

从《马说》到《Super-Moiré 说》

马亚琪¹ 黄美珍¹ 孟子杨^{2,†} 王 宁¹

(1 香港科技大学物理系 香港 999077)

(2 香港大学物理学系 香港 999077)

2025-02-27 收到

† email: zymeng@hku.hk

DOI: 10.7693/wl20250606

CSTR: 32040.14.wl20250606

From “Ma Shuo” to “Super-Moiré Shuo”

MA Ya-Qi¹ HUANG Mei-Zhen¹ MENG Zi-Yang^{2,†} WANG Ning¹

(1 Department of Physics, The University of Hong Kong, Hongkong 999077, China)

(2 Department of Physics, The Hong Kong University of Science and Technology, Hongkong 999077, China)

摘要 在凝聚态物理学领域，量子莫尔材料研究正当其时。文章将从一篇物理学版《马说》讲起，引导读者欣赏该领域的新进展：如何通过量子干涉效应，得到更大晶格长度的 super-Moiré (超莫尔) 材料，实现前人开拓却所不及的整数磁通布洛赫态和整数 Brown—Zak 量子振荡。文章首先梳理了过去 50 年研究晶格势场中的电子在磁场中运动行为的来龙去脉，从侯世达蝴蝶能谱讲到石墨烯，再到转角石墨烯和现在的超莫尔材料，最后回到侯世达的名著《哥德尔、埃舍尔、巴赫》，完成从理论到计算再到实验的完整闭环。作者认为，超莫尔材料的实现为二维量子材料研究开辟了新路径，将会在量子通信和量子计算等领域具有重要应用前景。

关键词

量子莫尔材料，磁布洛赫态，量子干涉效应，侯世达蝴蝶，Brown—Zak 振荡

Abstract Research on quantum Moiré materials has attracted great attention in the field of condensed matter physics. This article starts with a physics version of “Ma Shuo” (by Han Yu, 768-824 AD) to guide readers to appreciate the new progress in this field: how to obtain super-Moiré materials with larger unit cell lengths through quantum interference effects, and how to realize magnetic Bloch states and integer Brown—Zak quantum oscillations that have not been observed before. We also provide a historical review on the study of the movement of electrons in lattice potential fields in magnetic fields over the past 50 years, from Hofstadter’s butterfly energy spectrum to graphene, then to twisted bilayer graphene and the current super-Moiré materials, and finally back to Hofstadter’s famous book 《Gödel, Escher, Bach》, completing a logical loop from theory to computation to experiment. The realization of super-Moiré materials has opened up a new path for the study of two-dimensional quantum materials, and will have important prospects in fields such as quantum communication and computing.

Keywords quantum Moiré materials, magnetic Bloch state, quantum interference effect, Hofstadter’s butterfly, Brown—Zak oscillation

Super-Moiré 说

世有 moiré，然后有 super-moiré。Moiré 者常有，而 super-moiré 不常有。

Moiré 之 super 者，其原胞尺度可达百纳米，向之作者不知其能 super 而制也。

是 super-moiré 也，其成于常规 moiré 之量子干涉效应，波粒二象性之力良有以也。

以百纳米之原胞，所含磁通之量亦增百倍，Brown—Zak 振荡正比于磁场之现象，昭然于世也。

噫！Brown—Zak，侯世达诸前辈得见今日之数据，其必曰“微斯人，吾谁与归”矣。

1 题解

这段混搭了韩愈、范仲淹还有几位物理学家的《Super-moiré 说》，看的大家一头雾水，先说一声抱歉。但就是这样文白夹杂、古今中外的拉扯，其实包含着时下量子莫尔材料研究的新进展^[1]，下面的文章，就好像诸位看官中学时学古文一样，可以作为对于这样的进展的赏析来读。

