

地球自转速率变化的非线性特性*

雷雨^{1)†} 赵丹宁²⁾ 乔海花³⁾

1) (西安邮电大学计算机学院, 西安 710121)

2) (宝鸡文理学院电子电气工程学院, 宝鸡 721016)

3) (中国科学院国家授时中心, 西安 710600)

(2024 年 6 月 8 日收到; 2024 年 8 月 7 日收到修改稿)

为研究地球自转速率变化的非线性特性, 结合自适应噪声完备经验模态分解、定量递归分析和 Grassberger-Procaccia 算法, 从周期、混沌和分形多角度对 1962 年 1 月 1 日至 2023 年 12 月 31 日反映地球自转速率变化的日长变化 (length of day, ΔLOD) 观测序列的非线性特性进行全面分析, 并着重对比分析扣除周期成分或混沌成分前后 ΔLOD 特性是否存在明显区别. 主要结论如下: 1) ΔLOD 时间序列由趋势成分、周期成分和混沌成分构成, 具有明显的多时间尺度、混沌动力学特性和分形结构; 2) 扣除混沌成分后的时间序列周期与原始 ΔLOD 时间序列的周期完全相同; 3) 原始 ΔLOD 时间序列和其扣除趋势成分和周期成分后的时间序列的混沌特性无显著性差异, 但前者分形结构的复杂性相对更强.

关键词: 地球自转, 周期, 混沌, 分形**PACS:** 91.10.Nj, 91.30.Ab, 02.10.Yn, 02.40.Xx**DOI:** 10.7498/aps.73.20240815**CSTR:** 32037.14.aps.73.20240815

1 引言

天文观测中通常采用地球定向参数 (Earth orientation parameters, EOP) 来描述地球自转运动, 包括三个部分, 一是地球自转轴相对于地球本体的位置发生的周期性变化, 称为地极移动; 二是地球自转轴相对于空间的变化, 周期性变化部分称为章动, 长期性变化称为岁差; 三是地球自转轴的旋转, 直接反映的观测量是地球自转速率 (日长) 变化. 地球自转运动反映了固体地球与大气、海洋、地幔与地核在各种时空尺度上的相互作用过程^[1-4], 研究地球自转运动的整体行为演化规律, 有助于加深我们对地球自转运动过程的理解, 对于构建一个能定量的、与观测相吻合的地球自转理论模型具有

十分重要的理论意义^[5,6]. 地球自转运动的非线性动力学特征研究是天文学地球动力学领域中一项十分重要的研究内容, 一方面可以加强我们对地球自转运动产生和演化过程的理解, 有助于深入研究地球自转变化规律, 为建立地球自转变化理论模型提供科学依据, 从而为研究地球动力学过程提供重要的测量约束; 另一方面, 采用新颖的混沌和分形理论来研究地球自转运动的非线性特征, 对于地球自转运动在不同时间尺度上的预测与重构是十分重要的. 本文以反映地球自转速率变化的日长变化 (length of day changes, ΔLOD) 观测量作为研究对象, 分析地球自转速率变化的周期、混沌和分形非线性特性.

国际地球自转与参考系统服务组织 (International Earth Rotation and Reference System

* 陕西省自然科学基金计划 (批准号: 2023-JC-YB-057) 和中国科学院青年创新促进会资助的课题.

† 通信作者. E-mail: leiyu@xupt.edu.cn

Service, IERS) 发布包含 ΔLOD 的长期 EOP 观测资料^[7], 大部分学者在分析 ΔLOD 观测资料时, 最关注的是 ΔLOD 的周期性变化. 研究发现, ΔLOD 观测序列中存在多个显著的周期性信号, 如准两年、周年、半年、周月和半月信号, 具有多时间尺度特性^[8–11]. 除了上述比较显著的周期性信号, ΔLOD 序列中还包含一些频率较低的年际和年代际长周期性信号, Yu 等^[12] 利用小波分析方法从 1962—2012 年的 ΔLOD 序列检测到周期为 6 a, 13 a 和 18.6 a 的低频信号; Chao 等^[13] 运用集合经验模态分解方法从 1962—2015 年的 ΔLOD 序列中得到周期为 6 a 和 13.69 a 的信号分量; Shen 和 Peng^[14] 采用 Morlet 小波变换方法从 1760—2018 年的 ΔLOD 序列中检测到 8.5 a, 11 a, 13.5 a, 18.6 a, 22.3 a, 33 a, 68 a 和 149 a 8 个长周期性信号. 近年来, Ding^[15], Duan 和 Huang^[16] 分别运用标准小波变换和 AR-z 谱分析方法对时间跨度长短不同的 ΔLOD 观测资料进行分析, 发现 ΔLOD 序列中除存在约 6 a 的年际变化信号, 还呈现 8.6 a 的亚十年尺度波动. 虽然 ΔLOD 的周期性特征取得了显著性成果, 但周期信号分析方法只能获得信号的时域或频域方面的信息.

20 世纪 60 年代, 混沌与分形非线性科学迅速发展, 混沌是外在表现为无序的随机现象而内部存在确定性的规律, 是有别于周期信号与随机信号的第三类系统^[17,18]. 分形理论打破了传统几何学所不能描述的整体和局部自相似的几何图形. 因此, 混沌和分形被认为是继相对论与量子力学之后的第三次物理学革命. 混沌与分形理论被广泛应用于气地球科学、空间科学和天文学等科学领域^[17–20], 拓展了这些科学领域研究的广度与深度. 地球自转运动具有复杂的非线性特征, 目前这些研究仅单一地侧重于多时间尺度一方面来分析, 对于地球自转运动的混沌和分形特征的研究却很少, 无法全面地揭示地球自转运动的本质规律. 目前混沌识别的主要方法使用 K 熵和最大 Lyapunov 指数, 但两个物理量的计算结果易受数据长度、观测噪声及参数设置的影响, 导致计算结果不可靠. 定量递归分析 (recurrence quantification analysis, RQA) 法克服了传统方法的缺点, 无需考虑数据长度、观测噪声及数据分布等信息, 计算结果具有较高的可靠性, 是定性研究与定量研究非线性动力系统混沌特征的有效方法^[21], 被广泛应用于机械故障识别、大地电磁

信噪辨识太阳活动动力学特征研究等领域. 分形维是一种用于描述系统动态复杂性的量度, 它与动力系统的混沌理论交叉结合、相辅相成, 为描述系统动态行为的复杂度提供了新的视角和方法^[22]. 分形维有多种定义, 如盒子维^[23]、豪斯道夫 (Hausdorff) 维^[24] 和关联维^[25], 其中关联维是从时间序列数据中直接计算得出的, 使其成为刻画动力系统是否具有分形特征的重要定量指标, 本文采用 Grassberger 和 Procaccia 提出的 GP 算法计算关联维.

为从多角度视角探讨 ΔLOD 的演化规律, 本文将周期分析方法和非线性分析方法相结合, 从周期性、混沌动力学和分形特性对 ΔLOD 的非线性特征进行了全面的分析, 首先采用自适应噪声完备经验模态分解 (complete ensemble empirical mode decomposition with adaptive noise, CEEMDAN) 算法分析 ΔLOD 的多时间尺度特性, 它能将 ΔLOD 序列分解为趋势项、周期项和残差项, 如果 ΔLOD 具有混沌特性, 混沌成分应该包含在扣除趋势项和周期项的残差项中; 然后将剩余项当作新的时间序列, 通过 RQA 和 GP 算法对剩余序列的混沌与分形特性进行分析, 并对比分析原 ΔLOD 序列的分析结果. 通过本文对 ΔLOD 的非线性动力学特性的分析, 为全方位、多角度理解地球自转运动提供一个新视角. 同时若 ΔLOD 具有混沌与分形特性, 就可以借助非线性动力学模型来建立地球自转速率变化理论模型, 为地球自转速率变化建模和预测提供理论支持.

