓扑绝缘体<sup>[34]</sup>。其中, Bi<sub>2</sub>Se<sub>3</sub> 的体能隙高达 300 meV, 远高于室温下的热激发能量, 为拓扑绝缘体的研究和应用开辟了新的可能性。至今, 三维拓扑绝缘体的实验研究也主要集中在以 Bi<sub>2</sub>Se<sub>3</sub>、Bi<sub>2</sub>Te<sub>3</sub> 和 Sb<sub>2</sub>Te<sub>3</sub> 为母体的材料体系中。

三维拓扑绝缘体的拓扑表面态是一种新奇的半金属态, 其具有很多独特的性质。首先, 表面态电子在能量空间中呈现出狄拉克锥的形态, 如图 4(a)所示。在狄拉克锥的顶点附近, 电子具有

线性的色散关系，这意味着它的行为类似于零质量的狄拉克费米子。其次，表面态电子具有“自旋—动量锁定”特性，即具有特定波矢的电子只能具有特定方向的自旋。由于时间反演对称性要求，处于 $k$ 和 $-k$ 态的电子态必须具有相反的自旋方向，因此，拓扑绝缘体的表面态电子具有手征性(helicity)。

电输运测量技术在三维拓扑绝缘体表面电子态的研究中发挥了重要作用。由于三维拓扑绝缘体的表面态具有独特电子结构，它们在低温下展现出诸多非平庸的量子输运性质。其中，最有代表性的效应包括弱反局域(weak anti-localization, 也译为“反弱局域”)效应<sup>[35-37]</sup>和舒布尼科夫—德哈斯(Shubnikov—de Haas, SdH)振荡<sup>[38-40]</sup>。

弱局域和弱反局域效应都是由量子干涉效应导致的电导率修正。在输运过程中，电子受到的散射可分为弹性散射和非弹性散射。弹性散射主要源于电子与杂质之间的相互作用，不会改变电子的能量，因此电子的波函数在散射前后具有固定的相位关系。而非弹性散射则涉及电子与声子或其他电子之间的相互作用，会引起电子的能量变化，从而引发相位退相干。

在低温下，声子数量显著减少，从而使电子能够在较长时间和较远距离内保持相位相干。而弹性散射主要由杂质引发，其散射强度的温度依赖性较弱。这意味着，在低温下，电子能够在多次弹性散射的过程中保持波函数的相位相干性。

在输运过程中，电子的任意背散射过程都对应着两条长度相等但方向相反的散射路径，如图4(b)所示。根据量子力学原理，如果电子在背散射过程中保持相位相干，则背散射的概率幅是所有可能路径的概率幅的叠加，这一量子干涉效应

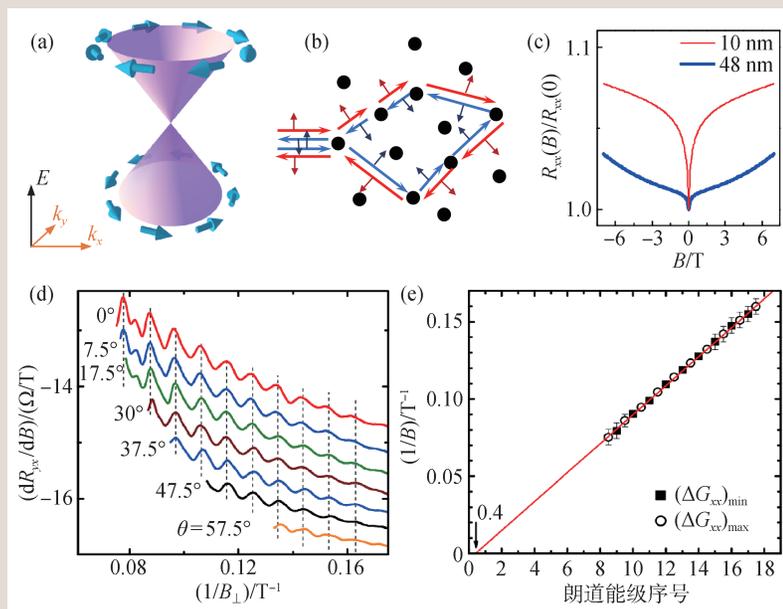


图4 (a)三维拓扑绝缘体的狄拉克锥示意图；(b)弱反局域效应示意图。红色和蓝色的两条散射路径长度相等，但电子自旋在散射路径上的旋转方向不同；(c)不同厚度的Bi<sub>2</sub>Se<sub>3</sub>薄膜的弱反局域效应<sup>[35]</sup>；(d)Bi<sub>2</sub>Se<sub>3</sub>薄膜的SdH振荡。图中的角度为磁场与z轴的夹角，振荡周期仅与磁场的垂直分量有关，表明振荡源自二维表面态<sup>[3, 42]</sup>；(e)Bi<sub>2</sub>Se<sub>3</sub>薄膜的SdH振荡的朗道扇形图<sup>[3, 42]</sup>。实心 and 空心的数据点分别代表从振荡电导的谷和峰处取出的数据，实线为线性拟合的结果

决定了系统在低温下的电阻行为。在没有自旋轨道耦合的情况下，两条背散射路径的相位差为零，因此量子干涉效应会增强电子的背散射概率，从而使系统的电阻上升，这一现象称为弱局域效应。

然而，拓扑绝缘体的表面态电子受到“自旋—动量锁定”的约束。具体而言，如图4(b)所示，当电子沿红色路径散射时，其自旋会顺时针旋转180°，而沿蓝色路径散射时，其自旋则会逆时针旋转180°。由于电子是自旋1/2的费米子，当自旋方向旋转一周时，会在波函数中引入一个值为 $\pi$ 的相位因子，导致两条路径之间的量子干涉由相长干涉变为相消干涉。这意味着在低温下，量子干涉效应会使拓扑绝缘体表面态电子的背散射受到抑制，导致电阻减小，电导上升，这一现象称为弱反局域效应。