量子莫尔材料(quantum moiré material)是指人造的二维超晶格材料，对于这种材料的理论、计算和实验研究，是目前凝聚态物理学和量子材料科学的研究重点。其具体的例子包括双层转角石墨烯^[2]和过渡金属二硫化物。人们在前者中发现了超导现象，而目前正在世界范围内如火如荼的分数陈绝缘体——庶几分数量子霍尔效应的无磁场版本——就是在后者中发现的。这些材料一个共同的特点就是通过堆叠和旋转，材料中形成的人造 moiré 晶格的尺度可以大于其单层组分中原子晶格的尺度，如单层的石墨烯中碳原子所形成的蜂窝晶格，其键长在埃米量级(10^{-10} m)，而双层转角石墨烯的莫尔超晶格，其晶格长度可以到 10 纳米(10^{-8} m)量级。在量子多体物理学和拓扑物理学中大家所追求的新奇现象，如二维(狄拉克)电子气、莫特绝缘体、非费米液体、非常规超导体、量子反常霍尔效应(陈绝缘体)和其分数化的版本等等，都因为这样的长度尺度和能量尺度的变化而在量子莫尔材料中涌现出来，而且人们可以通过精准的门电压、转角、应变、垂直电场、外磁场等方式进行调控，在同一个样品中实现这些新奇物态之间的相变，难怪莫尔材料变成了凝聚态物理学从理论到计算再到实验，老少咸宜的热门话题。

如是长度尺度和能量尺度的变化和随之而来的新物理现象，能否在现有的莫尔材料之上继续进行呢？我们这里想要讨论的进展，是在莫尔超晶格的基础上，想办法继续增大超晶格原胞的尺度，把原胞从 10 nm 增大到了 100 nm 量级，这样制造出来的二维超晶格材料，就是 super-moiré^[1]。想要把原胞尺度变得更大，依靠人工堆叠两种具有相似晶格常数的材料形成异质结是不可行的。异质结的原胞尺寸由这两层二维材料间的晶格常数差所决定，而差是有限的，对于最常见的石墨烯(graphene)和六方氮化硼(hexagonal boron nitride, hBN)形成的异质结，它的最大原胞尺度也才约 14 nm。另一方面，简单地调整同质结中两层相同的二维材料之间的转角也不能实现更大的原胞尺度(虽然之前有不少尝试)。这是因为在实际材料中，原子排布的不均匀性是一个很大的问题，而且莫尔材料的双层或者多层之间通过范德瓦耳斯力(而不是三维材料中常见的化学键)联系在一起，范德瓦耳斯力不似化学键那么强，原子可以比较容易地调整位置找到局域基态，但这就会使得原子排布从整体上看更加混乱，不能成为周期性的晶格。

那么如何克服这样的问题呢？还是那句老话，“遇事不决，量子力学”。解决问题的办法是把两个已经稳定的 moiré 超晶格再叠加起来，并旋转到合适的角度。当是时也，叠加在一起的稳定 moiré 超晶格(其原胞大小都在 10 nm 左右)，其中电子的波函数(波粒二象性)会发生干涉效应：如果两个 moiré 之间相对的转角满足了干涉所需要的公度(commensurate)条件，也就是两套 moiré 的倒格矢满足特定关系时，两个 moiré 的波长可以发生干涉，那么这样干涉出来的波就可以具有更长的波长。如此产生的 super-moiré 超晶格，其晶

格长度可以克服上面说的材料的不均匀性, 展现出稳定的更大原胞的周期性晶格结构。正因为 super-moiré 的形成靠的是两个稳定的 moiré 超晶格中电子波函数的量子力学干涉效应, 而不是机械地通过旋转让原子密度简单地在几何上排列出更大的周期(遑论实际材料中原子排布天生不均匀, 原子密度不能真正形成周期), 所以说“波粒二象性之力良有以也”。我们在目前所得到的实验结果, 其实只是理论中满足公度条件的诸多干涉波长中的一种, 可以预期此路一开, 还会有更多的 super-moiré 材料被制造出来, 在更大长度尺度上的新奇量子多体物理学现象和拓扑物理学现象会不断涌现。

那么有了更大晶格长度的 super-moiré, 我们用它来展示什么新的物理现象呢? 这就需要提到前面《Super-moiré 说》中嵌入的几位物理学家“Brown—Zak, 侯世达诸前辈”, 以及电子在晶格中的周期势场和磁场的共同作用下所展示的侯世达蝴蝶(Hofstadter butterfly)和 Brown—Zak 量子振荡效应了。

