

带电沙尘大气对微波量子照明雷达性能的影响

杨瑞科[†] 王甲乐

(西安电子科技大学物理学院, 西安 710071)

(2024年6月6日收到; 2024年7月27日收到修改稿)

本文旨在研究带电沙尘大气对微波量子照明雷达性能的影响. 基于 Mie 粒子散射理论, 运用模拟离散随机分布粒子对光子多重散射的蒙特卡罗方法, 对不同能见度及不同粒子带电量的沙尘大气的微波衰减进行分析. 根据量子照明雷达理论, 采用基于分束器理论的分光链路模型模拟沙尘大气信道, 并根据量子雷达方程及量子检测错误概率理论, 开展不同能见度带电沙尘大气对微波量子照明雷达的检测错误概率、信噪比和最大探测范围等影响研究, 并与经典 TMN 雷达性能进行对比分析. 结果表明, 在沙尘大气中, 量子照明雷达的性能随着能见度的增大而提高, 粒子带电会引起信号衰减增大及系统性能下降, 带电量的变化引起性能的改变是非线性的. 当能见度较高时适当提高信号频率可提高量子照明雷达的性能, 当能见度较低时频率提高带来的增益会小于衰减增大带来的性能下降, 这种情况不宜增大频率. 在与经典雷达的比较发现, 在较低能见度及较低发射平均光子数时量子雷达性能较优, 但随着光子数增加, 优势逐渐降低.

关键词: 量子照明雷达, 沙尘大气, 探测性能, 多重散射**PACS:** 03.65.Yz, 84.40.Xb, 03.65.Nk**DOI:** 10.7498/aps.73.20240802

1 引言

量子照明雷达是近年来快速发展的一种在高噪声环境下实现高灵敏探测的新型雷达技术. 其基本原理是利用量子纠缠光源产生强相关的信号光和参考光, 通过传输信号光照射目标并接收其回波, 然后与保留的参考光进行联合测量, 从而在高噪声环境下实现对目标的高灵敏探测. 量子照明雷达最初是在 2008 年由 Lloyd^[1] 在理论上提出. 2011 年, Lanzagorta^[2] 对量子雷达的研究状况进行了全面总结, 并从理论上将量子雷达的工作频段由光波扩展至微波、毫米波波段, 提出了量子雷达散射截面等概念. 在 2013 年, Lopaeva 等^[3] 完成了第 1 个量子照明雷达实验演示, 紧接着 Shapiro 等^[4] 完成了基于量子照明的实验. 早期量子照明雷达主要集中在可见光波段, 使用连续变量纠缠高斯态. 目前这方面研究持续发展, 并积极开展大气对纠缠

相干态量子雷达影响机理方面的研究^[5,6]. 2015 年, Barzanjeh 等^[7] 提出了微波量子照明理论. 2019 年苗强等^[8] 对量子微波制备方法与实验研究进展进行了综述, 归纳、分析了微波单光子、纠缠微波光子以及压缩微波场和纠缠微波场的产生原理、方法和相关典型实验的进展. Barzanjeh 等^[9] 于 2020 年实现了室温下微波频段的量子照明实验, 证明其信噪比可超过传统相干雷达. 2022 年 Livreri 等^[10] 提出了一种基于约瑟夫森行波参量放大器 (JTWPA) 的微波量子雷达装置, 有效提高了带宽. 2023 年 Wei 等^[11] 对微波量子照明雷达的最大探测范围进行推导与分析, 同年, Borderieux 等^[12] 利用广义去极化量子信道研究了微波光子在大气中传播演化模型以及纠缠生存距离, 这些研究有力地促进了微波量子照明雷达的发展.

大气中微波量子照明雷达的研究, 需要分析各种大气气象环境对微波量子雷达信号传播的影响, 而对于不同大气环境 (如: 降雨、沙尘、雾霾等), 其

[†] 通信作者. E-mail: yrk18687@163.com

中悬浮粒子的吸收和散射引起信号的衰减需先考虑. 然而, 目前对微波量子照明雷达的研究中, 要么仅引入大气衰减常数, 要么直接忽略, 很少看到考虑不同大气气象环境对系统性能影响的研究. 例如, Lanzagorta^[13] 的研究只考虑了衰减系数, 而没有考虑具体的大气条件; Borderieux 等^[12] 将大气看作广义去极化量子信道, 并将其与经典衰减联系起来, 但也没有考虑具体的大气环境. 为了使微波量子雷达能更有效地在不同大气环境中工作, 需开展各种大气环境对量子照明雷达性能影响的研究.

扬尘天气和沙尘暴是一种风沙灾害天气, 在干旱和半干旱的沙漠化地区常发生. 为了使量子照明雷达能几乎全天候的工作, 就需对不同能见度沙尘大气下的带电和不带电的沙尘粒子对光子的吸收、散射进行细致研究, 以更好地开展沙尘大气对量子照明雷达性能影响的研究. 目前, 国内外关于不带电和带电沙尘大气中电磁波传播特性的研究已有不少. 相对早期, 以不带电沙尘大气中电磁波传播的研究较多^[14,15], 近年, 已逐步趋于成熟^[16,17]. 对于带电沙尘大气中的电磁波传播的研究, 近些年来还在持续增加^[18-20].

本文采用分光链路模型来描述实际大气环境, 基于 Mie 散射理论采用蒙特卡罗多重散射模拟方法, 对不同浓度、携带不同带电量沙尘粒子的沙尘大气对微波量子照明雷达性能的影响进行研究, 对检测误差概率、信噪比、最大探测距离等进行分析. 本研究可为微波量子照明雷达在大气中的工作状态优化提供方法和理论基础.

2 理论介绍

2.1 量子照明雷达的基本原理

量子照明雷达系统的等效模型如图 1 所示, 其基本原理可以表述为: 系统发射机处的光源产生一对纠缠光子, 其密度矩阵为 ρ_{AB} , 其中 A 模式为闲置光, B 模式为信号光, 信号光用于探测目标物体, 若目标物体存在, 信号光会与热噪声对应的光场 (密度矩阵为 ρ_C , 平均光子数为 N_{th}) 混合并与目标发生相互作用, 随后反射的光与闲置光会被进行联合测量, 若目标不存在, 则信号光丢失, 热光场与闲置光会被进行联合测量.

根据分束器理论和探测原理, 探测的目标可等效为一个分束器^[21,22], 分束器对混合光场的作用可

以用分束器的么正算符 U_{BS} 来表示, 则与目标相互作用后目标处反射光的密度矩阵 ρ'_{AB} 为

$$\rho'_{AB} = U_{BS}\rho_{AB} \otimes \rho_C U_{BS}^\dagger, \quad (1)$$

$$U_{BS} = \exp(\xi \hat{a}_B^\dagger \hat{a}_C - \xi^* \hat{a}_C^\dagger \hat{a}_B), \quad (2)$$

其中, \hat{a}_B 和 \hat{a}_C 分别是信号光和热光场的湮灭算符, $\xi = \sin^{-1} \sqrt{\eta}$, η 是目标物体的反射率.

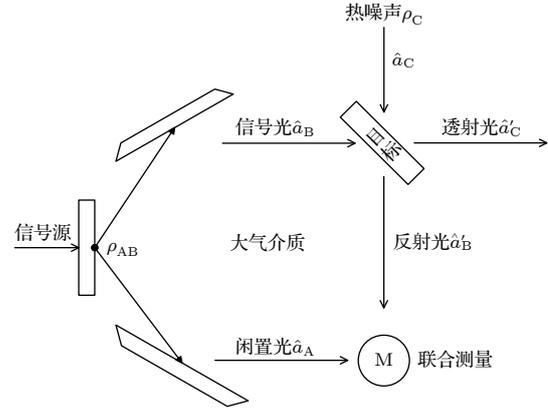


图 1 量子照明雷达等效模型

Fig. 1. Equivalent model of quantum illumination radar.