2 数据与方法

2.1 观测数据

IERS 提供长期 EOP 观测数据, 这些数据早期由光学天体测量方法获得, 随着上世纪 70 年代甚长干涉基线、全球定位系统和人造卫星激光测距等现代空间测地资料逐渐加入到 EOP 测量中, EOP 测量精度取得了很大提高, 目前 ΔLOD 的观测精度可以达到 μs 水平^[26], 能够用来分析 ΔLOD 的非线性动力学特性. 本文选取 IERS EOP 14C04 产品中 1962-01-01 至 2023-12-31 的 ΔLOD 观测序列进行分析^[26], 数据来源于 <https://www.iers.org/IERS/EN/DataProducts/EarthOrientationData/eop.html>, 采样间隔为一天, 观测序列如图 1 所示.

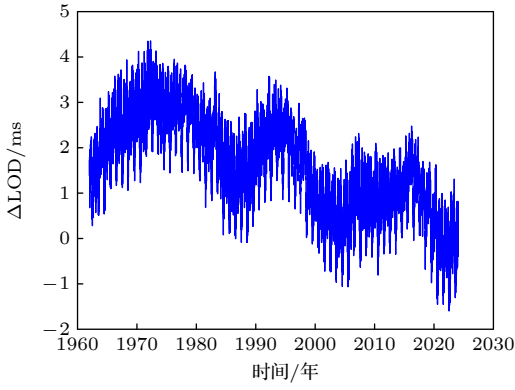


图1 IERS EOP 14 C04 发布的1962—2023年 ΔLOD 序列
Fig. 1. ΔLOD time series from 1962 to 2023 published by the IERS EOP 14 C04.

2.2 方法

2.2.1 CEEMDAN 算法

CEEMDAN 算法是在经验模态分解算法的基础上发展的,它通过在原始时间序列中自适应地加入相反的高斯白噪声,以解决经验模态分解和集合经验模态分解的模式混叠和重构误差大的问题,该算法的具体步骤如下所述^[8],其具体分解流程如图2所示.

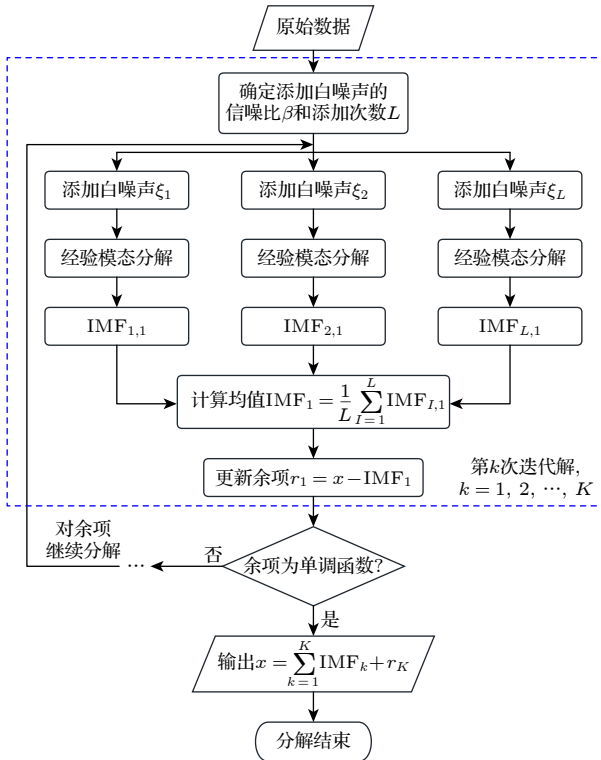


图2 CEEMDAN 算法分解流程

Fig. 2. Decomposition flowchart of the CEEMDAN algorithm.

步骤1 计算第一阶本征模态函数 (intrinsic mode function, IMF) 分量 IMF_1 . 向给定时间序列 $x(t)$ ($t = 1, 2, \dots, n$) 中添加高斯白噪声得到新序列 $x_I(t) = x(t) + \beta \xi_I(t)$, 其中, β 为信噪比, $\xi_I(t)$ 为第 I 次添加的服从标准正态分布的高斯白噪声, $I = 1, 2, \dots, L$. 对产生的 L 个新序列 $x_I(t)$ 分别进行经验模态分解, 获得 L 个 $\text{IMF}_{I,1}$ 分量, 进行总体平均后得到第一阶 IMF 分量 IMF_1 , 则 $\text{IMF}_1(t) = \frac{1}{L} \sum_{I=1}^L \text{IMF}_{I,1}$, 余项 $r_1(t) = x(t) - \text{IMF}_1(t)$.

步骤2 计算第二阶 IMF 分量 IMF_2 . 向余项 $r_1(t)$ 中添加 L 次高斯白噪声后产生 L 个新序列 $r_{1,I}(t) = r_1(t) + \beta \xi_I(t)$, 对其进行经验模态分解得到相应新序列的第一阶 IMF 分量 $\text{IMF}_{I,1}$, 则 $\text{IMF}_2(t) = \frac{1}{L} \sum_{I=1}^L \text{IMF}_{I,1}$, 余项 $r_2(t) = r_1(t) - \text{IMF}_2(t)$.

步骤3 重复以上处理过程, 得到满足要求的 IMF 分量与相应的余项, 直至余项为单调函数不满足经验模态分解条件, 终止计算, 则原时间序列最终被分解为 K 个 IMF 分量和一个余项之和, 即

$$x(t) = \sum_{k=1}^K \text{IMF}_k + r_K(t). \quad (1)$$

2.2.2 频谱分析

频谱分析通过对时间序列的幅值进行分析, 找出序列中存在的显著周期项, 这些周期项在频谱图上表现为具有较大的幅值特征. 具体而言, 频谱分析通过傅里叶级数展开式来计算时间序列的频谱值, 对于离散傅里叶级数来说^[27]:

$$f(k) = \sum_{t=1}^n x(t) e^{-j \frac{2\pi}{n} kt}, \quad k = 1, 2, \dots, n, \quad (2)$$

式中, $f(k)$ 表示频谱值.

根据 (2) 式可计算序列各数据点的频谱值, 进而画出序列的频谱图. 为降低计算复杂度, 可通过选择合适的时间序列长度 n , 使其满足 $n = 2^c$, $c = 0, 1, 2, \dots$, 对于长度不满足 2 的幂次要求的, 可通过向时间序列中增加零值, 使序列的长度满足 2 的幂次要求, 再利用快速傅里叶变换 (fast Fourier transform, FFT) 算法计算频谱值. FFT 算法的基本流程^[28]: 1) 将 n 点的离散傅里叶变换分解为两个 $n/2$ 离散傅里叶变换和一个旋转因子的计算; 2) 递归地应用步骤 1 方法, 直至所有数据点的离散

傅里叶变换都计算完毕; 3) 合并所有的离散傅里叶变换结果, 获得完整的频域表示. 限于篇幅, FFT 算法的详细过程可参考 Yeh 等^[27] 报道.