在实验上，弱反局域效应通常通过磁电阻测量来观测。当弱反局域发生时，磁电阻曲线在零磁场处会呈现出一个陡峭下降的谷形特征，如图4(c)所示。这是因为在零磁场下，弱反局域效应

导致样品电阻降低、电导升高。随着垂直磁场的升高，背散射路径之间的干涉条件发生变化，时间反演被破坏，从而抑制了弱反局域效应，导致电阻恢复上升，电导下降。

在零磁场附近，由弱反局域引发的磁电导可用 Hikami—Larkin—Nagaoka (HLN) 方程描述<sup>[35]</sup>：

$$\Delta G(B) = -\alpha \frac{e^2}{\pi h} \left[ \psi \left( \frac{1}{2} + \frac{\hbar}{4el_\phi^2 B} \right) - \ln \left( \frac{\hbar}{4el_\phi^2 B} \right) \right], \quad (3)$$

其中  $\psi$  是双伽马函数， $l_\phi$  是电子的相位相干长度， $\alpha$  是一个决定于独立扩散输运通道数的参数：当独立通道数为  $N$  时， $\alpha$  的值为  $N/2$ 。在三维拓扑绝缘体  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  薄膜中，当调节栅电压，将费米能级从导带移动到体能隙中时，可以观察到  $\alpha$  的值从 0.5 附近变化到 1 附近<sup>[36, 37]</sup>。这一现象表明，当拓扑绝缘体的体态变得绝缘时，上下表面的电子态在空间上被体能隙分隔开，从而各自贡献一个独立的导电通道。

除弱反局域效应外，SdH 振荡在拓扑绝缘体的研究中也扮演着关键角色。SdH 振荡指的是在外磁场作用下，样品的纵向电阻和霍尔电阻发生

的周期振荡，其来源于电子在磁场中形成的朗道能级。随着磁场增强，费米能级依次穿越不同的朗道能级，从而导致电阻发生振荡。在单一费米面的情况下，当以  $1/B$  为横坐标绘制时，SdH 振荡的周期为恒定值。SdH 振荡的幅度、周期和相位包含丰富的物理信息，例如载流子浓度、迁移率、费米面的几何结构以及电子的有效回旋质量等。特别值得关注的是，SdH 振荡可用于测量电子在波矢空间沿闭合路径绕行一周后所积累的贝里相位，这使其成为探测非平庸拓扑能带结构的重要技术手段<sup>[38-42]</sup>。

人们常通过 SdH 振荡来研究拓扑绝缘体表面态的电子输运性质。例如，在高质量的三维拓扑绝缘体  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  薄膜中可观察到表面电子态对 SdH 振荡的贡献<sup>[3, 42]</sup>，如图 4(d) 所示。实验结果表明， $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  薄膜的 SdH 振荡信号仅与磁场的垂直分量相关，从而证实了所观察到的 SdH 振荡源自于二维费米面。图 4(e) 是  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  薄膜 SdH 振荡的朗道扇形图。通过对数据进行线性拟合，得到其横轴截距为 0.4，与理论值 0.5 非常接近。这表明参与 SdH 振荡的电子具有值为  $\pi$  的贝里相位，进一步证实了所观察到的 SdH 振荡源自具有线性色散的狄拉克费米子。

### 3.1.4 高阶拓扑绝缘体

近年来，对拓扑绝缘体的深入研究进一步催生了高阶拓扑绝缘体的概念<sup>[43, 44]</sup>。与常规的一阶拓扑绝缘体不同，高阶拓扑绝缘体拥有更低维度的拓扑边界态。这里的“阶数”指的是体态和边界态之间的维度差。例如，常规的三维拓扑绝缘体具有二维无能隙的表面态，因此被归类为“一阶拓扑绝缘体”。类似地，二阶三维拓扑绝缘体是指具有一维无能隙的“棱态”的拓扑绝缘体，而三阶三维拓扑绝缘体则是指具有零维无能隙的“角态”的拓扑

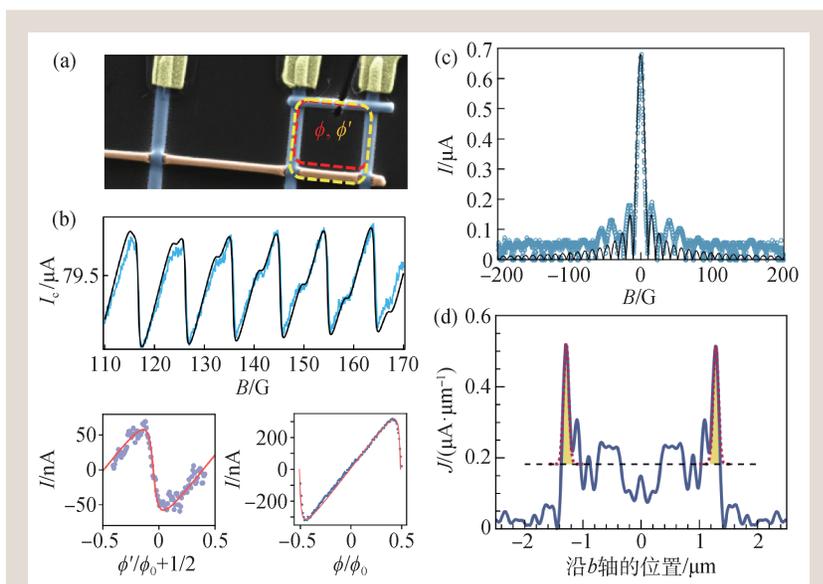


图5 (a) Bi-W 超导量子干涉器件<sup>[45]</sup>，其中红线和黄线分别表示经由 Bi 纳米线的两个棱态所形成的干涉路径， $\phi$  和  $\phi'$  表示穿过两条闭合路径的磁通；(b) Bi-W 超导量子干涉器件的临界电流随磁场的变化(上)及从中提取的电流—相位分量(下)<sup>[45]</sup>；(c) Nb-WTe<sub>2</sub>-Nb 约瑟夫森结的临界电流随磁场的变化，黑色实线是假设超导电流均匀分布时的理论曲线<sup>[47]</sup>；(d) 由图(c)中的数据计算得到的超导电流分布<sup>[47]</sup>。受拓扑棱态影响，超导电流在结区两侧的分布密度明显高于中间区域