根据量子照明雷达的原理, 在接收机处进行联合测量处可以得到两种可能的输出态 ρ_0 和 ρ_1 , 其表达式如下:

$$\rho_0 = \text{Tr}_B(\rho_{AB}) \otimes \rho_C, \text{ 目标不存在.} \quad (3)$$

$$\rho_1 = \text{Tr}_C(U_{BS}\rho_{AB} \otimes \rho_C U_{BS}^\dagger), \text{ 目标存在.} \quad (4)$$

其中 Tr 是对密度矩阵求偏迹, 如果目标存在的, 在数值计算过程中需要将热噪声的平均光子数调整为 $N'_{th} = N_{th}/(1-R)$, 以补偿混合过程中的损耗.

联合测量的目的是判断目标是否存在, 这一问题可以被等效为两个量子态 ρ_0 和 ρ_1 的辨识过程, 通常使用检测错误概率来评估. 最小检测错误概率可以由 Helstrom 极限给出^[23]:

$$P_{\text{err},N} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2} \|\rho_0^{\otimes N} - \rho_1^{\otimes N}\| \right), \quad (5)$$

其中 $\|\rho\| = \text{Tr} \sqrt{\rho^\dagger \rho}$ 代表着量子态 ρ 的迹范数, N 为同时用于探测的纠缠光源拷贝数, $\rho_0^{\otimes N}$ 表示密度矩阵 ρ_0 的 N 次张量积, 即 $\rho_0 \otimes \rho_0 \cdots \otimes \rho_0$. 当 N 的数量较大时, 在数值计算过程中 Helstrom 极限的计算复杂度呈指数上升, 为简化计算可以采用量子 Chernoff 边界 (quantum Chernoff bound, QCB), 又简称为 QCB 极限, 来衡量辨识错误概率, 它具有更松弛的上界, 但降低了计算复杂度,

其表达式如下 [24]:

$$P_{\text{err},N} \leq P_{\text{QCB}}^N = \frac{1}{2} \left\{ \min_{0 \leq t \leq 1} \text{Tr} [\rho_0^t \rho_1^{1-t}] \right\}^N, \quad (6)$$

其中 $\min_{0 \leq t \leq 1}$ 意味着需要在 0—1 之间取得合适的 t , 使得 $\text{Tr} [\rho_0^t \rho_1^{1-t}]$ 的值最小.

2.2 考虑大气衰减的量子照明雷达

量子照明雷达发射的信号光子在大气中传输时, 大气环境不仅会使其产生退相干, 还会被大气中离散随机分布的粒子吸收和散射, 直接影响接收机的检测性能.

根据文献 [13,25], 实际大气环境可以用分光链路来描述, 即可将其等价于连续分束器链, 如图 2, 令 $t = \sqrt{T}$, $r = \sqrt{1-T}$, 其中 T 为大气介质的透过率, 则通过分束器链后的湮灭算子 \hat{a}_{out} 为

$$\hat{a}_{\text{out}} = [t \cdot \exp(ik\Delta z)]^N \hat{a}_{\text{in}} + r \sum_{n=1}^N [t \cdot \exp(ik\Delta z)]^{N-n} \hat{b}_n, \quad (7)$$

其中 \hat{a}_{in} 为信号光对应的湮灭算子, k 是波数, z 是传输距离, b_n ($n = 1, 2, \dots, N$) 为热光场的湮灭算子, N 为连续分束器的个数, $\exp(ik\Delta z)$ 为附加相位. 令 $N \rightarrow \infty$, 则 $\Delta z \rightarrow 0$, 求极限可得

$$\hat{a}_{\text{out}}(z) = \exp\left(ikz - \frac{Xz}{2}\right) \hat{a}_{\text{in}} + i\sqrt{X} \int_0^z \exp\left[\left(ik - \frac{X}{2}\right)(z-z')\right] \hat{b}(z) dz', \quad (8)$$

可近似写为

$$\hat{a}_{\text{out}} = \sqrt{T} \hat{a}_{\text{in}} + \sqrt{1-T} \hat{b}, \quad (9)$$

$$T = \exp(-Xz), \quad (10)$$

其中大气介质的衰减系数 X 的取值与大气离散介质的粒子尺度分布、折射率、形状以及信号频率都有关. 在沙尘大气中微波量子照明雷达性能的研究中, 采用粒子散射 Mie 理论和蒙特卡罗多重散射模拟方法 [15], 计算不同能见度的带电和未带电的沙尘大气毫米波衰减系数, 并根据 (9) 式来分析光子传播通过不同情况下沙尘大气介质的湮灭算符变化.

信号光子遇到目标后反射回雷达接收机, 用 η 表示目标反射率, 考虑到大气环境的影响, 由 (9) 式和 (10) 式可求出返回接收机处的信号光子的湮灭算符表达式为

$$\hat{a}_{\text{R}} = \sqrt{\eta'} \hat{a}_{\text{in}} + \sqrt{1-\eta'} \hat{b}, \quad (11)$$

$$\eta' = \eta \exp(-2Xz). \quad (12)$$

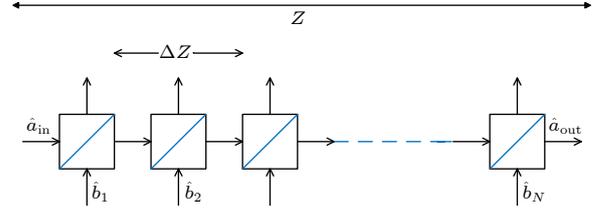


图 2 分光链路模型

Fig. 2. Beam splitter chain model.

2.3 量子照明雷达系统的信噪比

在经典雷达中雷达回波功率可表示为

$$P_r = \frac{P_t G_t G_r \sigma \lambda^2 \exp(-X \cdot 2z)}{(4\pi)^3 z^4}, \quad (13)$$

其中 P_t 是发射功率, G_t 和 G_r 分别是雷达发射天线和接收天线的方向性增益, σ 是雷达散射截面, λ 是波长, z 是传播距离. 将发射功率用光子能量代替, 则回波功率可写为

$$P_r = \frac{N_s W \hbar \omega G_t G_r \sigma \lambda^2 \exp(-X \cdot 2z)}{(4\pi)^3 z^4}, \quad (14)$$

其中 N_s 是发射信号每个模式的平均光子数, ω 是发射信号的中心角频率, \hbar 是约化普朗克常量, W 是带宽, σ 由经典雷达散射截面变为量子雷达散射截面.

为简化模型, 噪声源只考虑热光场产生的热噪声和量子噪声 N_q , 其中热光场每个模式的平均光子数表达式为

$$N_b = \frac{1}{e^{\hbar\omega/(kT)} - 1}, \quad (15)$$

其中 k 为玻尔兹曼常数, T 为温度. 则量子雷达信噪比可以写为

$$\text{SNR} = \frac{P_r}{P_t} = \frac{N_s G_t G_r \sigma \lambda^2 \exp(-X \cdot 2z)}{(4\pi)^3 z^4 (N_b + N_q)}. \quad (16)$$

根据文献 [10], 雷达接收机可以通过信号处理获得信噪比增益 G_d , 如果将 (16) 式得到的信噪比称之为输入信噪比 SNR_{in} , 那么经过信号处理得到的信噪比可以表示为输出信噪比 SNR_{out} :

$$\begin{aligned} \text{SNR}_{\text{out}} &= G_d \cdot \text{SNR}_{\text{in}} \\ &= \frac{N_s G_d G_t G_r \sigma \lambda^2 \exp(-X \cdot 2z)}{(4\pi)^3 z^4 (N_b + N_q)}. \end{aligned} \quad (17)$$

对于零均值双模高斯态, 或者说是双模压缩真空

态 (TMSV) 信号源, 其 G_d 满足公式^[11]:

$$G_d = \frac{(2C_q M)^2}{M[(N_s + 1)(\eta N_s + N_B + 1) + (\eta N_s + N_B)N_s - 2C_q^2]} \times \frac{M(N_B + N_q)}{2\eta M N_s}, \quad (18)$$

$$C_q = \sqrt{\eta N_s (N_s + 1)}, \quad (19)$$

$$\eta = \frac{G_t G_r \sigma \lambda^2 \exp(-X \cdot 2z)}{(4\pi)^3 z^4}, \quad (20)$$

其中 $M = WT_d$, 是信号的模式数, T_d 是检测窗口的持续时间. 同样的对于具有相干态光源的经典 TMN 雷达 (双模噪声雷达)^[11], 其结构与量子照明雷达相似, 两者都存在信号光与本地闲置光, 都会在接收机处对接收信号与本地闲置信号进行联合测量, 区别在于量子照明雷达会采用纠缠光子作为信号源, 而 TMN 雷达会采用经典的非纠缠光子作为信号源, 把 (18) 式中的 C_q 用 C_c 来替换, 且 $C_c = \sqrt{\eta N_s}$.