2.2.3 RQA 方法

RQA 方法通过在高维相空间中构建递归图及提取递归图中递归点的分布统计规律对非线性动力系统的行为进行定性和定量描述. 递归图是由 Eckmann 等^[29] 于 1987 年提出以相空间重构技术为基础, 通过吸引子结构特性, 运用二维图形来揭示时间序列的内部结构. RQA 方法的具体步骤如下所述.

1) 对给定时间序列 $\{x(1), x(2), \dots, x(n)\}$, 重构 m 维相空间中的相点, 即 $\mathbf{X}(i) = [x(i), x(i+\tau), \dots, x(i+(m-1)\tau)]$, $i = 1, 2, \dots, N$, 其中 m 为嵌入维数, τ 为延迟时间, N 为重构相空间的相点个数, 且 $N = n - (m-1)\tau$.

2) 计算相空间中任意两点的

$$R_{i,j} = \theta(\lambda - \|\mathbf{X}(i) - \mathbf{X}(j)\|), \quad (3)$$

式中, $\|\cdot\|$ 为距离范数; λ 为截止距离; $\theta(x)$ 为 Heaviside 阶跃函数, 当 $x \geq 0$ 时, $\theta(x) = 1$, 当 $x < 0$ 时, $\theta(x) = 0$. 若 $R_{i,j} = 1$, 则在 $N \times N$ 的坐标平面的相应位置 (i, j) 处描点, 这样就能够得到一副递归图. 不同系统产生的时间序列使得相空间中吸引子的表现不一样, 递归图展示的结构也会不同, 若递归图中除主对角线外表现为无规则的离散点, 则时间序列为随机信号, 如图 3(a) 所示; 若图中表现为一些平行主对角线的线段, 则时间序列为混沌信号, 如图 3(b) 所示; 若图中表现为棋盘或网格结构, 则时间序列为周期信号, 如图 3(c) 所示.

虽然递归图可以对系统动力学特性进行可视化分析, 但缺少相对客观的定量分析. Zbilut 和 Webber 在递归图的基础上, 根据递归点的特点, 提出了一些定量分析指标, 鉴于本文目标, 选取确定性 (DET) 作为定量分析指标, 它描述平行主对角线线段的递归点数与总递归点数的比值:

$$\text{DET} = \frac{\sum_{l \geq l_{\min}} l \times P(l)}{\sum_{i,j} R_{i,j}}, \quad (4)$$

式中, $P(l)$ 是长度为 l 的对角线分布概率, $l_{\min}$ 为最小对角线长度, 一般取 2. 若 DET 越接近 0, 表示信号随机性成分越多, 确定性成分越少; 若 DET 越接近 1, 表示信号确定性成分越多, 随机性成分越少.

2.2.4 GP 算法

Grassberger 和 Procaccia^[30] 在相空间重构理论基础上提出从时间序列中计算关联维的 GP 算法. 首先对给定时间序列 $\{x(1), x(2), \dots, x(n)\}$, 重构 m 维相空间中的相点, 即 $\mathbf{X}(i) = [x(i), x(i+\tau), \dots, x(i+(m-1)\tau)]$; 然后得到关联积分:

$$C(m, \lambda) = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{i \neq j}^N \theta(\lambda - \|\mathbf{X}(i) - \mathbf{X}(j)\|), \quad (5)$$

式中, $C(m, \lambda)$ 是一个累积分布函数, 表示相空间中的两个相点之间距离小于截止距离 λ 的概率. 关联维 D 与关联积分存在 $C(m, \lambda) \propto \lambda^{D(m)}$, 关联维数 D 会随着嵌入维数 m 的增大而逐渐收敛, 最终达到某一收敛值, 收敛时的维数即为饱和关联维, 即

$$D = \lim_{m \rightarrow \infty} \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{\ln C(m, \lambda)}{\ln \lambda}. \quad (6)$$

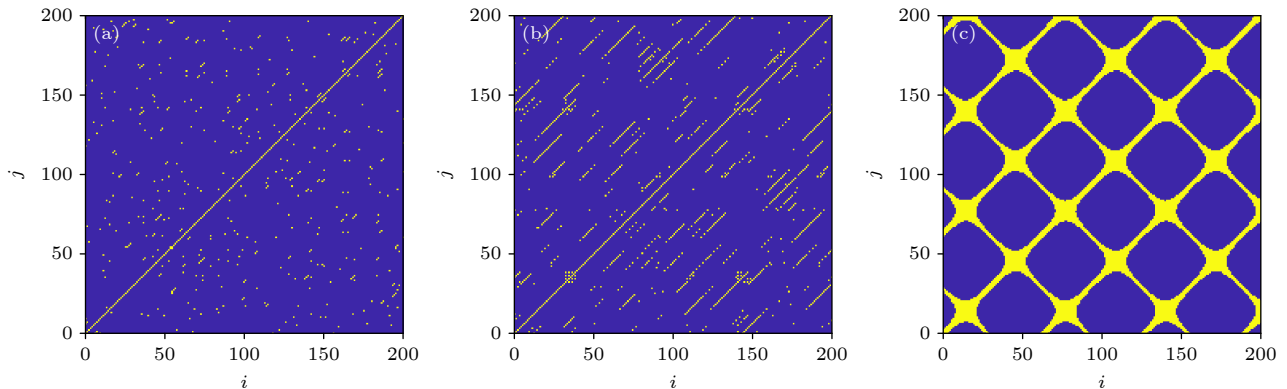


图 3 不同信号的递归图 (a) 随机信号; (b) 混沌信号; (c) 周期信号

Fig. 3. Signals recurrence plot of different signals: (a) Stochastic signals; (b) chaotic signals; (c) periodic signals.

实际计算中, 利用最小二乘法拟合数据点对 $(\ln C(m, \lambda), \ln \lambda)$, 拟合直线的斜率即为关联维 D . GP 算法估计关联维的流程如图 4 所示.

3 实验系统及测量结果

3.1 ΔLOD 的周期特性

对 1962-01-01 至 2023-12-31 的 ΔLOD 序列进行 CEEMDAN 分解, 获得 9 个不同时间尺度的 IMF 分量及一个表示 ΔLOD 总体随时间变化的趋势分量 (图 5), 这些 IMF 分量按频率从高频到低频依次排列, 它们隐含了 ΔLOD 不同时间尺度的局部特征信息, 其中, IMF₁ 和 IMF₂ 分量波动较为剧烈, 属于 ΔLOD 序列中存在的几天至几十天准周期波动的高频尺度分量或亚季节性分量, IMF₃ 分量呈现貌似随机特性, 可能为随机时间序列, 亦

有可能是混沌时间序列, IMF₄ 和 IMF₅ 分量为周年和半年等季节性变化信号, IMF₆ 分量为准两年振荡周期性信号, IMF₇ 分量为尺度约 5 a—10 a 的年际变化信号, IMF₈ 和 IMF₉ 分量为尺度数十年的年代际变化信号. 各模态分量和趋势分量在 ΔLOD 序列中所占的比例并不相同, 如果采用方差贡献率来衡量不同分量在 ΔLOD 序列中所占的比例 (表 1), 趋势分量对 ΔLOD 的贡献率最大, 达到 26.91%, 其次为年代际低频变化信号 (IMF₈ 和 IMF₉ 分量), 两者的方差贡献率之和为 24.45%; 高频分量或亚季节性分量 IMF₁ 和 IMF₂ 的贡献率分别为 10.43% 和 6.03%; 周年和半年等季节性变化信号 (IMF₄ 和 IMF₅ 分量) 对 ΔLOD 的贡献率之和为 19.59%; 准两年振荡信号 IMF₆ 分量和亚十年变化信号 IMF₇ 分量的贡献率相当, 分别为 4.45% 和 4.29%; IMF₃ 分量 (可能是随机信号或混沌成分) 的贡献率最低, 为 3.85%.