绝缘体。

高阶拓扑绝缘体理论的发展不仅拓展了拓扑物态中的“体一边”对应关系的内涵，也为拓扑量子材料的研究提供了新的视角。目前，高阶拓扑绝缘体的研究还处于起步阶段。尽管理论研究已经取得了较大的进展，但实验研究尚较为有限。三维高阶拓扑绝缘体的候选材料主要包括  $\text{Bi}^{[45, 46]}$ 、 $\text{WTe}_2^{[47, 48]}$ 、 $\text{Bi}_4\text{Br}_4^{[49-52]}$

和  $\alpha\text{-As}^{[53]}$  等，以下分别简要介绍这些材料的特性及相关实验研究进展。

$\text{Bi}$  通常被视为半金属而非绝缘体。然而，由于  $\text{Bi}$  的导带和价带在波矢空间中并不重叠，其能带结构仍然具有部分绝缘体的特征。2018 年，苏黎世大学诺佩特 (Titus Neupert) 团队从理论上提出， $\text{Bi}$  可被视为一种二阶三维拓扑绝缘体<sup>[45]</sup>，并首次在超导量子干涉器件中展示了  $\text{Bi}$  的拓扑棱态的电输运证据，如图 5(a), (b) 所示。

$\text{WTe}_2$  在常压下是一种外尔半金属。理论研究表明，由于  $\text{WTe}_2$  的外尔点间距较小，其容易受外界环境扰动而融合并湮灭，从而打开能隙，形成二阶三维拓扑绝缘体。2020 年，浦项科技大学李吉浩 (Gil-Ho Lee) 团队首次在基于  $\text{WTe}_2$  的约瑟夫森结中观察到了由拓扑棱态承载的超导电流，如图 5(c), (d) 所示。

$\text{Bi}_4\text{Br}_4$  是一种本征的二阶三维拓扑绝缘体。2021 年，东京大学近藤猛团队在角分辨光电子能谱实验中首次观察到了  $\text{Bi}_4\text{Br}_4$  的拓扑棱态<sup>[49]</sup>。2024 年，普林斯顿大学哈桑 (Zahid Hasan) 团队在  $\text{Bi}_4\text{Br}_4$  纳米片的磁电阻中观察到了由拓扑棱态引起的 Aharonov—Bohm 振荡，如图 6(a), (b) 所示。

$\alpha\text{-As}$  是一种新奇的高阶拓扑绝缘体候选材料，它同时具有非零的  $Z_2$  拓扑不变量和非零的高阶拓扑不变量，因此也被称为混合 (hybrid) 拓扑绝缘体<sup>[53]</sup>。目前，研究人员已经通过扫描隧道显微镜观察到了  $\alpha\text{-As}$  中原子台阶处的一维导电边界

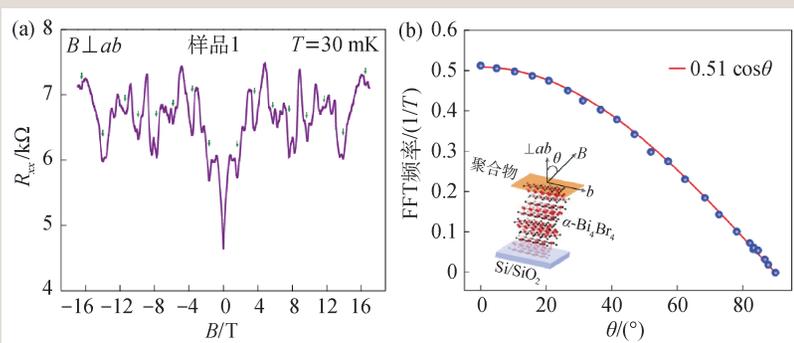


图 6 (a)  $\text{Bi}_4\text{Br}_4$  纳米片中由拓扑棱态引起的 Aharonov—Bohm 振荡<sup>[52]</sup>；(b)  $\text{Bi}_4\text{Br}_4$  纳米片 Aharonov—Bohm 振荡的频率随磁场角度  $\theta$  的变化<sup>[52]</sup>。横坐标  $\theta$  表示磁场与  $\text{Bi}_4\text{Br}_4$  晶体的  $ab$  平面法线方向的夹角 (见左下图插图)。图中的蓝色圆点为实验数据，红线为余弦函数的拟合曲线

态，但相关的电输运实验仍需进一步开展。

### 3.1.5 磁性拓扑绝缘体与量子反常霍尔效应

如前所述，拓扑绝缘体的拓扑性质依赖于时间反演对称性的保护。通过在拓扑绝缘体中引入磁性，可以破坏时间反演对称性，从而获得一种新的拓扑量子材料——磁性拓扑绝缘体<sup>[54, 55]</sup>。磁性拓扑绝缘体中蕴含着丰富而深刻的物理，在其中能够实现量子反常霍尔效应、轴子绝缘体等拓扑非平庸的量子物态。

量子反常霍尔效应是一种能够在零磁场下实现的量子霍尔态。理论研究表明，通过在拓扑绝缘体中引入铁磁掺杂，可以在其拓扑表面态上打开能隙，形成手性的 (chiral) 边缘态。当费米面位于表面态的能隙内时，系统将展现出量子反常霍尔效应<sup>[56-58]</sup>。2013 年，薛其坤团队首次在  $\text{Cr}$  掺杂的三维拓扑绝缘体  $(\text{Bi}_x\text{Sb}_{1-x})_2\text{Te}_3$  薄膜中实现了量子反常霍尔效应<sup>[59]</sup>，如图 7(a) 所示。这一发现是本世纪凝聚态物理领域最重大的突破之一。此后，量子反常霍尔效应相继在  $\text{V}$  掺杂<sup>[60]</sup> 和  $\text{Cr}$ 、 $\text{V}$  双掺杂<sup>[61]</sup> 的拓扑绝缘体材料中被观察到。随着调制掺杂技术的引入，实现量子反常霍尔效应的温度也由最初的 30 mK 提高到了 2 K<sup>[62]</sup>。