2.4 量子照明雷达最大探测距离

若雷达接收机输入的最小可检测信噪比用 SNR_{\min} 表示, 则根据 (17) 式可以得到量子照明雷达最大探测范围为^[10]

$$z_{\max} = \left[\frac{G_d N_s G_t G_r \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 \text{SNR}_{\min} (N_B + N_q)} \right]^{1/4}. \quad (21)$$

在考虑大气环境衰减时, 最大探测距离为

$$z_{\max} = \left[\frac{G_d N_s G_t G_r \lambda^2 \sigma \exp(-X \cdot 2z_{\max})}{(4\pi)^3 \text{SNR}_{\min} (N_B + N_q)} \right]^{1/4}. \quad (22)$$

对于量子照明雷达, 其雷达的收机需满足以下两种条件之一就会达到最大探测范围: a) 接收机达到最小可检测信噪比; b) 在一个检测事件中至少可以检测到一个信号光子, 即 $\eta M N S \geq 1$. 其中, $M = WT_d$ 为信号的模式数. 假设满足条件 a) 的最大探测范围为 z_{\max}^a , 满足条件 b) 的最大探测范围为 z_{\max}^b , 则最大探测范围应该取 z_{\max}^a 和 z_{\max}^b 中的最小值, 即 $\min(z_{\max}^a, z_{\max}^b)$.

另外, 发射与接收天线的方向性增益都不能使回波信号功率大于发射信号的功率. 因此, 在讨论量子雷达方程时, 可以将雷达探测过程分为两个步骤, 其一是信号从发射机到目标的过程, 其二是信号从目标反射回接收机的过程^[11,12], 可得到如下表

达式:

$$P_{rs1} = \eta_1 N_s W \hbar \omega = \frac{N_s W \hbar \omega G_t \sigma \exp(-Xz)}{(4\pi z^2)}, \quad (23)$$

$$P_{rs2} = \eta_2 P_{rs1} = \frac{P_{rs1} G_r \lambda^2 \exp(-Xz)}{(4\pi)^2 z^2}, \quad (24)$$

$$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2. \quad (25)$$

为了满足发射天线和接收天线的方向性增益都不能使回波信号功率大于发射信号的功率这一条件, η_1 和 η_2 需要满足 $\eta_1 \leq 1$, $\eta_2 \leq 1$. $\eta_1 \leq 1$ 意味着 $z \geq \sqrt{G_t \sigma \exp(-Xz)/(4\pi)}$, 在满足这一条件的前提下如果同时满足条件 a), 那么, 最大探测范围满足方程:

$$z_{\max}^{(1)} = \left[\frac{G_d N_s G_t G_r \lambda^2 \sigma \exp(-X \cdot 2z_{\max}^{(1)})}{(4\pi)^3 \text{SNR}_{\min} (N_B + N_q)} \right]^{1/4}. \quad (26)$$

如果同时满足条件 b), 那么, 最大探测范围满足方程:

$$z_{\max}^{(2)} = \left[\frac{M N_s G_t G_r \lambda^2 \sigma \exp(-X \cdot 2z_{\max}^{(2)})}{(4\pi)^3} \right]^{1/4}. \quad (27)$$

若 $\eta_1 \leq 1$ 的条件不满足, 为了保证天线方向增益不能增大信号功率, 则接收信号的最大功率被限制为 $N_s G_r \lambda^2 W \hbar \omega / [(4\pi)^2 z^2]$, 若同时满足条件 a), 那么, 最大探测范围满足方程:

$$z_{\max}^{(3)} = \left[\frac{N_s G_d G_r \lambda^2 \exp(-X \cdot 2z_{\max}^{(3)})}{(4\pi)^2 \text{SNR}_{\min} (N_B + N_q)} \right]^{1/2}. \quad (28)$$

若同时满足条件 b), 那么, 最大探测范围满足方程:

$$z_{\max}^{(4)} = \left[\frac{N_s M G_r \lambda^2 \exp(-X \cdot 2z_{\max}^{(4)})}{(4\pi)^2} \right]^{1/2}. \quad (29)$$

综上, 量子照明雷达的最大探测范围为 $\min\{z_{\max}^{(1)}, z_{\max}^{(2)}, z_{\max}^{(3)}, z_{\max}^{(4)}\}$.

考虑到 $\eta_2 \leq 1$, 意味着 $z \geq \sqrt{\frac{G_r \lambda^2 \exp(-X \cdot z)}{(4\pi)}}$,

按照参考文献 [12], 探测范围有最小值 $z_{\min} = 10\sqrt{G_r \lambda^2 \exp(-X \cdot z)/(4\pi)}$, 只有在大于最小探测范围时最大探测范围才有意义, 否则雷达无法工作.

2.5 大气离散随机介质电磁波多重散射衰减

对于不同的大气气象环境 (如: 沙尘、雾霾、降

水), 在大气中离散随机的分布着不同尺度的粒子, 当介质的粒子浓度较低时, 可以基于 Mie 散射理论计算粒子的消光截面, 并根据粒子尺度分布计算电磁波在大气介质中传播的衰减. 当大气介质中粒子浓度较高时, 也就是大气能见度较低时, 光子与粒子之间会发生多次散射, 此时基于 Mie 理论的单次散射不能很好地反映实际多重散射情况, 就需采用蒙特卡罗 (Monte Carlo, MC) 模拟方法来模拟电波传播过程中粒子对光子的多次散射及对电磁波造成的衰减.

蒙特卡罗数值模拟方法是以概率和统计理论为指导的离散统计计算方法. MC 方法将电磁波视为离散光子束. 光子与离散随机介质中的粒子相互作用, 要么被粒子散射, 要么被吸收, 要么从被检测介质区域中逃逸, 其中一些光子可能直接穿过介质到达接收器, 而有些光子需要经过多次散射后可能到达接收器. 对于散射光子, 在分析下一次散射时, 这种散射只与光子之前的散射状态有关, 可用马尔可夫过程来描述光子的多重散射历史状态和过程. 也就是说, 经过 m 次自由空间传播和被粒子散射后, 可用光子的状态序列可以构造一个样本空间, $\{S_i (i = 1, 2, \dots, m)\}$. 光子在离散随机介质中传播并被粒子散射后, 到达相空间状态点 s , 该状态点由 $m (m = 0, 1, 2, \dots, m)$ 独立事件组成. 使用全概率公式, 该事件的概率可以写为

$$P(s) = \sum_{m=0}^{\infty} P_m(s), \quad (30)$$

其中 P_m 为光子在大气离散随机介质中传播或散射 m 次后到达相空间点 s 的概率. 由于光子在介质中的随机传播是一个马尔可夫过程:

$$P(s) = P(s_0) P(s_1/s_0) \cdots P(s/s_{m-1}). \quad (31)$$

(31) 式中条件概率 $P(s_i/s_{i-1}) (i = 1, 2, \dots, n)$ 表示光子相空间点 s_{i-1} 经过传播或被散射后到达相空间点 s_i 的概率. 则估计函数可表示为

$$\begin{aligned} P_t &= \sum_{m=0}^{\infty} P_m \\ &= \sum_{m=0}^{\infty} W_m \exp \left[-C_t \frac{h - z_m}{\cos \alpha_m} \right] \cdot \eta(\cos \alpha_m) \\ &\quad \times \prod_{l=1}^m \eta(h - z_l) \eta(z_l), \end{aligned} \quad (32)$$