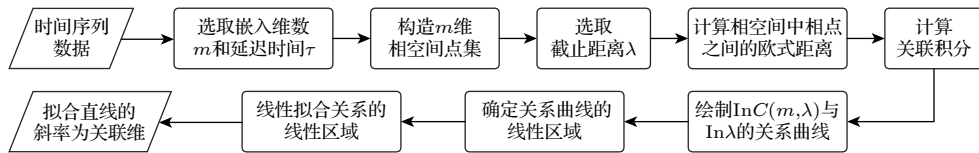


图 4 GP 算法估计关联维流程

Fig. 4. Flowchart of the GP algorithm for estimating correlation dimensions.

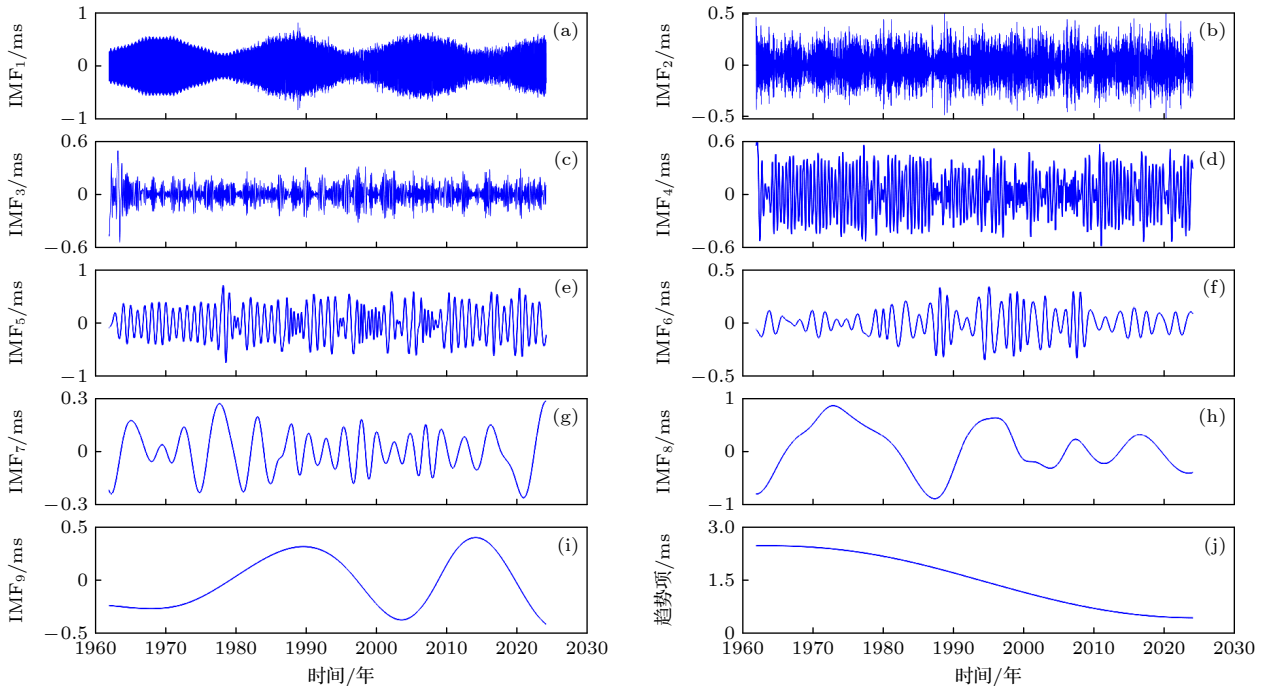


图 5 1962—2023 年 ΔLOD 的 IMF 分量与趋势项 (a)—(i) IMF₁—IMF₉; (j) 趋势项

Fig. 5. IMF components and trend of the ΔLOD time-series from 1962 to 2023: (a)—(i) IMF₁—IMF₉; (j) trend.

表 1 各 IMF 分量的方差贡献率

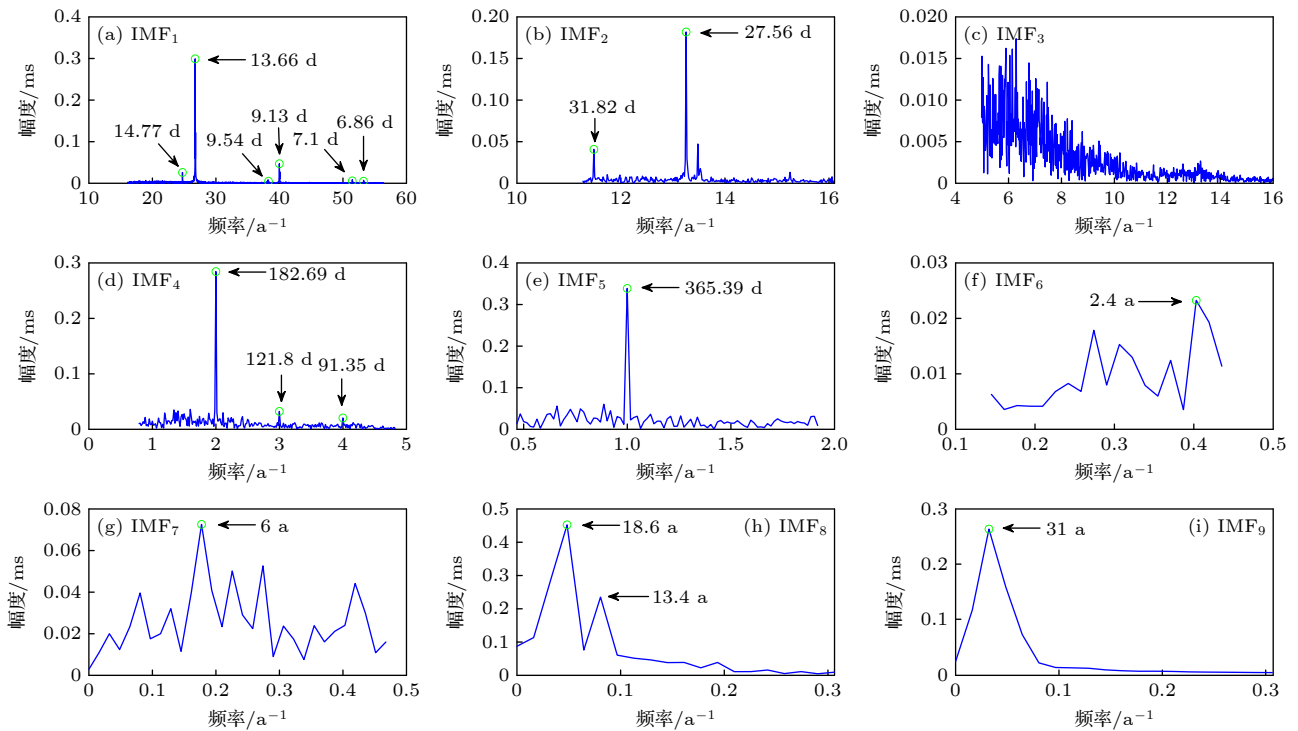
Table 1. Variance contribution rate of each IMF component.