除磁性掺杂外，量子反常霍尔效应还可以在本征的磁性拓扑绝缘体  $\text{MnBi}_2\text{Te}_4$  中实现<sup>[63-65]</sup>。 $\text{MnBi}_2\text{Te}_4$  是一种具有层状结构的反铁磁范德瓦耳斯材料，其体样品的奈尔温度约为

25 K。单层  $\text{MnBi}_2\text{Te}_4$  具有 Te-Bi-Te-Mn-Te-Bi-Te 7 层结构。在低温下, Mn 的磁矩在同一层内平行排列, 呈现铁磁序; 而层间的磁矩则为反平行排列, 呈现反铁磁序。因此, 少层  $\text{MnBi}_2\text{Te}_4$  的拓扑性质与层数密切相关<sup>[63]</sup>: 在低温下, 单层  $\text{MnBi}_2\text{Te}_4$  是拓扑平庸的绝缘体; 奇数层 (不包括单层) 的  $\text{MnBi}_2\text{Te}_4$  具有非零的净磁矩, 是具有量子反常霍尔效应的陈绝缘体; 偶数层的  $\text{MnBi}_2\text{Te}_4$  则是净磁矩为零的轴子绝缘体。

尽管偶数层的  $\text{MnBi}_2\text{Te}_4$  并不满足时间反演不变性, 但它在时间反演和空间平移的联合操作下保持不变, 因此仍然被看作一种特殊的  $Z_2$  拓扑绝缘体, 称为轴子绝缘体<sup>[55]</sup>。由于上下表面对霍尔电导的贡献完全抵消, 偶数层的  $\text{MnBi}_2\text{Te}_4$  的陈数为零, 具有值为零的霍尔电阻平台<sup>[66]</sup>, 如图 7(b) 所示。这一现象被称为零平台反常量子霍尔效应。

### 3.2 拓扑半金属

拓扑分类方法不仅适用于绝缘体, 也同样适用于半金属。在绝缘体中, 价带被电子完全占据, 系统的拓扑不变量定义在封闭的布里渊区曲面上, 反映了电子态的贝里曲率在整個布里渊区的积分。

与此不同, 在金属态中, 能带并未完全被占据, 因此无法在封闭的布里渊区曲面上定义拓扑不变量。然而, 金属态具有封闭的费米面, 因而可以在其费米面上定义拓扑不变量。拓扑半金属的能带存在受对称性保护的交叉点, 这些交叉点是贝里曲率在波矢空间中的奇点。可以证明, 贝里曲率在封闭费米面上的积分值仅与费米面中包裹的奇点有关, 据此即可定义拓扑半金属的拓扑不变量——费米面的陈数<sup>[67]</sup>。

根据不同的对称性, 拓扑半金属可以分为外尔半金属、狄拉克半金属、节点线半金属等。本文主要讨论外尔半金属和狄拉克半金属。

在外尔半金属和狄拉克半金属中, 能带交叉点 (称为外尔点或狄拉克点) 附近的低能电子激发可分别用外尔方程和狄拉克方程来描述<sup>[67]</sup>。由于狄拉克方程的无质量解正好是外尔方程两个不同手性解的叠加, 无质量的狄拉克费米子实际上等价于一对手性相反的外尔费米子。

外尔半金属中包含两种不同手性的外尔点, 其陈数分别为 +1 和 -1。外尔点可视为波矢空间中的“磁单极子”, 而贝里曲率则类似于“磁场”。贝里曲率总是从一个外尔点“出发”, 并最终从另一个外尔点“返回”。因此, 在外尔半金属中, 手性相反的外尔点总是成对存在, 并且受到拓扑保护, 能够稳定存在。唯一能消除外尔点的方式是将一对手性相反的外尔点移到相同的位置, 使它们相互湮灭。狄拉克半金属中的狄拉克点可以视为两个手性相反的外尔点的叠加。通常情况下, 狄拉克点并不稳定, 容易在微扰下打开能隙。只有在额外的晶体对称性保护下, 狄拉克点才能稳定存在。