式中, $C_t = \rho \langle \sigma_{\text{ext}} \rangle$, $\langle \sigma_{\text{ext}} \rangle$ 是离散介质粒子的平均

消光截面, ρ 是粒子数密度. 其中 $\eta(x) = 1 (x > 0)$, $\eta(x) = 0 (x \leq 0)$. W_m 为光子的生存概率权函数, 表示为

$$W_{m+1} = W_m \exp \left[-C_a \left| \frac{z_{m+1} - z_m}{\cos \alpha_m} \right| \right], \quad (33)$$

式中, α_m 是光子第 m 次散射方向与 z 轴的夹角, $C_a = \rho \langle \sigma_a \rangle$, 光子的初始权值 $W_0 = 1$. 通过跟踪 N 个光子, 记录它们在介质中的散射路径、位置和方向, 筛选出能够到达接收面并存活下来的光子, 最终可以计算出电磁波束的透射率为

$$T = \frac{1}{N} \sum_1^N P_t. \quad (34)$$

利用 MC 方法可以计算得到大气中的离散随机介质的透过率, 进而求得其对量子照明雷达性能的影响.

3 带电沙尘大气对微波量子照明雷达性能影响分析

3.1 带电沙尘大气的物理特性

根据沙尘粒子尺度大小可将沙尘大气分为浮尘、扬尘、扬沙、及沙尘暴等. 实测表明, 大气中沙尘粒子的尺寸通常在 1—300 μm 之间, 对于某种类型的沙尘大气, 其中粒子尺寸的大小可用粒子尺寸分布函数来描述. 沙尘大气、颗粒之间由于互相摩擦作用通常会带电, 在不同地区、不同环境和气候条件下的沙尘天气, 沙尘粒子的带电量可有所不同, 通常沙尘粒子带电量的荷质比范围为 0—300 $\mu\text{C}/\text{kg}$ [26,27]. 本文将对 35, 78 和 95 GHz 频率的量子照明雷达在带电沙尘大气中受到的影响进行计算分析, 在不带电时沙尘粒子的复介电常数 ε 分别为: $4.0+1.3i$, $3.52+0.052i$, $3.69+0.053i$ [28], 带电时沙尘粒子的等效复介电常数 ε' 满足 $\varepsilon' = \varepsilon - i\sigma/(\omega\varepsilon_0)$ [29], 其中 σ 是电导率, 电导率大小与带电量有关, ω 是电磁波频率, ε_0 是自由空间介电常数.

描述沙尘大气中粒子尺度分布概率密度函数常有: 指数分布模型, 正态分布模型和对数正态分布模型等. 对于我国大部分沙漠地区沙尘天气的粒径分布常采用对数正态分布函数 [30], 其表达式为

$$\rho(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}r\sigma} \exp \left(-\frac{(\ln(r) - m)^2}{2\sigma^2} \right), \quad (35)$$

其中 r 是粒子半径, m 和 σ 是 $\ln(r)$ 的均值和标准方差, 文献 [27] 给出了不同类型沙尘大气的 m 和 σ

参数. 由于沙尘类型较多, 本文将针对扬尘大气开展研究, 其尺寸分布参数值为-7.68 和 0.89.

3.2 带电沙尘衰减计算

应用 Mie 散射理论和考虑多重散射的 MC 模拟方法, 分别对 35, 78 和 95 GHz 的毫米波在不同能见度和不同带电量的沙尘大气中传播的特征衰减进行计算, 如图 3 所示. 结果表明, 无论沙尘粒子是否带电, 通过 MC 模拟考虑多重散射时得到的特征衰减均比基于 Mie 理论得到的小, 大气能见度越小差别越大, 而随着大气能见度的增大两者差值逐渐减小. 这是由于当沙尘大气能见度较小时, 其中粒子数密度较大, 发生多次散射的概率较大; 而当能见度较大时, 粒子数密度降低, 粒子对电磁波散射的主要贡献为单次散射, 两者结果差别变小并趋于一致. 因此, 在沙尘大气能见度较小时需考虑多重散射对电磁波传播衰减的影响, 并随着频率的增大, 多重散射效应的影响越大. 对带电和不带电沙尘大气的传播衰减的比较可看出, 带电沙尘大气引起的衰减通常大于不带电沙尘大气的结果. 此外还可发现能见度和带电量相同的条件下频率越高特征衰减越大. 考虑多重散射的 MC 方法得到大气衰减系数更接近于实际情况.

3.3 量子照明雷达发射信号的量子态

零均值高斯态或者说是双模压缩真空态在光子数相同的情况下纠缠度较高, 且制备较容易, 因此本文选取 TMSV 态作为纠缠微波光源的光子态, 并与相干态 (coherent state) 微波光源进行对比, 双模压缩真空态在 FOCK 表象下的表达式如下:

$$|\text{TMSV}\rangle = \sqrt{1-\lambda^2} \sum_{n=0}^{\infty} \lambda^n |n\rangle |n\rangle, \quad (36)$$

其中 $\lambda = \tan s$, s 是压缩参数, 与平均光子数 N_S 的关系如下:

$$N_S = \sinh^2 s. \quad (37)$$

对于相干态, 其量子态为 $|\alpha\rangle$, 在 FOCK 表象下的表达式如下:

$$|\alpha\rangle = e^{-|\alpha|^2/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle. \quad (38)$$

相干态的平均光子数 $N_S = |\alpha|^2$.

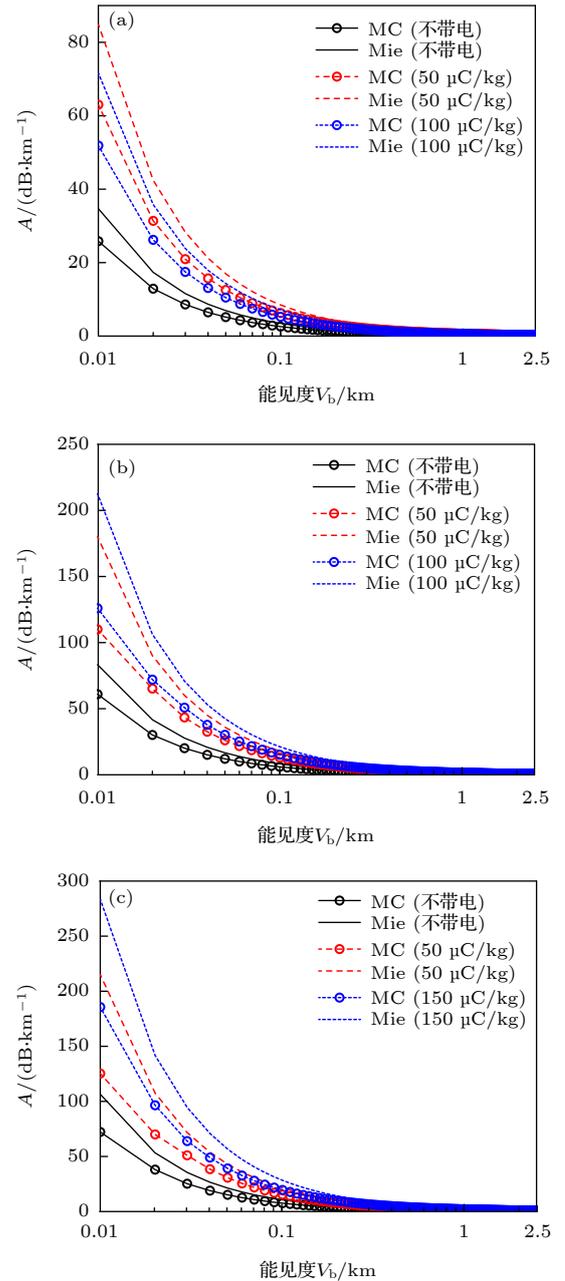


图 3 不同带电量的沙尘大气微波特征衰减随能见度的变化 (a) 35 GHz; (b) 78 GHz; (c) 95 GHz

Fig. 3. Variation of microwave specific attenuation in sand-dust atmosphere with visibility for different charged quantity of sand-dust particles: (a) 35 GHz; (b) 78 GHz; (c) 95 GHz.