模态分量	方差贡献率/%	模态分量	方差贡献率/%
IMF ₁	10.43	IMF ₆	4.45
IMF ₂	6.03	IMF ₇	4.29
IMF ₃	3.85	IMF ₈	15.73
IMF ₄	8.93	IMF ₉	8.72
IMF ₅	10.66	趋势分量	26.91

通过 CEEMDAN 方法将 ΔLOD 分解成趋势信号、周期信号和随机信号(可能是混沌信号), 现有的文献在对 ΔLOD 进行周期分析时, 大部分并没有借助类似经验模态分解方法先分解出周期成分, 再分析其周期性. 本文利用 FFT 算法对 IMF₁—IMF₉ 分量进行频谱分析, 获得各分量中的平均周期如图 6 所示. 除 IMF₃ 分量外, 其余 IMF 分量均呈现周期性波动, 表明 ΔLOD 具有多尺度特征, 其中, IMF₁ 分量包含平均周期 6—15 天的高频振荡信号, IMF₂ 分量包含 2 个周期 30 天左右的亚季节性信号, 这些高频振荡和亚季节性信号主要受大气高频振荡激发^[30]; IMF₄ 分量包含 1/4, 1/3 和 1/2 周年季节性信号, 平均周期分别为 91.35 天, 121.8 天和 182.69 天, 主要激发因素是大气、海洋等

流体与固体地球之间角动量的交换^[31], 由于 IMF₁, IMF₂ 和 IMF₄ 分量中存在的周期信号的频率比较接近, CEEMDAN 方法未能将这些频率接近的周期信号有效地分离, 仍然存在 EMD 方法的模态混叠缺陷^[10]; IMF₅—IMF₇, IMF₉ 分量为单一信号成分, 平均周期分别为 365.39 d, 2.4 a, 6 a 和 31 a, IMF₈ 分量存在平均周期为 13.4 a 和 18.6 a 的两个振荡信号, 其中, 365.39 天的周年信号与季节性信号的激发机制相同, 均源于大气、海洋等流体与固体地球之间角动量的交换^[31], 准两年信号主要与大气平流层的准两年振荡有关^[32], 周期 6 a 的亚十年尺度变化和周期 13.4 a 的年代际变化可能与地核和固体地球之间角动量的交换有关, 但二者之间的耦合机制尚不明确^[11]; 18.6 a 和 31 a 的低频信号分别由日、月引潮力产生的固体地球周期性形变和冰期后地壳反弹引起^[13,33]. IMF₄ 和 IMF₅ 分量包含的季节性信号的频谱幅度较大, 二者的方差贡献率之和为 19.59%, 大于其他 IMF 分量, 说明 ΔLOD 主要以大气和海洋主要激发源引起的季节性振荡变化为主^[1].

周期信号混杂在趋势信号与随机信号(可能为混沌信号), 是否会影响 ΔLOD 的周期分析结果? 为得到结论, 直接用 FFT 算法对扣除可能为随机

图 6 IMF 分量的频谱 (a)—(i) IMF₁—IMF₉Fig. 6. Frequency spectrum of the IMF components: (a)–(i) IMF₁–IMF₉.

信号或混沌成分的 IMF_3 分量的 ΔLOD 序列进行频谱分析, 周期分析结果如图 7 所示. 分析结果发现, 扣除混沌成分 (可能为随机信号) 的 ΔLOD 序列与经过 CEEMDAN 分解获得的 IMF 分量得到相同的周期分析结果, 说明随机信号 (可能为混沌信号) 虽然混杂在周期信号中, 但对周期信号分析结果没有影响.

需要指出的是, ΔLOD 观测序列中除广泛熟知的高频信号、亚季节性和季节性信号以及 18.6 a 信号外, 6 a, 13.4 a 和 31 a 周期信号均为近年来在 ΔLOD 观测序列中新发现的信号, 如 Shi 等^[12] 利用小波分析方法从 1962—2012 年的 ΔLOD 序列中检测到 6 a 和 13 a 周期信号, Duan 等^[5] 利用标准时频变换方法也从同样时段的 ΔLOD 序列中检测到 6 a 周期信号. Shen 和 Peng^[14] 利用集合经验模态分解方法从 1962—2015 年的 ΔLOD 序列中提取到 6 a 和 13.69 a 周期信号. Ding 等^[15,17,34] 先后利用 Morlet 小波变换、AR-z 谱分析和最优序列估计方法从长期 ΔLOD 序列中探测到 5.9 a, 13.5 a 和 33 a 周期信号. 由于采用 ΔLOD 观测序列的时间跨度不同以及信号分析方法不同, 周期信号的分析结果也有差异. 因此, 本文 6 a, 13.4 a 和 31 a 周期分析结果与已有研究结果之间存在的略微差异, 可能是由信号分析方法的频率分辨率和数据分析时段不同导致的.

3.2 ΔLOD 的混沌特性

为了得到准确可靠的结论, 在递归分析中, 选取 4 组不同的参数 λ , 得到 4 组递归图, 其中每列为一组, 如图 8 所示, 从上至下每列依次表示原

ΔLOD 序列的递归图和扣除趋势项和周期项后的残差项 (IMF_3 分量) 的递归图. 从这 8 幅图中可以看到, 有一些线段与主对角线平行, 具有一定的规律性, 通过递归图的定义可以确定原 ΔLOD 序列及其扣除趋势项和周期项后的残差项均具有混沌特性; 在每组 2 幅图中, 相对残差项, 原 ΔLOD 序列包含相对较多的平行主对角线结构, 说明其确定性成分较多, 随机性成分较少, 可预测性相对强, 又由于其具有混沌特性, 进而其混沌程度相对弱; 而残差项包含相对较少的平行主对角线结构, 说明其随机性较强, 确定成分较少, 可预测性相对弱, 具有相对更强的混沌程度.

由于递归图只能对系统进行定性的动力学特性分析, 使用 RQA 方法中的 DET 指标来定量刻画递归图中包含相对较多平行主对角线结构的特征, 这为 RQA 方法研究 ΔLOD 的非线性特性提取提供了有利条件. 计算了 4 组 DET 的平均值, 原 ΔLOD 序列及其扣除趋势项和周期项后的残差项的 DET 的平均值分别为 0.987 ± 0.007 和 0.979 ± 0.004 , 所有 DET 都接近于 1, 说明 DET 指数所表征的地球自转速率变化含有较高的确定性成分, 不是随机信号. 为定量对比原 ΔLOD 序列及其扣除趋势项和周期项后的残差项的混沌特性, 将两者的 DET 数值进行相对相差分析, 相对相差约为 0.82%, 说明原 ΔLOD 序列及其扣除趋势项和周期项后的残差项的混沌特性差别不是很明显. 接下来从统计学的角度来客观判断它们是否具有显著性差异, 因为 DET 为不同 λ 时 ($\lambda = 0.4, 0.5, 0.6, 0.7$), 4 组数据的平均值加减标准差, 所以可以用统计学的 T 检验进行分析, 结果发现原 ΔLOD 序列及其扣

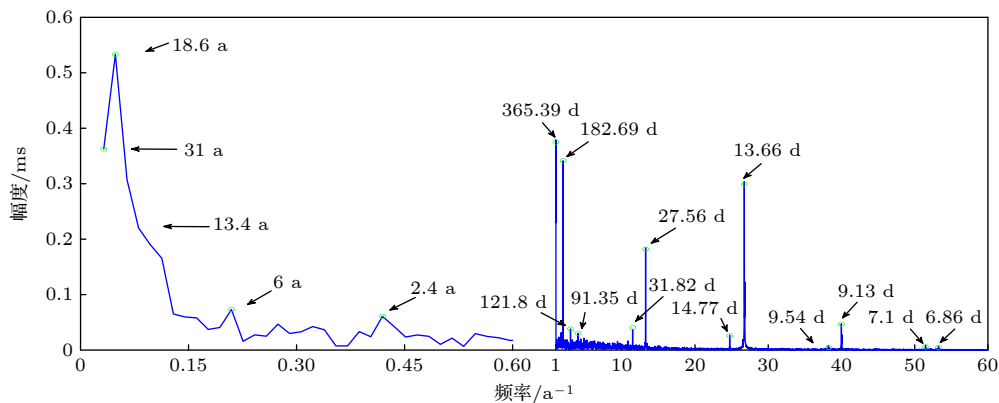


图 7 扣除 IMF_3 分量的 ΔLOD 的频谱

Fig. 7. Frequency spectrum of the ΔLOD time series with the IMF_3 component removed.