与拓扑绝缘体类似, 外尔半金属也具有非平庸的拓扑表面态。在波矢空间中, 外尔半金属的表面态是一条连接两个不同手性外尔点投影的非闭合弧线, 称

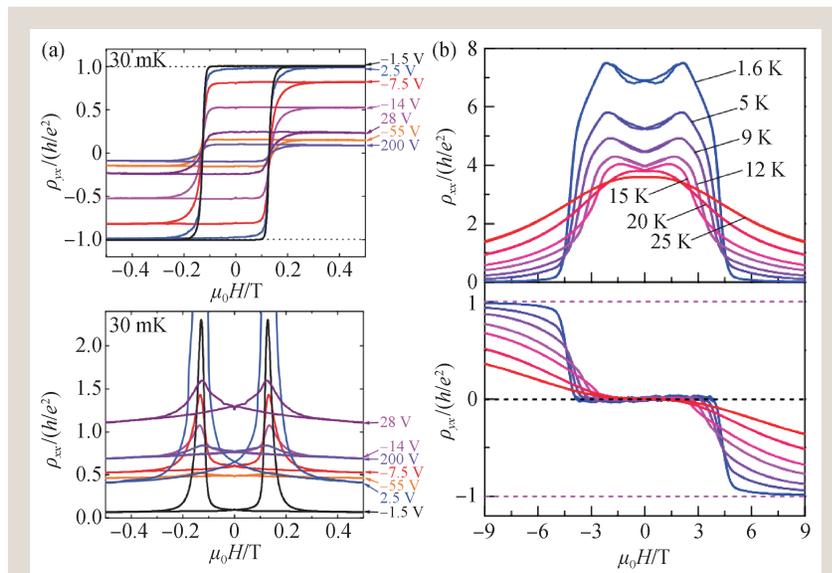


图 7 (a) Cr 掺杂的  $(\text{Bi}_x\text{Sb}_{1-x})_2\text{Te}_3$  薄膜的量子反常霍尔效应<sup>[59]</sup>。在低温下, 霍尔电阻  $\rho_{xy}$  出现值为  $\pm h/e^2$  的平台 (上), 平台处的纵向电阻  $\rho_{xx} = 0$  (下); (b) 6 层  $\text{MnBi}_2\text{Te}_4$  的零平台反常量子霍尔效应<sup>[66]</sup>。霍尔电阻在零磁场下出现  $\rho_{xy} = 0$  的平台 (下), 平台处的纵向电阻  $\rho_{xx}$  出现峰值 (上)

为费米弧，如图8(a)所示。费米弧受到拓扑保护，因此可以稳定存在。狄拉克点可以看作是一对手性相反的外尔点的叠加，因此狄拉克半金属中也有费米弧。在狄拉克半金属中，费米弧总是成对出现，连接一对狄拉克点的两段费米弧形成一条闭合曲线，如图8(a)所示。理论上，狄拉克半金属的费米弧并不受到拓扑保护，因此可能会在外界扰动下发生变形，但实验上，在诸如 $\text{Na}_3\text{Bi}$ <sup>[68]</sup>、 $\text{Cd}_3\text{As}_2$ <sup>[69, 70]</sup>等典型狄拉克半金属材料中均已观察到稳定存在的费米弧。费米弧可以通过角分辨光电子能谱直接观测，是判别拓扑半金属的重要实验证据。

目前，已有多种不同类型的拓扑半金属材料被实验证实。典型的外尔半金属材料包括 $\text{TaAs}$ <sup>[71]</sup>、 $\text{NbAs}$ <sup>[72]</sup>、 $\text{TaP}$ <sup>[73]</sup>和 $\text{WTe}_2$ <sup>[74, 75]</sup>等，典型的狄拉克半金属材料包括 $\text{Na}_3\text{Bi}$ <sup>[68]</sup>、 $\text{Cd}_3\text{As}_2$ <sup>[76-78]</sup>、 $\text{PtTe}_2$ <sup>[79, 80]</sup>、 $\text{PtSe}_2$ <sup>[81]</sup>和 $\text{NiTe}_2$ <sup>[82]</sup>等。

电输运测量技术在拓扑半金属的研究中发挥了重要作用。以下将从SdH振荡、手性反常、三维量子霍尔效应三个方面简要介绍相关的研究进展。

在外尔半金属或狄拉克金属中，电子在狄拉克点或外尔点附近具有线性色散关系。当电子围绕外尔点或狄拉克点运动一周时，其波函数会累积一个值为 $\pi$ 的贝里相位<sup>[67]</sup>，这一非零的贝里相位可通过SdH振荡测量观测到<sup>[83-86]</sup>，图8(b), (c)分别展示了 $\text{Cd}_3\text{As}_2$ 中的SdH振荡数据和从中提取的贝里相位<sup>[83]</sup>。

手性反常是外尔半金属与狄拉克半金属的另一个重要的电输运特征<sup>[67]</sup>。在外磁场的作用下，拓扑半金属中的外尔点会产生朗道能级。由于外尔点具有手性，第零朗道能级上的电子也同样表现出手性：这些电子要么沿外磁场的方向运动，

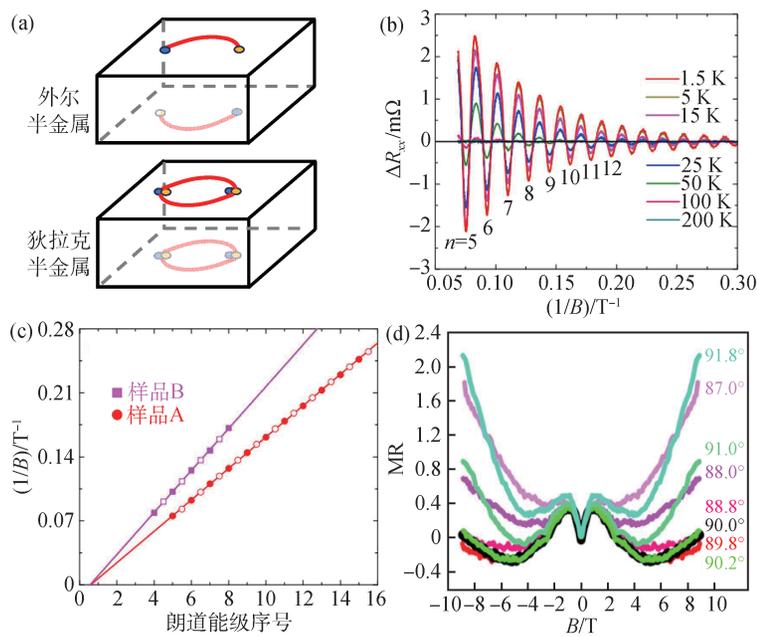


图8 (a) 外尔半金属和狄拉克半金属中的费米弧示意图；(b), (c) 狄拉克半金属 $\text{Cd}_3\text{As}_2$ 中的SdH振荡和对应的朗道扇形图<sup>[83]</sup>。图(c)中的样品A和B具有不同的载流子浓度；(d) 外尔半金属 $\text{TaAs}$ 的磁电阻<sup>[88]</sup>。图中的角度为磁场与z轴的夹角，当夹角为 $90^\circ$ 时，磁场位于面内并与电流平行

要么沿外磁场的反方向运动。在两个具有相反手性的外尔点处，第零朗道能级上电子的运动方向也相反。当沿外磁场方向施加电场时，一种手性的电子会在电场的驱动下转变为另一种手性的电子，且转化速率正比于 $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}$ ，这一效应称为手性反常。手性反常会引发额外的电流，从而在电输运实验中带来可观测的效应。