3.4 带电沙尘大气环境下微波量子照明雷达检测错误概率

基于对带电扬尘大气环境下 35, 78 和 95 GHz 频段的毫米波衰减的计算结果, 开展带电沙尘大气对微波量子照明雷达的重要探测性能影响, 即检测错误概率, Helstrom 极限和量子 Chernoff 边界分析研究, 所需参数如表 1 所示.

表 1 量子照明雷达检测错误概率仿真参数表

Table 1. Simulation parameters for detection-error-probability in quantum illumination radar.

发射信号平均 光子数 N_S	热噪声平均 光子数 N_B	目标物体 反射率 η	最大截断 维度 n_{\max}	用于探测的纠缠 光源拷贝数 N	目标到量子照明雷达 的距离 z/km
0.5	1	0.01	30	1	5

根据 (5) 式、(6) 式及表 1 中仿真参数值, 可得到微量子照明雷达在带电沙尘大气环境下最小检测错误概率以及量子 Chernoff 界, 即 Helstrom 极限和 QCB (单位: $10^{-3} + 0.4995$), 其中最大截

断维度 n_{\max} 是利用 QuTip 库在数值仿真过程中对量子态的截断维度, 结果如图 4.

根据图 4 可得, 在相同条件下随着能见度的增大, Helstrom 极限和 QCB 都呈现递减趋势, 这表

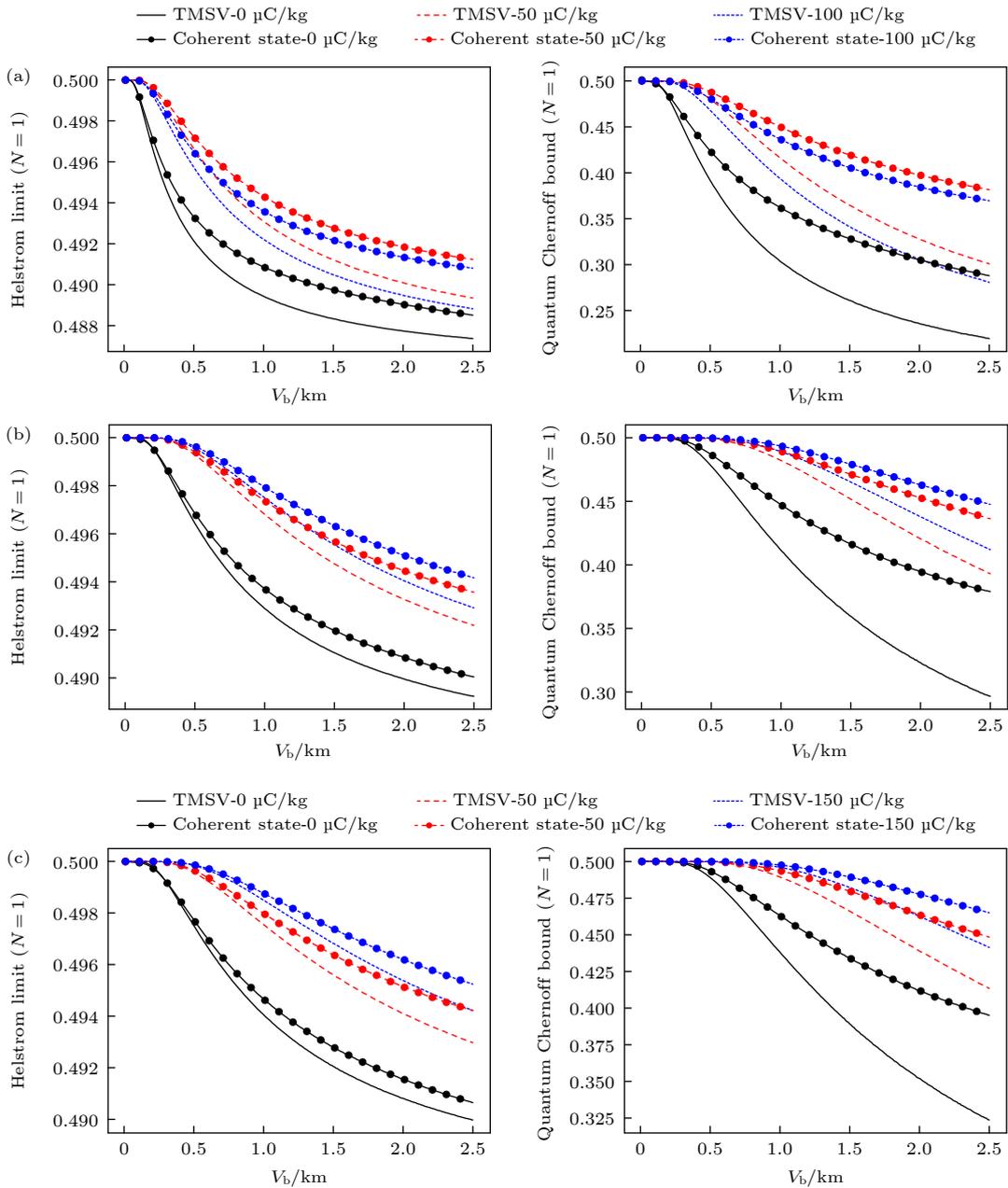


图 4 不同带电量下量子照明雷达的 Helstrom 极限(左)和 QCB(右)随能见度的变化 (a) 35 GHz; (b) 78 GHz; (c) 95 GHz

Fig. 4. Variation of Helstrom limit (left) and QCB (right) for quantum illumination radar with visibility for different charged quantity of sand-dust particles: (a) 35 GHz; (b) 78 GHz; (c) 95 GHz.

明微波量子照明雷达的检测错误概率随着沙尘大气衰减系数的减小而不断减小. 能见度越大、衰减系数越小则对微波量子照明雷达的性能影响越小. 对比相同条件下 Helstrom 极限和 QCB 可以看出, 相同能见度下 Helstrom 极限小于 QCB, 说明用 Helstrom 极限能更好地表征辨识误差概率.

通过对比不同荷质比的结果, 可以得出: 荷质比大小对应的沙尘大气衰减越大, 则对应的 Helstrom 极限和 QCB 也越大; 反之, 结果相反.

对比信号源光子态为双模压缩真空态与相干态的结果, 当沙尘荷质比相同且能见度相同时, TMSV 光源得到的 Helstrom 极限和 QCB 极限明显小于相干态光源得到的检测错误概率. 这表明纠缠光子作为信号源性能更好, 体现出量子照明雷达的优势.

3.5 带电沙尘大气对微波量子照明雷达信噪比的影响

应用 (17) 式进行带电沙尘大气环境对量子照明雷达 (QI) 和经典双模噪声 (TMN) 雷达的输出信噪比的影响进行分析, 计算需参数见表 2, 结果如图 5 所示. 从图 5 可看出, 随着能见度的不断增大, 两种雷达的输出信噪比不断增大, 并最终趋于一个稳定的值. 在相同条件下量子照明雷达的输出信噪比高于经典雷达, 这是因为在信号源每个模式的平均光子数为 0.1 的情况下, 量子照明雷达的信噪比增益要远大于经典 TMN 雷达.