2 侯世达的蝴蝶与 Brown—Zak 的振荡

侯世达的蝴蝶不是混沌现象中经常提到的蝴蝶效应, 侯世达也不是中国人, 而是美国物理学

家 D. R. Hofstadter (不得不说他的中文译名很接地气)。他在 1970 年代通过数值计算得到了在二维周期性势场和垂直磁场中电子的量子运动能谱图, 形如蝴蝶, 故得名。他的结果也成为了现代科学计算数据可视化的早期范例之一^[3]。

二维正方形晶格中电子的能级关于外加磁场的函数形式如图 1 所示, 该谱图在数学结构上最显著的特征是, 在特定的磁场数值下(横轴), 电子可以处在的能量本征态(纵轴)随着磁场的变化发生复杂的分裂, 并产生迭代性的分形结构, 形如蝴蝶, 后来人们发现蝴蝶翅膀的特征是整数陈数, 所以侯世达蝴蝶在后来的整数量子霍尔效应理论和拓扑量子数理论中都有重要的作用。产生这样图案的实质原因是, 在公度(commensurate)的条件下, 即穿过晶格原胞之内的磁通量 ϕ 为磁通量子 ($\phi_0 = h/e \sim 4 \times 10^{-15} \text{ T/m}^2$) 的有理数倍 $\phi/\phi_0 = p/q$ (p 和 q 是互质的整数)时, 磁场下在晶格上运动的电子感受到的有效磁场为零, 可以摆脱磁场的束缚恢复自由的状态。这样在周期晶体中自由运动的电子的波函数, 称为布洛赫态(Bloch state), 得名于瑞士物理学家 Felix Bloch (1905—1983), 如图 2(a)所示^[4]。侯世达蝴蝶能谱中的电子, 在满足磁场公度条件时其波函数就是布洛赫态, 其能量就是图 1 中有颜色的地方, 此时电子可以传导, 考虑到此时有磁场(虽然电子在公度时感受不到), 电子的波函数被称为磁布洛赫态; 而当电子的能量处于图 1 中空白的地方时, 此时电子的波函数处于绝缘态, 这样的绝缘态可能是公度磁通下的带隙, 也可能是不满足磁场的公度条件的绝缘态。

处在磁布洛赫态中的电子, 因为不受磁场的束缚, 可以保持弹道输运, 就像金属中的自由电子在能带中一样(图 2(c)); 如果此时调节磁场, 把电子的状态调节到图 1 中空白的地方, 这时电子就好像进入能带中间的能隙而被约束, 不能参与导电(图 2(b))。如果可以测量侯世达蝴蝶(就是在二维周期性晶格势场和垂直磁场中的电子)的输运性质, 并观察其电导随着磁场的关系, 那么可以看到随着磁场的变化:

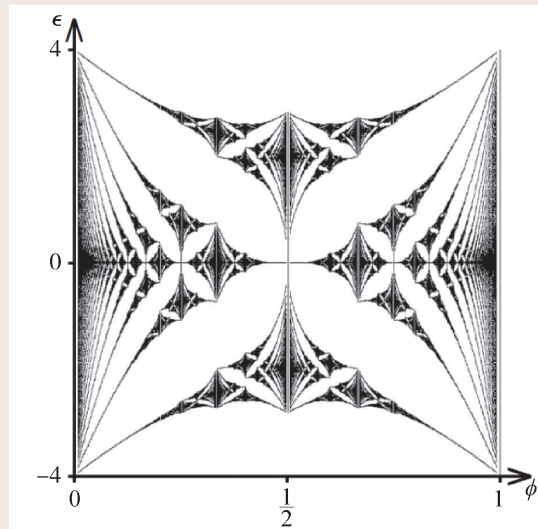


图1 侯世达绘制的“蝴蝶图”, 描述二维正方形晶格中电子的能级关于外加磁场的函数形式, 形如蝴蝶^[4]

(1) 穿过晶格原胞的磁通在“满足—不满足”公度条件的状态之间变化；

(2) 电子的行为也就在对于磁场的“自由—约束”状态之间变化；

(3) 其电导也就会出现随着磁场“导电—不导电”的振荡行为。这样的振荡行为被称为 Brown—Zak 振荡 (BZ 振荡)，如图 2(d)—(f) 所示，得名于美国物理学家 Edmond Brown^[5] 和以色列物理学家 Joshua Zak^[6]。这二位理论物理学家在 1960 年代就考虑过均匀磁场对于布洛赫电子运动的影响，可以说侯世达在 1970 年代的工作是建立在 Brown—Zak 的基础之上的，只是 Brown—Zak 更多讨论的是磁平移群的数学结构，而侯世达则把计算所得的蝴蝶能谱，还有能谱的分形结构挖掘了出来。