在电输运实验中，手性反常效应主要有两个实验特征：一是当磁场方向与电场方向平行时出现的负磁电阻效应<sup>[87-91]</sup>；二是磁场方向位于样品平面内时出现的平面霍尔效应<sup>[92-94]</sup>。

手性反常引发的谷间电流会带来额外的电导，这一电导与 $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}$ 成正比。当电场与磁场方向平行时，随着磁场增强，样品的纵向电阻会因为谷间电流的存在而降低，从而产生负磁电阻效应。这种负磁电阻已经在许多拓扑半金属中得到证实，并被视为确认拓扑半金属的一个重要实验证据<sup>[87-91]</sup>。图8(d)展示了在外尔半金属 $\text{TaAs}$ 中观察到的负磁电阻<sup>[88]</sup>。

平面霍尔效应指的是在面内施加磁场时在样

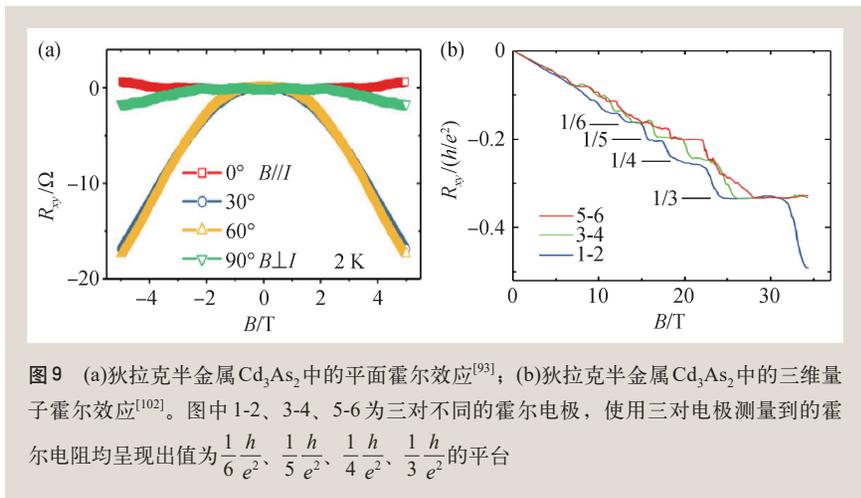


图9 (a)狄拉克半金属Cd<sub>3</sub>As<sub>2</sub>中的平面霍尔效应<sup>[93]</sup>; (b)狄拉克半金属Cd<sub>3</sub>As<sub>2</sub>中的三维量子霍尔效应<sup>[102]</sup>。图中1-2、3-4、5-6为三对不同的霍尔电极,使用三对电极测量到的霍尔电阻均呈现出值为 $\frac{1}{6} \frac{h}{e^2}$ 、 $\frac{1}{5} \frac{h}{e^2}$ 、 $\frac{1}{4} \frac{h}{e^2}$ 、 $\frac{1}{3} \frac{h}{e^2}$ 的平台

品横向产生的电压信号。平面霍尔效应的电压信号类似霍尔电压,但其并非源于载流子在磁场中受到洛伦兹力而产生的偏转,而是由面内的各向异性磁电阻导致的。在拓扑半金属中,手性反常电流会带来各向异性磁电阻 $\Delta\rho_{\text{chiral}} = \rho_{\perp} - \rho_{\parallel}$  ( $\rho_{\perp}$ 和 $\rho_{\parallel}$ 分别代表磁场在面内垂直于电场方向和平行于电场方向时的电阻率),从而导致平面霍尔效应<sup>[92-94]</sup>。图9(a)展示了在狄拉克半金属Cd<sub>3</sub>As<sub>2</sub>中观测到的平面霍尔信号<sup>[93]</sup>。需要注意的是,手性反常并非平面霍尔效应的唯一成因,其也可能源自其他各向异性的电子散射机制<sup>[95-98]</sup>。因此,平面霍尔效应只能作为手性反常的一个辅助证据。

根据理论预言,在外尔半金属和狄拉克半金属中可实现三维量子霍尔效应<sup>[99-101]</sup>。与常规的量子霍尔效应不同,拓扑半金属中的三维量子霍尔效应是由上下表面的一对费米弧共同形成的。在单一表面上,费米弧不足以形成一个完整的二维电子气,无法支持电子的回旋运动,因此传统的量子霍尔效应机制并不适用。然而,一对来自不同表面、通过外尔点相互连接的费米弧可以共同形成一个完整的二维电子气,从而支持量子霍尔效应。在实空间中,当施加垂直于表面的磁场时,电子在顶面完成半个回旋运动后,可以隧穿到底面继续进行回旋运动。这种独特的电子输运机制是实现三维量子霍尔效应的关键。目前,在针对狄拉克半金属Cd<sub>3</sub>As<sub>2</sub>的研究中<sup>[102-104]</sup>,研究人员已经观察到了三维量子霍尔效应,如图9(b)所示<sup>[102]</sup>,但其背后的物理机制还存在一些争议。

## 4 总结与展望

拓扑量子材料凭借其独特的能带结构和非平庸的拓扑性质,在基础物理研究和应用技术开发中展现出了巨大的潜力。作为研究拓扑量子材料的重要实验手段,电输运测量技术在揭示拓扑材料的表面电子态、量子输运特性以及费米面结构等方面发挥了重要的作用。

随着高质量拓扑量子材料制备技术的提升和精密测量技术的进步,未来拓扑量子材料的研究将进入更加成熟的阶段,研究重点也将逐步从基础研究转向实用化和产业化,特别是在基于拓扑量子材料的光电器件、超导器件和自旋电子器件等领域。在这些应用领域中,电输运测量技术将继续发挥核心作用。通过深入研究拓扑量子材料的电子输运特性,尤其是在低温、强磁场以及栅电压等外部调控下的电输运响应,可以更好地理解拓扑量子材料中的电子输运机制,并揭示其在实际应用中的表现,这将为拓扑量子材料从实验室研究走向实际工程应用提供坚实的理论依据和技术支撑。