对比不同频率下的信噪比, 可以看出在低能见度下 35 GHz 信号源的雷达信噪比最大, 95 GHz 的最小, 随着能见度的增大, 35 GHz 信号源的雷达信噪比反而变得最小, 而 95 GHz 的变得最大. 这一现象产生的原因是提高频率可以增强信噪比, 但也会导致带电沙尘大气环境的衰减加剧, 在低能见度下, 频率提升导致的特征衰减的增大超过了信噪比的提升, 因此, 高频率信号的信噪比反而较低; 相反, 在高能见度下, 频率提升带来的特征衰减的增大小于信噪比的提升, 这意味着高频率信号具有更高的信噪比. 对比沙尘不同带电量情况下信噪比

的差异, 可以看出沙尘带电量对应的衰减效应越大则信噪比越小.

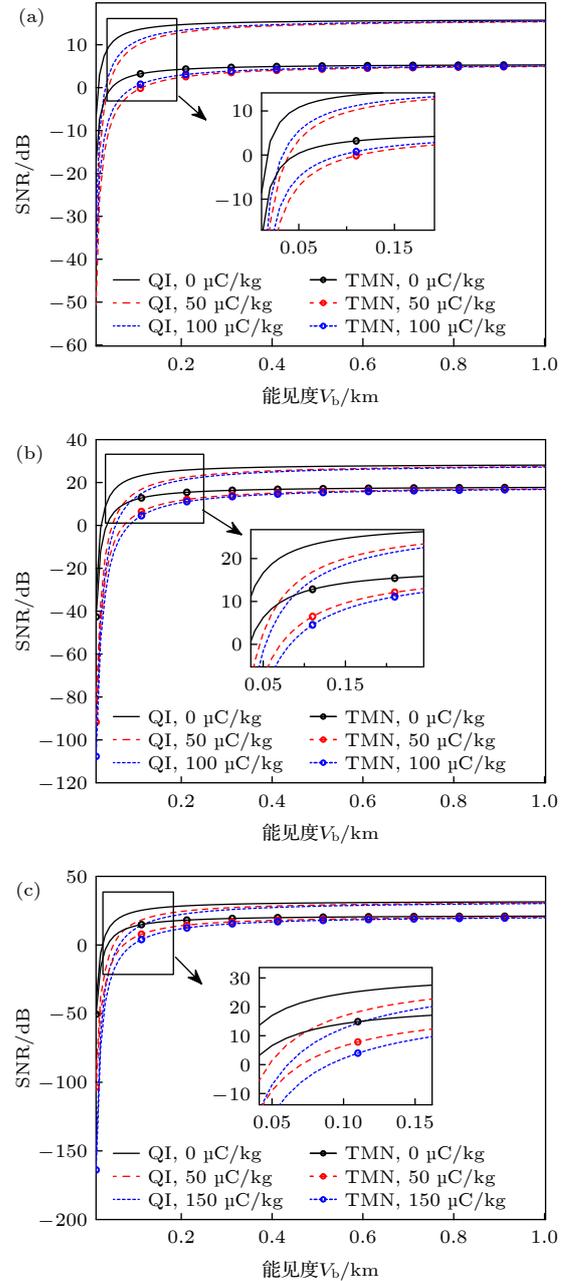


图 5 不同带电量下量子照明雷达和 TMN 雷达输出信噪比随能见度的变化 (a) 35 GHz; (b) 78 GHz; (c) 95 GHz
Fig. 5. Variation of output SNR for quantum illumination radar and TMN radar with visibility for different charged quantity of sand-dust particles: (a) 35 GHz; (b) 78 GHz; (c) 95 GHz.

表 2 量子照明雷达和经典雷达输出信噪比仿真参数表

Table 2. Simulation parameters for output signal-to-noise ratio of quantum illumination radar and classical radar.

信号源每个模式的平均光子数 N_S	热噪声温度 T/K	量子噪声 N_q	接收与发射机增益 G_r 和 G_t/dB	接收机带宽 W	目标的量子雷达散射截面/ m^2	目标到量子照明雷达距离 z/km	信号源的中心频率 f/GHz
0.1	3	0.5	40	$f/5$	40	1	35, 78, 95

3.6 带电沙尘大气对微波量子照明雷达最大探测范围的影响

根据量子照明雷达最大探测范围理论,对带电沙尘环境下的量子照明雷达的最大探测范围进行计算,并以 TMN 雷达的性能进行比较分析. 设最小可检测信噪比 $SNR_{\min} = 5\text{dB}$, 其余参数如表 2, 仿真计算结果如图 6 与图 7 所示.

从图 6 可看出,随着沙尘大气能见度的增大,量子照明雷达的最大探测范围不断增大,最后趋向于某个值. 对于 35 GHz 的信号当带电量为 $0 \mu\text{C}/\text{kg}$ 时最大探测范围最大, $50 \mu\text{C}/\text{kg}$ 时最大探测范围最

小, 78 GHz 和 95 GHz 的信号随着带电量的增大最大探测范围不断减小,这与沙尘衰减随带电量变化一致.

对于不同频率,可看出能见度在 2.5 km 时,频率越高的信号最大探测范围越大,但当能见度较低时,如 0.15 km 时 35 GHz 的信号源的最大探测范围最大, 95 GHz 的信号源的最大探测范围最小,这表明高能见度下提高频率可以显著提高最大探测范围,但在低能见度下低频率信号的最大探测范围更大,这是因为信号频率越高大气环境产生的衰减影响越大,在低能见度下尤为明显,这种衰减影响抵消掉频率提高带来的探测范围增大. 这表明需要合适选择参数来达到较优效果.

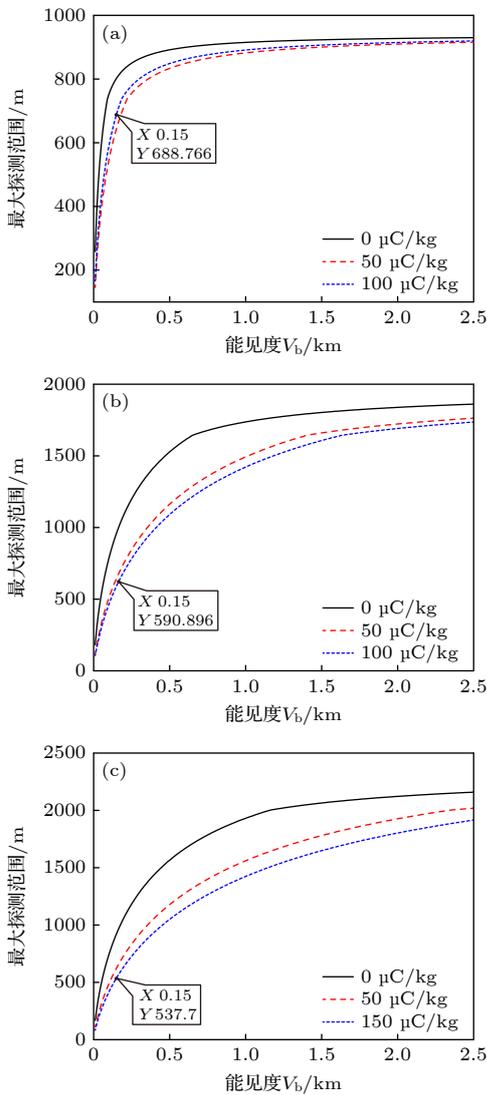


图 6 不同带电量下量子照明雷达最大探测范围随能见度的变化 (a) 35 GHz; (b) 78 GHz; (c) 95 GHz

Fig. 6. Variation of maximum-detection-range for quantum illumination radar with visibility for different charged quantity of sand-dust particles: (a) 35 GHz; (b) 78 GHz; (c) 95 GHz.