行文至此都是理论和计算物理学家的游戏，在真实的二维材料中，能否观察到侯世达蝴蝶和 BZ 振荡呢？一如地球上的很多事情，理想和现实的差距就是那么大，那么不随人意。这是因为真实材料中原子晶格的尺度在埃米量级，比如石墨烯的晶格长度是 $a = 2.46 \times 10^{-10} \text{ m}$ ，那么它的原胞面积就是 $S \sim 5 \times 10^{-20} \text{ m}^2$ 。这意味着如果需要满足公度条件 $\phi/\phi_0 = p/q$ ，此时通过晶格原胞的磁场 $B = \phi/S = \phi_0 p/qS \sim 10000 \text{ T}$ (当 $p/q = 1/2$)，1 万特斯拉这么大的磁场在地球上的实验室中是不能实现的。也就是说，如果要在真实的物理材料中观察到 BZ 振荡，需要尽量地增大晶格原胞的面积(就是原胞的尺寸)，这样才能在一个原胞中尽可能多地囊括磁通量子的 p/q 倍，才能看到系统的电导随着磁场，以 p/q 为周期的 BZ 振荡行为。图 2(d)—(f) 就是这样现象的示意图。

直到最近，侯世达蝴蝶和 BZ 振荡才在二维量子材料中被实现。2013 年，通过将 hBN 和石墨

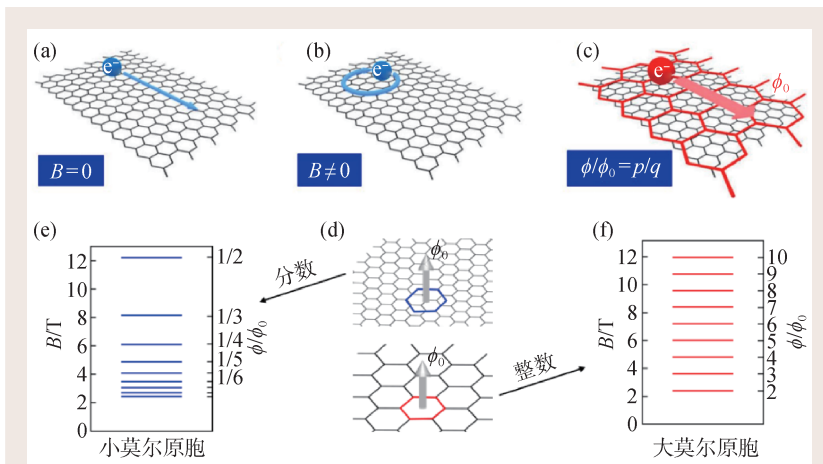


图2 晶格原胞尺寸和磁场的公度条件及 BZ 振荡 (a) 没有磁场时，电子在晶格势场中自由运动，其波函数为布洛赫波；(b) 有磁场但不满足公度条件时，电子运动受到束缚；(c) 满足公度条件 $\phi/\phi_0 = p/q$ 时，即穿过晶格原胞的磁通量为磁通量子的 p/q 倍，电子感受到的有效磁场为零，电子恢复磁布洛赫波的自由状态^[8]；(d) 当晶格原胞(灰色六边形)较小时，需要多个原胞才能承载一个磁通量子，蓝色六边形表示在一定磁场强度下承载一个磁通量子需要的面积，灰色箭头表示一个磁通量子。即一个晶格原胞只能穿过分数个磁通量子，也就是 $\phi/\phi_0 = \frac{1}{q}$ ($q = 1, 2, 3, \dots$)；(e) 那么实验上可以看到随 $1/B$ 做周期性变化的分数 BZ 振荡；(f) 当晶格原胞变大时，在同样磁场下的一个原胞(super-moiré 原胞，红色六边形)能承载整数个磁通量子，即 $\phi/\phi_0 = p$ ($p = 1, 2, 3, \dots$)，那么实验上可以看到随 B 做周期性变化的整数 BZ 振荡