除趋势项和周期项后的残差项的 DET 的统计概率为 0.03, 小于显著性水平 0.05, T 检验结果说明, 原 ΔLOD 序列及其扣除趋势项和周期项后的残差项的 DET 无显著性差异. 由于它们都是混沌信号, 而且包含不同的确定性成分, 则它们的可预测性强弱会有所不同.

3.3 ΔLOD 的分形特性

图 9 给出了 ΔLOD 序列分形关联维 D 与嵌入维数 m 之间的关系, 首先在图 9(a) 不同嵌入维数 m 下对应的颜色曲线中找出存在直线的部分, 然后求出每条曲线中直线区域的斜率, 所得直线的斜率

就是每个嵌入维数 m 所对应的分形关联维, 最后绘制由此得到的分形关联维与嵌入维数 m 之间的关系 (图 9(b)). 从 ΔLOD 序列的关联维随嵌入维数 m 的变化曲线图中可以看出, 起始关联维随嵌入维数的增大而增大, 当嵌入维数 $m > 14$ 时, 关联维的变化趋于缓和, 在一定误差范围内基本不变, 趋向一个饱和值, 该值即为饱和关联维, 即 $D = 4.678 \pm 0.139$.

ΔLOD 扣除趋势项和周期项的残差项分形关联维 D 与嵌入维数 m 之间的关系如图 10 所示, 同理, 用上述同样的方法, 可以获得 ΔLOD 扣除趋势项和周期项的残差项的饱和关联维为 $D =$

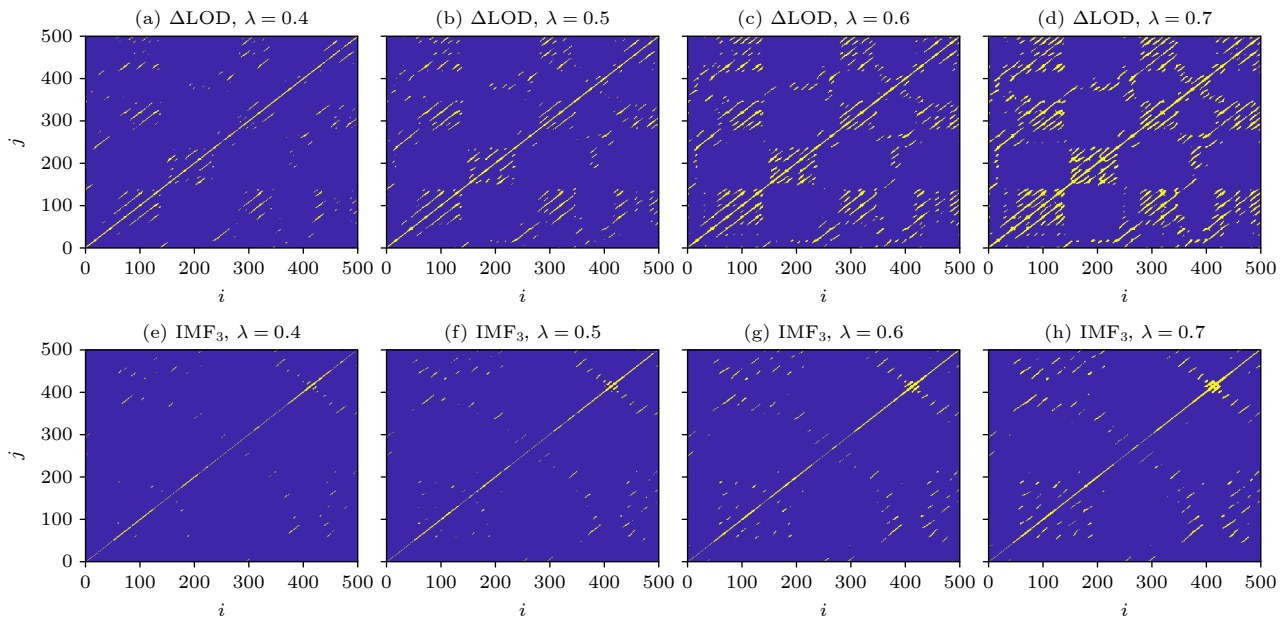


图 8 ΔLOD 及其扣除趋势项和周期项的残差项的递归图 (a)–(d) ΔLOD 的递归图; (e)–(h) ΔLOD 残差 (IMF_3 分量) 的递归图
Fig. 8. Recurrence plot of the ΔLOD and residual time series after the trend and periodic components removed: (a)–(d) Recurrence plot of the ΔLOD ; (e)–(h) recurrence plot of the ΔLOD residuals (IMF_3).

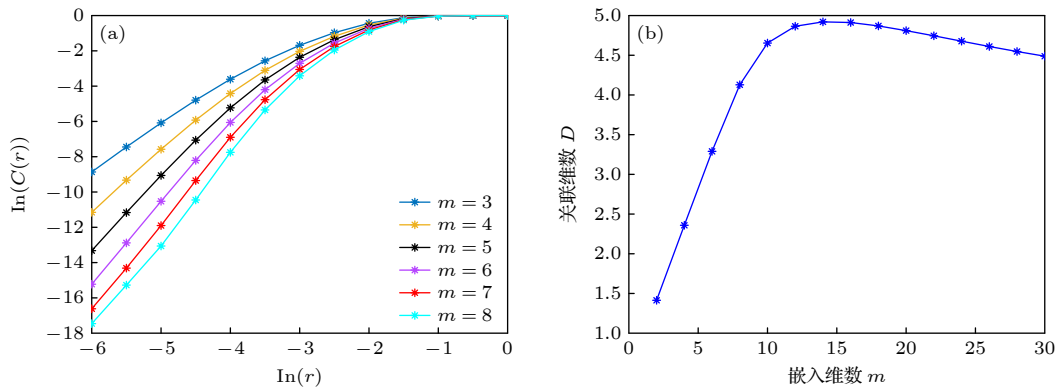
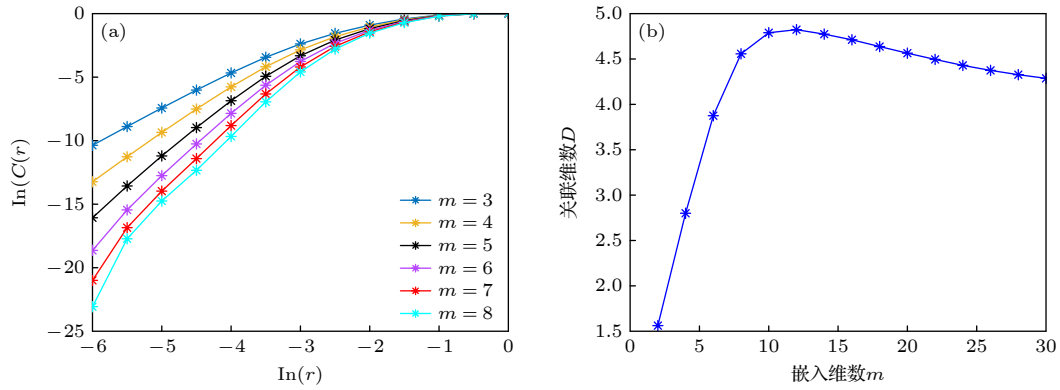