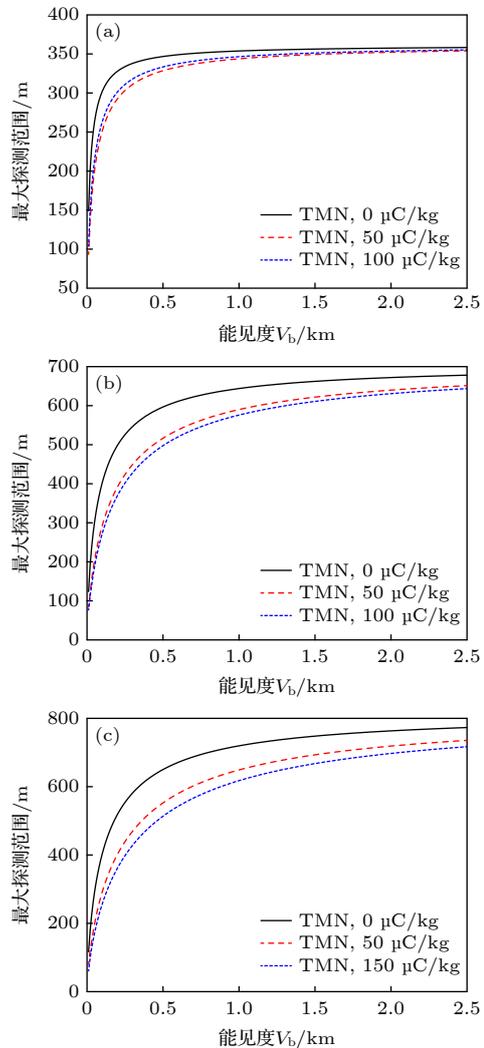


图 7 不同带电量下 TMN 雷达最大探测范围随能见度的变化 (a) 35 GHz; (b) 78 GHz; (c) 95 GHz

Fig. 7. Variation of maximum-detection-range of TMN radar with visibility for different charged quantity of sand-dust particles: (a) 35 GHz; (b) 78 GHz; (c) 95 GHz.

对于 TMN 雷达的探测范围的计算结果如图 7 所示, 其规律与图 6 的基本一致. 对比图 6 和图 7, 可以看出相同条件下量子照明雷达的最大探测范围要明显优于 TMN 雷达的, 这体现出量子雷达的优势.

另外, 仿真研究了发射信号平均光子数对微波量子照明雷达和 TMN 雷达探测范围的影响, 计算结果如图 8 所示, 可以看出随着光子数的增大, 两种雷达的探测范围都逐渐增大, 在光子数较低时, 量子照明雷达的探测范围明显优于 TMN 雷达, 随着光子数增大, 两种雷达的最大探测范围逐渐一致, 这表明随着光子数增大量子照明雷达的优势逐

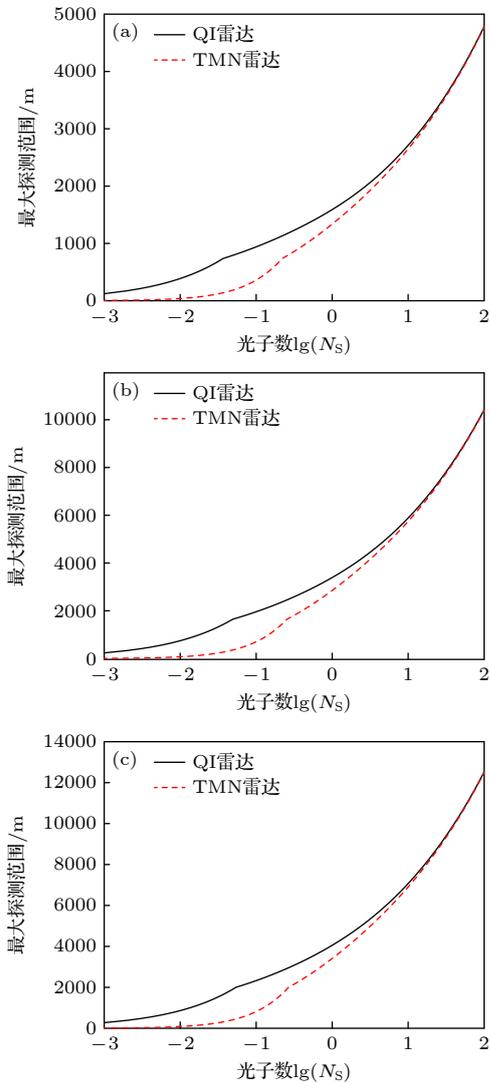


图 8 量子照明雷达和 TMN 雷达最大探测范围随发射平均光子数的变化 (a) 35 GHz; (b) 78 GHz; (c) 95 GHz

Fig. 8. Variation of maximum-detection-range for quantum illumination radar and TMN radar with average photon number emitted: (a) 35 GHz; (b) 78 GHz; (c) 95 GHz.

渐消失, 该结论同样适用于信噪比和检测错误概率. 除此之外, 可看到 TMN 雷达在光子数较低时, 存在一段区域最大探测范围为几乎为 0, 这是因为在这一段区域内最大探测范围已经小于雷达的最小探测范围, 所以 TMN 雷达已经不能正常工作.

4 结 论

为了使微波量子照明雷达在沙尘大气环境下能更好地发挥作用, 基于 Mie 散射理论和考虑多重散射的 Mc 方法模拟了 35, 78 和 95 GHz 信号沙尘大气衰减, 应用微波量子照明雷达的理论, 研究了不同能见度、不同带电量的沙尘大气对微波量子照明雷达探测性能的影响, 包括检测错误概率、信噪比和最大探测范围等性能指标参数, 并与 TMN 雷达性能进行对比分析. 结果表明: 在带电沙尘大气环境下, 即当能见度和带电量不变时, 适当改变量子照明雷达的部分参数, 可以使其达到更佳工作状态. 如果不考虑频率对雷达模式数的影响, 那么频率增大会因为衰减增大而使得量子照明雷达的性能降低. 如果考虑频率对模式数的影响, 即雷达接收机具有相对带宽, 那么在能见度较高时, 适当的提高信号频率可以通过增大模式数来提高量子照明雷达的性能. 当能见度极低时, 频率提高带来的增益会小于衰减增大带来的性能下降, 这种情况不宜增大频率. 此外, 适当的增大发射信号的平均光子数也可以提高量子照明雷达的性能, 但随着光子数的增大, 量子照明雷达相比经典雷达得到的增益会逐渐减小, 从而丧失纠缠信号带来的优势, 那么, 发射信号的平均光子数需要根据不同的大气气象环境做相应的选择, 因此, 对于不同大气气象条件对量子照明雷达影响的研究势在必行, 且需要更加广泛深入地开展.