烯的晶轴对齐，英国曼彻斯特大学的 Fal'ko 和 Geim (2010 年诺贝尔物理学奖得主，因为发现石墨烯而闻名) 得到了 Graphene/hBN (缩写为 G/hBN) 莫尔超晶格，其波长在 10 nm 左右。这个数值比石墨烯的晶格常数大了将近 40 倍，意味着原胞面积增大了 1500 多倍。在实验室磁场 ($B \sim 20 \text{ T}$) 下，他们成功达到了公度条件 $\phi/\phi_0 = 1/q$ ($q = 1, 2, 3, \dots$)，即每个原胞内有 $1/q$ (分数) 个磁通量子，进而首次在实验上观察到了分数 BZ 振荡^[7]，如图 2(e) 所示。进一步，2018 年，Fal'ko 和 Geim 组在同样的 Graphene/hBN 莫尔超晶格中实现了高阶的分数 BZ 振荡，其中 $p = 1, 2, 3, 4$ ，但是仍然 $p/q < 1$ ^[8]。

然而，分数磁通并没有组成完整的侯世达能谱，也就是没有看到 $B = p\Phi_0/qS$ ，其中 $q = 1, p = 1, 2, 3, \dots$ 时的整数磁通 BZ 振荡，如图 2(f) 所示。在原胞尺度约为 10 nm 的 G/hBN moiré 结构中，要达到最小的整数磁通，即 $\phi/\phi_0 = 1$ ，需要的磁场是 $B \sim 50 \text{ T}$ ；如果要达到 $\phi/\phi_0 = 2$ ，则需要 $B \sim$

100 T。这仍然是实验上难以达到的磁场强度。也就是说,如G/hBN这样的普通 moiré 材料中的原胞面积 S 仍然不够大。只要把 S 增大,比如把原胞的线性尺度从 10 nm 增大到 100 nm,原胞的面积就可以再增大 100 倍,所需要看到同样 BZ 振荡的磁场就可以减小 100 倍。这就是 super-moiré 材料发挥作用的地方,如前所述,我们的 super-moiré 提供了一种创造周期为几十个纳米的结构,这为研究侯世达能谱和整数 BZ 振荡提供了一个良好的平台。

3 世有 moiré, 然后有 super-moiré

构建 super-moiré,就是要构建尺度约为 100 nm 的周期性势场。正如前文中所提到的,在量子莫尔材料的构建方法中,异质结中原胞尺寸有限,小于需要的长度;大尺度周期性结构在极小转角的同质结中是可能的,但是在现实中结构弛豫会导致严重的不均匀性。直到现在,整数磁通的 BZ 振荡只在非常有限的系统中被实现。同时,在这些系统中,电荷捕获中心(charge trap centers)、杂质、角度不均匀性和层间耦合引起的电子能带变化都会阻碍整数磁通布洛赫态的实现。

我们的解决办法,是通过两个稳定的 moiré 超晶格的堆叠和旋转,当两套 moiré 的倒格矢满足公度关系,此时电子波函数发生量子力学干涉效应,进而可以实现 super-moiré 的更大周期^[1]。如图 3(a)所示,通过把单层石墨烯和 1.0° 的转角六

方氮化硼(twisted hBN, 简称 t-hBN)对齐,我们创造了两个小尺度的莫尔结构,一个是 14.4 nm 的 t-hBN 莫尔晶格,另一个是 13.0 nm 的 G/hBN 莫尔晶格。这两个莫尔结构会相互干涉来形成一个 63.2 nm 的 super-moiré 结构,在主狄拉克点(main Dirac point, 单层石墨烯的本征电阻峰,对应 $n_{\text{tot}}=0$)附近出现的电阻峰证明了这一点(图 3(c))。如此构造简洁干脆,却效果显著。通常使用的 hBN 晶体是自然堆叠的 AA' 结构,通过小角度堆叠两个奇数层的 hBN 晶体,可以创造一个平行堆叠的界面。这样的堆叠方式会在界面处产生第一个 t-hBN 莫尔图案(图 3(a)的右边),其中对称性破缺会产生一个周期性势场^[9]。这个势场是静电性的,并且可以在没有直接接触的情况下影响相邻的材料。同时,当单层石墨烯进一步和 t-hBN 对齐,石墨烯和 hBN 之间的晶格常数差可以产生第二个 G/hBN 莫尔图案(图 3(a)的左边)。在 t-hBN 和 G/hBN 界面处产生的势场拥有不同的周期和幅度(图 3(b))。通过控制 G/hBN 和 t-hBN 中的转角大小,这两个莫尔结构可以产生量子干涉并形成 t-hBN/G/hBN super-moiré 结构(图 3(a)的中间),这个新的莫尔结构通常具有比两个单莫尔结构更大的周期尺度。这样,在石墨烯中运动的电子会感受到一个大尺度的 super-moiré 势场(图 3(b))。