图 9 ΔLOD 序列的关联维与嵌入维数之间的关系 (a) $\ln \lambda$ 与 $\ln C(\lambda)$ 的关系; (b) 关联维 D 与嵌入维数 m 的关系
Fig. 9. Relationship between the correlation and embedding dimensions of the ΔLOD time series: (a) Relationship between $\ln \lambda$ and $\ln C(\lambda)$; (b) relationship between correlation and embedding dimensions.

图 10 Δ LOD 残差项的关联维与嵌入维数之间的关系Fig. 10. Relationship between the correlation and embedding dimensions of the Δ LOD residuals.

4.511 ± 0.172 , 最小嵌入维数为 12, 因此最少需要 5 个独立变量才能描述动力系统的变化规律, 并说明地球自转速率变化的混沌吸引子具有分形结构. 根据混沌动力学理论, 关联维若不存在饱和关联维数, 则信号为随机信号, 反之若存在饱和关联维, 则信号为混沌信号, 可以进一步确认原 Δ LOD 序列及其扣除趋势项和周期项的残差项均含有混沌成分, 具有混沌特性. 原 Δ LOD 序列比其扣除趋势项和周期项后的残差项的饱和关联维大, 关联维相对相差约为 3.7%, 表明原 Δ LOD 序列的复杂度强于其扣除趋势项和周期项后的残差项, 这是由于趋势项和周期项与混沌信号叠加在一起, 分形结构的复杂性相对更强. 由于关联维 D 是经过回归分析得到的, 故采用邹氏检验来验证这些分形维的差异性, 结果发现, 原 Δ LOD 序列和其扣除趋势项和周期项后的残差项的分形维的 F 值大于 $F_{0.05}(2, 23)$ 的临界值 3.422, 说明原 Δ LOD 序列和其扣除趋势项和周期项后的残差项的分形维具有显著性差异.

4 结 论

地球自转变化非常复杂, 已有研究仅从多时间尺度和复杂性其中某一方面来分析, 忽略了其他部分的有效信息, 且传统的非线性分析方法由于受噪声、非平稳性、数据长度以及参数的影响, 无法准确描述与刻画其本质特征, 导致虚假结果, 本文选择反映地球自转速率变化的 Δ LOD 观测量作为研究对象, 从多时间尺度、混沌和分形特性方面对其非线性特性进行全面分析. 首先利用数据驱动的自适应 CEEMDAN 算法对 1962-01-01 至 2023-12-31 的 Δ LOD 观测序列分析其多时间尺度特性, 然

后选用新颖的 RQA 方法来定性和定量研究 Δ LOD 的混沌特性, 该算法简单, 计算速度快, 具有很强的抗干扰能力, 再结合快速计算关联维的 GP 算法进行分形特性分析. 结果发现, Δ LOD 序列由趋势成分、周期成分及混沌成分构成, 同时包含线性和非线性信号, 是极其复杂的系统, 该系统具有确定性和分维性等非线性动力学特性, 不能较好地适用于传统如自回归时间序列分析和自适应滤波器等基于线性系统的建模与预测方法, 这与已有研究的结论并不矛盾, 而是从不同角度印证了地球自转变化的复杂性. 在进行多时间尺度分析和混沌、分形特性识别时, 由于趋势成分、周期成分及混沌成分混杂在一起, 可能影响最终的分析结论, 因此又对比分析了原 Δ LOD 序列和其扣除周期成分或混沌成分后的时间序列分析结果. 得到如下结论.

1) 扣除混沌成分后仅保留趋势项和周期项的数据与原 Δ LOD 序列的周期完全相同, 这种结果可能与混沌成分本身就无周期性有关, 本文求得的平均周期与已有研究结果相比较一致, 支持 Ding 等 [15,17,34] 利用 Morlet 小波变换、AR-z 谱分析和最优序列估计方法分析周期的结论.

2) Δ LOD 序列貌似具有随机属性, 但根据 RAQ 方法可知其实是混沌时间序列, 存在内在的、有序的混沌动力学机制, 是混沌动力学系统演化的结果, 具有可预测性, 扣除趋势成分、周期成分仅保留混沌成分的数据与原 Δ LOD 序列的确定率 DET 无显著性差异.

3) 根据分形关联维可知, 至少需要 5 个以上的变量才能有效描述地球自转速率变化的动力学特征, 从混沌时间序列相空间重构的角度可初步认为模拟地球自转变化动力学系统所需的独立变量

至少需要 5 个, 这从侧面印证地球自转变化的激发因素是多源的.

4) 原 ΔLOD 序列的关联维大于其扣除趋势项和周期项后的时间序列的关联维, 表明前者具有更复杂的分形结构, 因此趋势成分和周期成分叠加在混沌成分中, 增加了动力学系统的复杂性, 可预测的时间更短, 预测难度更大.

本文从周期、混沌与分形多角度对 ΔLOD 观测序列的非线性特性进行了研究, 获得了定量的分析结果, 对于深入了解地球自转变化的本质规律具有重要理论意义. ΔLOD 若存在混沌与分形特性, 就可以借助非线性动力学模型来建立地球自转速率变化理论模型, 如基于混沌理论通过相空间重构技术将复杂的经验参数建模转化为以 ΔLOD 固有动力学特性实现建模, 或基于奇异吸引子的分形结构构建迭代函数跟踪混沌运动轨迹. 本文结果为建立地球自转速率变化动力学数学模型与开展地球自转速率变化重构及预测提供科学依据, 数据去除周期项或混沌项前后非线性动力学特性的异同, 也可以为其他领域的研究者提供一个参考.