## 参考文献

- [1] Hasan M Z, Kane C L. Rev. Mod. Phys., 2010, 82: 3045
- [2] Qi X, Zhang S. Rev. Mod. Phys., 2011, 83: 1057
- [3] Ando Y. J. Phys. Soc. Jpn., 2013, 82: 102001
- [4] Kumar N, Guin S N, Manna K *et al.* Chem. Rev., 2020, 121: 2780
- [5] Narang P, Garcia C A, Felsner C. Nat. Mater., 2021, 20: 293
- [6] von Klitzing K, Dorda G, Pepper M. Phys. Rev. Lett., 1980, 45: 494
- [7] Thouless D J, Kohmoto M, Nightingale M P *et al.* Phys. Rev. Lett., 1982, 49: 405
- [8] Kohmoto M. Ann. Phys. (New York), 1985, 160: 343
- [9] Berry M V. Proc. R. Soc. Lond. A: Math. Phys. Sci., 1984, 392: 45
- [10] Hatsugai Y. Phys. Rev. Lett., 1993, 71: 3697
- [11] Sato M, Ando Y. Rep. Prog. Phys., 2017, 80: 76501
- [12] Sharma P, Karn N K, Awana V S. Supercond. Sci. Technol., 2022, 35: 083003
- [13] Haldane F D M. Phys. Rev. Lett., 1988, 61: 2015
- [14] Kane C L, Mele E J. Phys. Rev. Lett., 2005, 95: 146802