基于这种 super-moiré 结构,我们制备了器件并进行输运测量。图 3(c)是零磁场下测量得到的纵向电阻 R_{xx} 随载流子浓度 n_{tot} 变化的曲线。除了来自主狄拉克点的电阻峰,蓝色箭头标记的两个

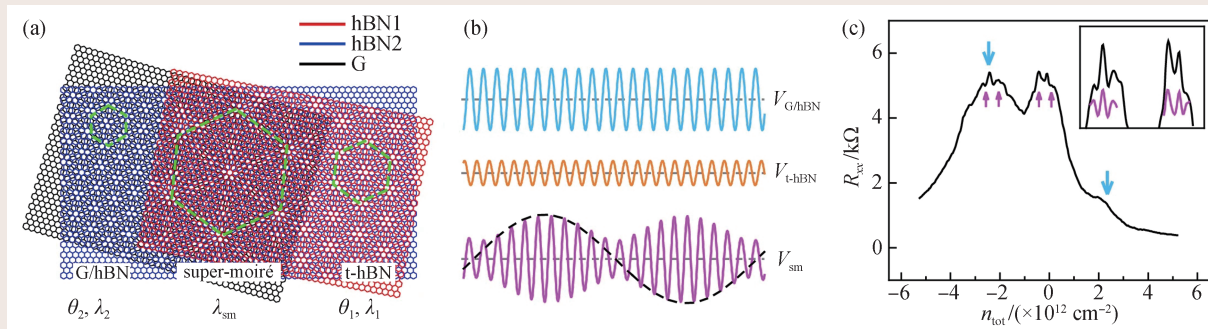


图3 Super-moiré 周期性势场的产生 (a)两个单莫尔结构和 super-moiré 结构的示意图; (b) t-hBN 和 G/hBN 势场叠加的示意图, 以此产生大周期的 t-hBN/G/hBN 势场; (c)纵向电阻随载流子浓度的变化关系($T=1.5 \text{ K}$)^[1]

电阻峰来自于t-hBN和G/hBN势场的共同作用,其中t-hBN和G/hBN莫尔结构的周期尺度分别为14.4 nm和13.0 nm。重要的是,在主狄拉克点附近出现了额外的小电阻峰(如紫色箭头标记),这些峰显示存在一个更大尺度的电势场。实验上可测到载流子浓度约为 $9.07 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$,这对应一个 $\sim 61.8 \text{ nm}$ 的t-hBN/G/hBN super-moiré结构。正是这样的super-moiré给了我们更大的原胞面积 S ,如果Fal'ko和Geim等人可以利用G/hBN莫尔结构在20 T

的磁场下看到 $\phi/\phi_0 = 1/q$ ($q = 1, 2, 3, \dots$)的分数BZ振荡,那么现在super-moiré原胞尺寸大了约5倍,原胞面积大了约25倍,那么在同样的磁场条件下,应该可以看到 $\phi/\phi_0 = p$ ($p = 1, 2, 3, \dots$),即每个原胞内有 p (整数)个磁通量子的BZ振荡。在地球上的实验室条件中,我们的工作将会证明通过大尺度的super-moiré结构可以产生整数磁通的磁布洛赫态。