参考文献

- [1] Holme R, de Viron O 2013 *Nature* **499** 202
- [2] Buffett B, Knezek N, Holme R 2016 *Geophys. J. Int.* **204** 1789
- [3] Meyrath T, van Dam T 2016 *J. Geodyn.* **99** 1
- [4] Milyukov V, Mironov A, Kravchuk V, Amoruso A, Crescentini L 2013 *J. Geodyn.* **67** 97
- [5] Duan P S, Liu G Y, Liu L T, Hu X G, Hao X G, Huang Y, Zhang Z M, Wang B B 2015 *Earth, Planets Space* **67** 161
- [6] An Y C, Ding H, Chen Z F, Shen W B, Jiang W P 2023 *Nat. Commun.* **14** 8130
- [7] Wolfgang R D, Daniela Thaller 2023 *IERS Annual Report 2019* (Central Bureau. Frankfurt am Main: Verlag des Bundesamts für Kartographie und Geodäsie) pp1233–127
- [8] Bizouard C, Lambert S, Gattano C, Becker O, Richard J Y 2019 *J. Geod.* **93** 621
- [9] Ray R D, Erofeeva S Y 2013 *J. Geophys. Res. Solid Earth* **119** 1498
- [10] Dill R, Dobszaw H 2019 *Geophys. J. Int.* **218** 801
- [11] Chen J L, Wilson C R, Kuang W J, Chao B F 2019 *J. Geophys. Res. Solid Earth* **124** 13404
- [12] Yu N, Ray J, Li J C, Chen G, Chao N F, Chen W 2021 *Earth Space Sci.* **8** 1563
- [13] Chao B F, Chung W Y, Shih Z R, Hsieh Y 2014 *Terra Nova* **26** 260
- [14] Shen W B, Peng C C 2016 *Geod. Geodyn.* **7** 180
- [15] Ding H 2019 *Earth Planet. Sci. Lett.* **507** 131
- [16] Duan P S, Huang C L 2020 *Nat. Commun.* **11** 2273
- [17] Ding H, Chao B F 2018 *J. Geophys. Res. Solid Earth* **123** 8249
- [18] Ogunjo S, Rabiun B, Fuwape I, Atikekeresola O 2024 *Adv. Space Res.* **73** 5406
- [19] Bolzan M J A, Paula K S S 2023 *Adv. Space Res.* **71** 5114
- [20] David V, Galtier S, Meyrand R 2024 *Phys. Rev. Lett.* **132** 85201
- [21] Zhou S, Fen Y, Wu W Y 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 130504 (in Chinese) [周双, 冯勇, 吴文渊 2015 物理学报 **64** 130504]
- [22] Charles L, Marwan N 2015 *Recurrence Quantification Analysis: Theory and Best Practices* (New York: Springer) pp43–45
- [23] Falconer K 2013 *Fractals: A Very Short Introduction* (New York: Oxford University Press) pp35–36
- [24] Fernández-Martínez M, Sánchez-Granero M Á 2014 *Topol. Appl.* **163** 93
- [25] Leonov G A, Florinskii A A 2019 *Vestnik St Petersburg Univ. Math.* **52** 327
- [26] Rosenberg E 2020 *Fractal Dimensions of Networks* (New York: Springer) pp177–179
- [27] Yeh J R, Shieh J S, Huang N E 2010 *Adv. Adapt. Data Anal., Theor. Appl.* **2** 135
- [28] Oppenheim A V, Schaffer R W 2009 *Discrete-Time Signal Processing* (Upper Saddle River: Prentice Hall Press) pp53–60
- [29] Eckmann J P, Kamphorst S O, Ruelle D 1987 *Europhys. Lett.* **4** 973
- [30] Grassberger P, Procaccia 1983 *Physica D* **9** 189
- [31] Shi S, Zhou Y H, Xu X Q 2017 *Prog. Astron.* **39** 448 (in Chinese) [师思, 周永宏, 许雪晴 2017 天文学进展 **39** 448]
- [32] Wang C J, Li H Y, Zhao D 2018 *Circuits Syst. Signal Process.* **37** 5417
- [33] Xu X Q, Dong D N, Zhou Y H 2014 *Prog. Astron.* **32** 338 (in Chinese) [许雪晴, 董大南, 周永宏 2014 天文学进展 **32** 338]
- [34] Ding H, Li J C, Jiang W P, Shen W B 2024 *Chin. Sci. Bull.* **69** 2038

Nonlinear characteristics of variations of Earth's rotation rate^{*}

Lei Yu^{1)†} Zhao Dan-Ning²⁾ Qiao Hai-Hua³⁾

1) (*School of Computer Sciences, Xi'an University of Posts and Telecommunications, Xi'an 710121, China*)

2) (*School of Electronic and Electrical Engineering, Baoji University of Arts and Sciences, Baoji 721016, China*)

3) (*National Time Service Center, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710600, China*)

(Received 8 June 2024; revised manuscript received 7 August 2024)

Abstract

To study the nonlinear characteristics of changes in the Earth's rotation rate, a comprehensive analysis of the nonlinear characteristics of the length of day (ΔLOD) observations reflecting changes in the Earth's rotation rate is conducted from multiple perspectives, including periodicity, chaos, and fractal, by using the complete ensemble empirical mode decomposition with adaptive noise (CEEMDAN), recursive quantitative analysis (RAQ), and Grassberger-Procaccia (GP) algorithms. The long-term high-accuracy ΔLOD observations from January 1, 1962 to December 31, 2023, were comprehensively and reliably analyzed and then used as dataset published by the International Earth Rotation and Reference Systems Service, IERS) 14C04 series. The present work focuses on comparing and analyzing whether there are any significant differences in the ΔLOD characteristics before and after deducting the periodic or chaotic components of ΔLOD time series. The main conclusions obtained are as follows. 1) The ΔLOD time series consists of the well-known trend components, many periodic components, and chaotic components, and therefore can be characterized by obvious multi timescales, chaotic dynamics, and fractal structure. The characteristics were not considered in previous research. 2) The period of the ΔLOD time series after deducting the chaotic components is exactly the same as the period of the original ΔLOD time series, implying that the chaotic components have no effects on reconstruction nor analysis of the periodic components. 3) There is no significant difference in chaotic characteristics between the original ΔLOD time series and its time series after deducting trend and periodic components, but the complexity of the fractal structure of the former is relatively stronger. Not only can this work provide a valuable reference for studying the mechanism of changes in the Earth's rotation rate, but also model such rotation changes and then predict the chances on different timescales.

Keywords: Earth's rotation, period, chaos, fractal

PACS: 91.10.Nj, 91.30.Ab, 02.10.Yn, 02.40.Xx

DOI: 10.7498/aps.73.20240815

CSTR: 32037.14.aps.73.20240815

^{*} Project supported by the Natural Science Basic Research Plan in Shan'an Province of China (Grant No. 2023-JC-YB-057) and the Youth Innovation Promotion Association, Chinese Academy of Sciences.

[†] Corresponding author. E-mail: leiyu@xupt.edu.cn

地球自转速率变化的非线性特性

雷雨 赵丹宁 乔海花

Nonlinear characteristics of variations of Earth's rotation rate

Lei Yu Zhao Dan-Ning Qiao Hai-Hua

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 73, 199101 (2024) DOI: 10.7498/aps.73.20240815

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.73.20240815>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

激光局域网络的混沌控制及并行队列同步

Chaos-control and parallel queue synchronization of laser local area network

物理学报. 2021, 70(8): 080501 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201251>

流场非线性特征提取与混沌分析

Nonlinear feature extraction and chaos analysis of flow field

物理学报. 2020, 69(24): 249501 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200625>

基于分形理论的微间隙空气放电

Micro gap air discharge based on fractal theory

物理学报. 2021, 70(20): 205207 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210362>

基于Si₃N₄微环混沌光频梳的Tbit/s并行实时物理随机数方案

A Tbit/s parallel real-time physical random number scheme based on chaos optical frequency comb of Si₃N₄ micro-ring

物理学报. 2024, 73(8): 084203 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231913>

回音壁式耦合光力学系统中的混沌现象

Route to chaos in whispering gallery mode coupled opto-mechanical systems

物理学报. 2023, 72(14): 144203 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20222407>

受垂直激励和水平约束的单摆系统亚谐共振分岔与混沌

Subharmonic resonance bifurcation and chaos of simple pendulum system with vertical excitation and horizontal constraint

物理学报. 2021, 70(24): 240202 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210953>