参考文献

- [1] Lloyd S 2008 *Science* **321** 1463
- [2] Lanzagorta M 2011 *Quantum Radar* (San Rafael: Morgan & Claypool publishers) pp1-2
- [3] Lopaeva E D, Berchera I R, Degiovanni I P, Olivares S, Brida G, Genovese M 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 153603
- [4] Shapiro J H, Zhang Z, Wong F N C 2014 *Quantum Inf. Process.* **13** 2171
- [5] Ren Y C, Wang S, Rao R Z, Miao X K 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 140301 (in Chinese) [任益充, 王书, 饶瑞中, 苗锡奎 2018 *物理学报* **67** 140301]
- [6] Sharma P, Mishra K M, Mishra D K 2024 *J. Opt. Soc. Am. B*

- [7] Barzanjeh S, Guha S, Weedbrook C, Vitali D, Shapiro J H, Pirandola S 2015 *Phys. Rev. Lett.* **114** 080503
- [8] Miao Q, Li X, Wu D W, Luo J W, Wei T L, Zhu H N 2019 *Acta Phys. Sin.* **68** 070302 (in Chinese) [苗强, 李响, 吴德伟 2019 物理学报 **68** 070302]
- [9] Barzanjeh S, Pirandola S, Vitali D 2020 *Sci. Adv.* **6** eabb0451
- [10] Livreri P, Enrico E, Fasolo L 2022 *Microwave quantum radar using a Josephson traveling wave parametric amplifier. In: Proceedings of the 2022 IEEE Radar Conference (Radar Conf22)* New York, USA, March 21–25, 2022 pp1–5
- [11] Wei R Y, Li J, Wang W H, Ye Z, Zhao C L, Guo Q H 2023 *IET Radar Sonar Navig.* **17** 1664
- [12] Borderieux S, Coatanhay A, Khenchaf A 2023 *Prog. Electromagn. Res. B.* **103** 101
- [13] Lanzagorta M 2015 *Proceedings of SPIE—Radar Sensor Technology XIX and Active and Passive Signatures VI* **9461** 946113
- [14] Goldhirsh J 1982 *IEEE Trans. Antennas Propag.* **30** 1121
- [15] Ghobrial S, Sharief S 1987 *IEEE Trans. Antennas Propag.* **35** 418
- [16] Yang R K, Li Q Q, Yao R H 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 094205 (in Chinese) [杨瑞科, 李茜茜, 姚荣辉 2016 物理学报 **65** 094205]
- [17] Dong X Y, Chen H Y, Guo D H 2011 *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.* **10** 469
- [18] Dong Q F, Xu J D, Li Y L 2011 *J. Infrared Milli. TE.* **32** 55
- [19] Wang J, Li X, Wang M 2019 *Theor. Appl. Climatol.* **137** 3
- [20] Xie L, Gao X B, Qin J H, Zhou J 2020 *J. Quant. Spectrosc. Ra.* **251** 107040
- [21] Stephen M B, John J, Alessandra G 1998 *Phys. Rev. A.* **57** 3
- [22] Tao Z W, Ren Y C, Aiziguli A B K, Liu S W, Rao R Z 2021 *Acta Phys. Sin.* **70** 170601 (in Chinese) [陶志炜, 任益充, 艾则孜姑丽·阿不都克热木, 刘世韦, 饶瑞中 2021 物理学报 **70** 170601]
- [23] Usha Devi A R, Rajagopal A K 2009 *Phys. Rev. A* **79** 062320
- [24] Calsamiglia J, Muñoz-Tapia R, Masanes L 2008 *Phys. Rev. A* **77** 032311
- [25] Jeffers J R, Imoto N, Loudon R 1993 *Phys. Rev. A* **47** 4 3346
- [26] Dong Q S 1997 *Chin. J. Radio Sci.* **1** 15 (in Chinese) [董庆生 1997 电波科学学报 **1** 15]
- [27] Li S G, Liu X D, Hou L T. 2003 *Appl. d Laser* **2** 23 (in Chinese) [李曙光, 刘晓东, 侯蓝田 2003 应用激光 **2** 23]
- [28] Qu J J, Yan M H, Dong G R 2003 *Sci. China Earth Sci.* **33** 593 (in Chinese) [屈建军, 言穆弘, 董光荣 2003 中国科学 D 辑 **33** 593]
- [29] Zheng X., Li X C, Xie L 2011 *J. Desert Res.* **3** 567 (in Chinese) [郑晓静, 李兴财, 谢莉 2011 中国沙漠 **3** 567]
- [30] Dong Q S, Zhao Z W, Cong H J 1996 *Chin. J. Radio. Sci.* **11** 29 (in Chinese) [董庆生, 赵振维, 丛洪军 1996 电波科学学报 **11** 29]

Effect of charged sand/dust atmosphere on performance of microwave quantum illumination radar

Yang Rui-Ke[†] Wang Jia-Le

(School of Physics, Xidian University, Xi'an 710071, China)

(Received 6 June 2024; revised manuscript received 27 July 2024)

Abstract

This work is to study the effects of charged sand/dust atmosphere on the performances of microwave quantum illumination (QI) radar. Based on Mie particle scattering theory, using a Monte Carlo method for simulating the physical process in which photon is scattered multiple times by discrete random distributed particles, the specific attenuation (dB/km) of microwave propagating in sand/dust atmosphere are analyzed under the conditions of varying atmospheric visibility and sand/dust particles with different charged quantities. It is indicated that the specific attenuation obtained by multiple scattering is smaller than that obtained based on Mie theory, for microwave propagating in charged sand/dust atmosphere. The smaller the atmospheric visibility, the greater the difference is, while the difference decreases gradually as the atmospheric visibility increases. Then, it is more reasonable to consider multiple scattering attenuation at lower atmospheric visibility. When sand/dust particle is charged, the specific attenuation is increased, however, this increase is not linear.

According to quantum illumination radar theory, a beam splitter-based optical link model is used to simulate the sand/dust atmospheric channel. The effects of charged sand/dust atmosphere with different visibility on the detection error probability, signal-to-noise ratio, and maximum detection range for microwave quantum illumination radar are studied by using quantum radar equation and quantum detection error probability theory. The performances between QI radar and classical two-mode noise (TMN) radar are compared and analyzed. These results show that the performances of quantum illumination radar are improved with sand/dust atmospheric visibility increasing. When sand/dust particles are charged, the performances for QI radar are degraded due to attenuation increasing. The change in the performance is nonlinear with the variation of sand/dust carrying charge quantity. When visibility is high, increasing the signal frequency can improve the performance of quantum illumination radar, but when visibility is low, the gain of frequency increase is offset by the performance decline caused by attenuation increase. Therefore, it is not recommended to increase the frequency in such a case. The comparison with classical radar reveals that QI radar performs better under the condition of lower atmospheric visibility and lower average photon emission, but this advantage diminishes as the number of photons increases.

In a word, these results show that the performances of QI radar are more significant at lower atmospheric visibility. Under higher visibility conditions, the QI system SNR can be improved by increasing frequency. The maximum detection range of the QI radar is significantly better than that of the classical TMN radar.

Keywords: quantum illumination radar, sand/dust atmosphere, detection performance, multiple scattering

PACS: 03.65.Yz, 84.40.Xb, 03.65.Nk

DOI: 10.7498/aps.73.20240802

[†] Corresponding author. E-mail: yrk18687@163.com



带电沙尘大气对微波量子照明雷达性能的影响

杨瑞科 王甲乐

Effect of charged sand/dust atmosphere on performance of microwave quantum illumination radar

Yang Rui-Ke Wang Jia-Le

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 73, 170302 (2024) DOI: 10.7498/aps.73.20240802

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.73.20240802>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

沙尘湍流大气对自由空间量子通信性能影响研究

Influence of sand and dust turbulent atmosphere on performance of free space quantum communication

物理学报. 2022, 71(22): 220302 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20221125>

基于纠缠相干态的量子照明雷达

Quantum illumination radar with entangled coherent states

物理学报. 2021, 70(17): 170601 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210462>

不同模态沙尘暴对太赫兹波的衰减分析

Analysis of terahertz wave attenuated by sand and dust storms with different modes

物理学报. 2021, 70(6): 064101 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201393>

激光照明条件对超振荡平面透镜聚焦性能的影响

Effect of laser illumination conditions on focusing performance of super-oscillatory lens

物理学报. 2020, 69(18): 184215 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200577>

圆柱曲面单光子量子雷达散射截面的理论研究

Theoretical study of single-photon quantum radar cross-section of cylindrical curved surface

物理学报. 2022, 71(3): 034204 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211295>

大气湍流对空间相干光通信的相干探测性能影响

Influence of atmospheric turbulence on coherent detection performance of space coherent optical communication

物理学报. 2024, 73(10): 104206 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231885>