- [15] Bernevig B A, Hughes T L, Zhang S. *Science*, 2006, 314: 1757
- [16] König M, Wiedmann S, Brüne C *et al.* *Science*, 2007, 318: 766
- [17] Roth A, Brüne C, Buhmann H *et al.* *Science*, 2009, 325: 294
- [18] König M, Buhmann H, Molenkamp L W *et al.* *J. Phys. Soc. Jpn.*, 2008, 77: 31007
- [19] Lodge M S, Yang S A, Mukherjee S *et al.* *Adv. Mater.*, 2021, 33: 2008029
- [20] Liu C, Hughes T L, Qi X *et al.* *Phys. Rev. Lett.*, 2008, 100: 236601
- [21] Knez I, Du R, Sullivan G. *Phys. Rev. Lett.*, 2011, 107: 136603
- [22] Knez I, Du R, Sullivan G. *Phys. Rev. Lett.*, 2012, 109: 186603
- [23] Du L, Knez I, Sullivan G *et al.* *Phys. Rev. Lett.*, 2015, 114: 96802
- [24] Wu S, Fatemi V, Gibson Q D *et al.* *Science*, 2018, 359: 76
- [25] Fei Z, Palomaki T, Wu S *et al.* *Nat. Phys.*, 2017, 13: 677
- [26] Tang S, Zhang C, Wong D *et al.* *Nat. Phys.*, 2017, 13: 683
- [27] Song Y, Jia Z, Zhang D *et al.* *Nat. Comm.*, 2018, 9: 4071
- [28] Zhou J, Feng W, Liu C *et al.* *Nano Lett.*, 2014, 14: 4767
- [29] Shumiya N, Hossain M S, Yin J *et al.* *Nat. Mater.*, 2022, 21: 1111
- [30] Yang M, Liu Y, Zhou W *et al.* *ACS Nano*, 2022, 16: 3036
- [31] Zhuang J, Li J, Liu Y *et al.* *ACS Nano*, 2021, 15: 14850
- [32] Fu L, Kane C L, Mele E J. *Phys. Rev. Lett.*, 2007, 98: 106803
- [33] Hsieh D, Qian D, Wray L *et al.* *Nature*, 2008, 452: 970
- [34] Zhang H, Liu C, Qi X *et al.* *Nat. Phys.*, 2009, 5: 438
- [35] Chen J, Qin H J, Yang F *et al.* *Phys. Rev. Lett.*, 2010, 105: 176602
- [36] Chen J, He X Y, Wu K H *et al.* *Phys. Rev. B*, 2011, 83: 241304
- [37] Steinberg H, Laloë J, Fatemi V *et al.* *Phys. Rev. B*, 2011, 84: 233101
- [38] Analytis J G, McDonald R D, Riggs S C *et al.* *Nat. Phys.*, 2010, 6: 960
- [39] Ren Z, Taskin A A, Sasaki S *et al.* *Phys. Rev. B*, 2010, 82: 241306
- [40] Sacépé B, Oostinga J B, Li J *et al.* *Nat. Comm.*, 2011, 2: 575
- [41] Xiong J, Luo Y, Khoo Y *et al.* *Phys. Rev. B*, 2012, 86: 45314
- [42] Taskin A A, Sasaki S, Segawa K *et al.* *Phys. Rev. Lett.*, 2012, 109: 66803
- [43] Călugăru D, Juričić V, Roy B. *Phys. Rev. B*, 2019, 99: 41301
- [44] Yang Y, Wang J, Li K *et al.* *J. Condens. Matter Phys.*, 2024, 36: 283002
- [45] Schindler F, Wang Z, Vergniory M G *et al.* *Nat. Phys.*, 2018, 14: 918
- [46] Aggarwal L, Zhu P, Hughes T L *et al.* *Nat. Mater.*, 2021, 12: 4420
- [47] Choi Y B, Xie Y, Chen C Z *et al.* *Nat. Mater.*, 2020, 19: 974
- [48] Lee J, Kwon J, Lee E *et al.* *Nat. Comm.*, 2023, 14: 1801
- [49] Noguchi R, Kobayashi M, Jiang Z *et al.* *Nat. Mater.*, 2021, 20: 473
- [50] Shumiya N *et al.* *Nat. Mater.*, 2022, 21: 1111
- [51] Zhao W, Yang M, Xu R *et al.* *Nat. Mater.*, 2023, 14: 8089
- [52] Hossain M S, Zhang Q, Wang Z *et al.* *Nat. Phys.*, 2024, 20: 776
- [53] Hossain M S, Schindler F, Islam R *et al.* *Nature*, 2024, 628: 527
- [54] Tokura Y, Yasuda K, Tsukazaki A. *Nat. Rev. Phys.*, 2019, 1: 126
- [55] Wang P, Ge J, Li J *et al.* *Innovation*, 2021, 2: 100098
- [56] Liu C, Qi X, Dai X *et al.* *Phys. Rev. Lett.*, 2008, 101: 146802
- [57] Yu R, Zhang W, Zhang H *et al.* *Science*, 2010, 329: 61
- [58] Nomura K, Nagaosa N. *Phys. Rev. Lett.*, 2011, 106: 166802
- [59] Chang C, Zhang J, Feng X *et al.* *Science*, 2013, 340: 167
- [60] Chang C, Zhao W, Kim D Y *et al.* *Nat. Mater.*, 2015, 14: 473
- [61] Ou Y, Liu C, Jiang G *et al.* *Adv. Mater.*, 2018, 30: 1703062
- [62] Mogi M *et al.* *Appl. Phys. Lett.*, 2015, 107: 182401
- [63] Li J, Li Y, Du S *et al.* *Sci. Adv.*, 2019, 5: w5685
- [64] Deng Y, Yu Y, Shi M Z *et al.* *Science*, 2020, 367: 895
- [65] Ge J, Liu Y, Li J *et al.* *Natl. Sci. Rev.*, 2020, 7: 1280
- [66] Liu C, Wang Y, Li H *et al.* *Nat. Mater.*, 2020, 19: 522
- [67] Lv B Q, Qian T, Ding H. *Rev. Mod. Phys.*, 2021, 93: 25002
- [68] Xu S, Liu C, Kushwaha S K *et al.* *Science*, 2015, 347: 294
- [69] Yi H, Wang Z, Chen C *et al.* *Sci. Rep.*, 2014, 4: 6106
- [70] Moll P J W, Nair N L, Helm T *et al.* *Nature*, 2016, 535: 266
- [71] Lv B Q, Xu N, Weng H M *et al.* *Nat. Phys.*, 2015, 11: 724
- [72] Xu S, Alidoust N, Belopolski I *et al.* *Nat. Phys.*, 2015, 11: 748
- [73] Xu S *et al.* *Sci. Adv.*, 2015, 1: e1501092
- [74] Wu Y, Mou D, Jo N H *et al.* *Phys. Rev. B*, 2016, 94: 121113
- [75] Li P, Wen Y, He X *et al.* *Nat. Comm.*, 2017, 8: 2150
- [76] Borisenko S *et al.* *Phys. Rev. Lett.*, 2014, 113: 27603
- [77] Neupane M, Xu S, Sankar R *et al.* *Nat. Comm.*, 2014, 5: 3786
- [78] Liu Z K, Jiang J, Zhou B *et al.* *Nat. Mater.*, 2014, 13: 677
- [79] Yan M, Huang H, Zhang K *et al.* *Nat. Comm.*, 2017, 8: 257
- [80] Bahramy M S *et al.* *Nat. Mater.*, 2018, 17: 21
- [81] Zhang K, Yan M, Zhang H *et al.* *Phys. Rev. B*, 2017, 96: 125102
- [82] Ghosh B *et al.* *Phys. Rev. B*, 2019, 100: 195134
- [83] He L P *et al.* *Phys. Rev. Lett.*, 2014, 113: 246402
- [84] Cao J, Liang S, Zhang C *et al.* *Nat. Comm.*, 2015, 6: 7779
- [85] Xiang Z J *et al.* *Phys. Rev. Lett.*, 2015, 115: 226401
- [86] Zhao Y, Liu H, Zhang C *et al.* *Phys. Rev. X*, 2015, 5: 31037
- [87] Xiong J, Kushwaha S K, Liang T *et al.* *Science*, 2015, 350: 413
- [88] Huang X, Zhao L, Long Y *et al.* *Phys. Rev. X*, 2015, 5: 31023
- [89] Hirschberger M *et al.* *Nat. Mater.*, 2016, 15: 1161
- [90] Li H, He H, Lu H *et al.* *Nat. Comm.*, 2016, 7: 10301
- [91] Zhang C, Xu S, Belopolski I *et al.* *Nat. Comm.*, 2016, 7: 10735
- [92] Guo S, Sankar R, Chien Y *et al.* *Nat. Comm.*, 2016, 6: 27487
- [93] Li H, Wang H, He H *et al.* *Phys. Rev. B*, 2018, 97: 201110
- [94] Wu M, Zheng G, Chu W *et al.* *Phys. Rev. B*, 2018, 98: 161110
- [95] McGuire T R, Potter R I. *IEEE Trans. Magn.*, 1975, 11: 1018
- [96] Taskin A A, Legg H F, Yang F *et al.* *Nat. Mater.*, 2017, 8: 1340
- [97] Liu Q, Fei F, Chen B *et al.* *Phys. Rev. B*, 2019, 99: 155119
- [98] Meng J *et al.* *Phys. Condens. Matter*, 2019, 32: 015702
- [99] Wang C M *et al.* *Phys. Rev. Lett.*, 2017, 119: 136806
- [100] Lu H. *Natl. Sci. Rev.*, 2019, 6: 208
- [101] Li S, Wang C M, Du Z Z *et al.* *npj Quantum Mater.*, 2021, 6: 96
- [102] Zhang C, Zhang Y, Yuan X *et al.* *Nature*, 2019, 565: 331
- [103] Uchida M *et al.* *Nat. Comm.*, 2017, 8: 2274
- [104] Schumann T D A *et al.* *Phys. Rev. Lett.*, 2018, 120: 16801