

$t=0$ 加入扰动, 扰动体系的波方程为 $(H-W+A)\psi=0$, 可以得到解的形式为 $\psi=\sum_n a_n \psi_n$, 系数 a_n 是时间 t 的函数。由

$$0 = \sum_n (H-W+A) a_n \psi_n \\ = \sum_n a_n (H-W+A) \psi_n - i\hbar \sum_n \dot{a}_n \psi_n,$$

这里的 H, A 和 a_n 对易, 而 $W a_n - a_n W = i\hbar \dot{a}_n$ {不理解为什么 A 和 a_n 对易。此处的智慧, 是科学构造者要学习的}, 假设 $A \psi_n = \sum_m A_{mn} \psi_m$, 可得方程:

$$i\hbar \dot{a}_m = \sum_n a_n A_{mn}.$$

如果 $N_m = a_n a_n^*$ 是处于 m -态的原子数目 {此处可见产生、湮灭算符的影子了}, 其运动方程为 $i\hbar \dot{N}_m = \sum_n (a_n A_{mn} a_m^* - a_n^* A_{mn} a_m)$ 。

接下来, 假设电磁场扰动的哈密顿量 $A = \eta \cdot k/c$, 其中 η 是 y 方向上的总电极化, $(0, \kappa, 0, 0)$ 是矢势, 一通假设后得到 ΔN_m 的变化表达式, $2\pi/3\hbar^2 c \{ |c_n|^2 - |c_m|^2 \} |P_{nm}|^2 I_\nu$, 进而认定爱因斯坦的受激吸收和受激辐射的概率系数为 $B_{n \rightarrow m} = B_{m \rightarrow n} = 2\pi/3\hbar^2 c |P_{nm}|^2$ 。

值得提一句, 如同薛定谔在1926年的“量子化作为本征值问题”一文中的做法, 狄拉克在这篇文章中也是在正文中说是“The new mechanics of the atom introduced by Heisenberg...”, 在脚注中则是: “See various papers by Born, Heisenberg and Jordan”。这让后来的人读论文, 可不就把建立量子力学的功劳记到了海森堡一个人的头上, 这还不算记到海森堡头上到底合适不合适。

(未完待续)

悟理小言

100周年后，重返量子力学 诞生地 Helgoland

1925年6月中旬, 海森伯在德国汉堡外海 Helgoland 小岛上, 写下了催生“矩阵力学”的重要一步。几乎同时, 奥地利物理学家薛定谔独立地以不同数学形式写下了“波动力学”方程式。两人使用的数学工具迥异, 但殊途同归, 他们(携手前辈和同侪)共同建立了“量子力学”学科。



“海天寥廓立多时”, 这块礁岩可能就是当年海森伯一夜无眠写下矩阵力学后, 振奋焦虑, 望洋兴叹徘徊坐待旭日东升的海岬(图片引自 *Physics World*, 01 Dec., 2024)

2025年是量子力学诞生100周年。微观物理世界的本质, 如物理实在性、古典与量子世界的界限等问题, 仍然扑朔迷离, 往往难以明确回答。但与过去截然不同, 一个世纪以来科学技术的发展, 已让科学家能够有机会利用“实验”去检验及回答这类问题, 而不再如过去一般, 常只能局限于哲学层次的辩论。

第一次和第二次世界大战期间, Helgoland 小岛被德军作为前哨要塞。二战末期, 盟军摧毁了岛上大量的德军库存弹药, 虽然房屋等建筑(包括海森伯在1925年停留两周的旅店)也因此被摧毁殆尽, 但战后土地和财产又归还原主(岛民)。

2025年6月, 一批科学家将重返 Helgoland, 讨论量子力学的本质、次原子世界的实在性、量子力学的技术应用, 以及如何唤起公众对量子科学与技术的认识。联合国教科文组织将2025年订为“国际量子科学与技术年”(International Year of Quantum Science and Technology)。

(台湾阳明交通大学 林志忠 供稿)