实验的情况确实如我们所想,图4(a)是器件在142 K下的输运数据,电阻 R_{xx} 随磁场和载流子浓度 n_{tot} 的变化图。在这个温度下,可以看到独立于载流子浓度的电阻振荡,如图中的横条纹所示,这就是BZ振荡。因为BZ振荡依赖于super-moiré势场的周期性,这是一个结构特征,所以它极其稳定,在高温下依然存在^[10]。进一步,我们发现电阻 R_{xx} 的极大值周期性出现在整数磁通位置($\phi/\phi_0 = 1-9$),也就是说振荡随磁场做周期性变化。这是整数BZ振荡,和分数BZ振荡是不一样的。在分数BZ振荡中,电阻随磁场的倒数($1/B$)做周期性变化,对应于每个原胞中有分数个磁通量子。图4(b)是来自于图4(a)的一条线,即在固定载流子浓度时,测量电阻随磁场的变化,如图4(a)中的蓝色箭头所示。很显然,电阻极大值恰好出现在 $\phi/\phi_0 = p$,这对应于每个原胞中有整数个磁通量子,

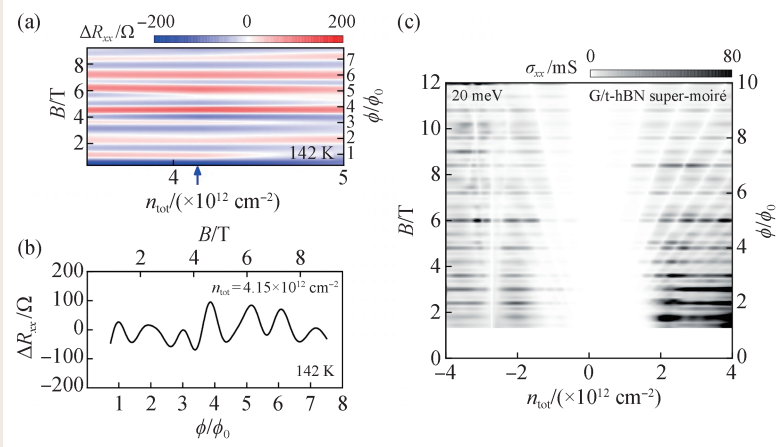


图4 Super-moiré势场产生的整数磁通的磁布洛赫态 (a)纵向电阻的二阶导数 $\Delta R_{xx} = \partial^2 R_{xx} / \partial B^2$ 随磁场和载流子浓度的变化关系;(b)固定载流子浓度时, ΔR_{xx} 随磁场的变化关系;(c)计算电导 σ_{xx} 随磁场和载流子浓度的变化关系^[1]

即整数磁通的磁布洛赫态。从图4(a), (b)可以得到BZ振荡的周期是 $B \sim 1.20 \text{ T}$,通过关系 $\Delta BS = \Phi_0$ 和 $S = \sqrt{3/2} \lambda_{\text{sm}}^2$,可得到super-moiré结构的尺度是 $\lambda_{\text{sm}} \sim 63.2 \text{ nm}$,和图3(c)中纵向载流子浓度估计得到的 $\sim 61.8 \text{ nm}$ 是符合的。

此外,为了理解super-moiré势场如何产生整数磁通的磁布洛赫态,我们建立了一个连续性模型来计算电导 σ_{xx} 。图4(c)是计算结果,可以看到 σ_{xx} 的极大值表现为均匀分布的横条纹,出现在 $\phi/\phi_0 = 1-10$ 。这与实验结果是符合的,并定性甚至是半定量地解释了实验上测量到的整数BZ振荡的确起源于整数磁通的磁布洛赫态。

4 微super-moiré, 吾谁与归

由是观之,我们实现了整数磁通的布洛赫态($\phi/\phi_0 = 1-9$),并观察到随磁场做周期性变化的量子振荡,即整数BZ振荡,这项工作不仅为研究高磁通($p/q > 1$)下的侯世达蝴蝶能谱提供了机会,而且为创造均匀的大尺度超莫尔(super-moiré)周期性势场提供了新的方法。从1960年代的Brown—Zak,到1970年代的侯世达,到graphene和moiré时代的Fal'ko和Geim,再到今天的super-moiré,二维周期性势场和垂直磁场中电子的量子运动的

故事，从理论到计算再到实验，终于在地球上实验室里面画了一个完整的圈。所以说如果 Brown—Zak、侯世达诸位前辈看到当下的进展，“其必曰：微斯人，吾谁与归？”

当然，在我们之前，其他人也探索了类似的现象。比如堆叠两个 hBN/G 界面形成 hBN/G/hBN 结构^[11]，或者堆叠两个 G/G 界面形成三层转角石墨烯结构^[12]。这两个结构的共同点是使用相同类型的莫尔堆叠，通过相邻层之间的近邻耦合(proximity coupling)形成 super-moiré。但这种设计有两个缺点：首先，相邻层之间距离固定导致势场强度无法调节；此外，由于近邻耦合要求不同层材料在空间上不能离太远，因此想要叠加更多层结构来制造更复杂的 super-moiré 几乎不可能。不同的是，我们所采用的 t-hBN/G/hBN super-moiré 结构由不同类型的 moiré 组成，避开了上面两个缺点。这是因为 G/t-hBN 中 t-hBN 的势场来自于界面处电极化产生的静电势，这种势场允许不同层材料在空间上的分离，并且可以通过变化 hBN 厚度来调节势场强度。此外，hBN 作为一个绝缘体，不直接参与电子输运，相对于三层转角石墨烯这种电子性质被层间相互作用强烈改变的系统，t-hBN/G/hBN super-moiré 结构是一个相对干净的系统。这样的通过量子力学干涉效应制造的 super-moiré 器件，将有望实现清晰可控的高密度单光子源阵列、三维拓扑绝缘体^[13]等，将会在量子通信和量子计算等领域具有重要应用

前景。

由《Super-moiré 说》所引出的思考，让人意犹未尽想再说几句。回到本文开头处的韩愈和《马说》，中学教材中的解读是韩老夫子认为世界上不是没有千里马，而是缺少知马的伯乐，他控诉的是封建社会中统治阶级不知人、埋没人才，抒发了封建社会中知识分子怀才不遇的悲愤。在这样的情况下，再去希望如韩老夫子一样被统治者重视而成为其中的一员，其实是徒劳的。反倒是文章开头提到的物理学家侯世达同学，为我辈真正关心学问的人指出了另一条出路。侯氏在完成了 Butterfly 研究之后，研究兴趣更是扩展到了认知科学和人类创造性活动的共同规律，他跨界到了计算机科学、科学哲学、比较文学和心理学，完成了比侯世达蝴蝶更加有影响的工作，他写有这样一本有趣的书《哥德尔、埃舍尔、巴赫：集异璧之大成》(*Gödel, Escher, Bach: an Eternal Golden Braid*)，讲述了逻辑学家库尔特·哥德尔，艺术家莫里茨·科内利斯·埃舍尔，和作曲家约翰·塞巴斯蒂安·巴赫的创造性的成就怎样交织在一起。如他所说：“我认识到，哥德尔、埃舍尔和巴赫只是用不同的方式来表达一样相同的本质。我尝试重现这种本质而写出这本书。”相比于韩老夫子，侯世达同学的例子反倒更像是一个正常的社会中，具有理性思维方式和创造精神，敢于质疑权威和发扬真理的科学家的所应该采取的态度。

参考文献

- [1] Ma Y Q, Huang M Z, Zhang X *et al.* Nature Communications, 2025, 16: 1860
- [2] 孟子杨. 物理, 2021, 50(5): 348
- [3] Hofstadter D R. Physical Review B, 1976, 14: 2239
- [4] Harper F, Simon S H, Roy R. Physical Review B, 2014, 90: 075104
- [5] Brown E. Physical Review, 1964, 133: A1038
- [6] Zak J. Physical Review, 1964, 134: A1602
- [7] Ponomarenko L, Gorbachev R, Yu G *et al.* Nature, 2013, 497: 594
- [8] Krishna Kumar R, Mishchenko A, Chen X *et al.* Proceedings of the National Academy of Sciences, 2018, 115: 5135
- [9] Zhao P, Xiao C, Yao W. npj 2D Materials and Applications, 2021, 5: 38
- [10] Krishna Kumar R, Chen X, Auton G *et al.* Science, 2017, 357: 181
- [11] Wang L, Zihlmann S, Liu M H *et al.* Nano Letters, 2019, 19: 2371
- [12] Zhu Z, Carr S, Massatt D *et al.* Phys. Rev. Lett., 2020, 125: 116404
- [13] Herzog-Arbeitman J, Song Z D, Regnault N *et al.* Phys. Rev. Lett., 2020, 125: 236804