

基于带隙阻波隔振的超材料梁吸隔振一体化设计方法*

魏巍¹⁾ 管峰²⁾ 方鑫^{1)†}

1) (国防科技大学智能科学学院, 长沙 410073)

2) (海军研究院, 北京 100161)

(2024 年 8 月 14 日收到; 2024 年 9 月 24 日收到修改稿)

先进的振动控制技术在航空航天及船舶领域具有广泛需求. 当前, 大多数系统的吸振与隔振设计分离, 且现有隔振设计难以有效增强低频线谱隔离. 因此, 本文针对典型欧拉梁, 提出了一种吸隔振一体化设计方法. 基于声学超材料的带隙阻波原理, 研究了振动在横向和纵向的传播特性及其协同调节规律. 结果表明, 通过使用波阻隔振器实现多种模态的吸振和隔振, 无需额外结构即可高效控制低频和宽带振动. 在横向通路中, 引入局域共振带隙显著提高了低频隔振效果; 在纵向通路中, 除了近零及 Bragg 带隙外, 波阻隔振器还能产生多种带隙, 实现了低频宽带吸振. 研究显示, 通过叠加纵向与横向带隙可达成 100 Hz 内 87.3% 的带隙占比. 采用有限元法验证了解析结果的准确性. 研究结果为复杂梁、板、管路、框架等结构的吸隔振一体化设计提供了可行思路.

关键词: 超材料, 带隙, 吸振, 隔振

PACS: 46.40.-f, 62.30.+d, 63.20.-e

DOI: 10.7498/aps.73.20241135

CSTR: 32037.14.aps.73.20241135

1 引言

控制机械振动对提升设备品质、精度、寿命和安全性至关重要. 振动不仅在子系统内部多个方向传播, 也会通过连接器传向其他系统. 例如, 飞机、船舶设备中的大量管路结构, 振动不仅沿着管路向前传播, 也会沿着管路支撑结构向下传播, 这已经成为一些系统目前最大的振动治理难题. 因此, 控制这类系统的振动需要同时采用两种振动控制手段: 安装吸振器衰减设备自身的振动量级、安装隔振器降低系统之间的振动耦合. 此外, 许多系统的振动谱由线谱和连续谱叠加而成^[1,2], 需要兼顾宽频并增强特定频段的振动控制能力. 吸振可以实现特定频段的振动衰减, 但带宽较窄^[3-5]. 引入非线性刚度, 可以拓展吸振带宽^[6-8]但会降低窄带峰值

效果. 隔振器通常在 $\sqrt{2}$ 倍基频以上频段起作用, 难以对低频和特定频段起增强效果. 通过引入负刚度^[9,10], 能够提升低频段的隔振效果^[11-14], 但承载能力和系统鲁棒性会减弱^[15,16]. 所以, 传统吸振器和隔振器只能产生一种功能, 同时采用两种措施付出的重量、安装空间、系统复杂性等工程代价较大. 迫切需要一种既能兼顾振动吸收与隔离, 又能兼顾宽频和特定频段的吸隔振一体化结构.

近年来, 超材料理论为低频宽带减振提供了新的思路. Bragg 带隙^[17,18]和局域共振带隙^[19,20]均能够实现带隙阻波效应, 局域共振带隙频率低, 低频振动控制效果优异^[21,22]. 最近, Wei 等^[23]提出了一种基于带隙阻波的超结构隔振器, 利用板的多模态耦合共振克服了狭窄空间内难以实现超低频局域共振带隙的难题, 不仅能产生普通隔振器的宽频隔振效果, 还能利用带隙显著增强低频隔振效

* 国家自然科学基金 (批准号: 52241103, 52322505) 和湖南省自然科学基金 (批准号: 2023JJ10055) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: xinfangdr@sina.com

果. 此外, 大量研究表明, 在主结构附加局域振子, 可以产生局域共振带隙^[24-26], 实现高效吸振. 虽然局域共振带隙通常较窄^[27], 但可以通过多谐振耦合^[28-30], 惯性放大^[31-33]、带隙叠加^[34,35]等方法, 有效实现带隙展宽. 此外, Bragg 带隙和局域共振相互作用^[36,37], 也可以展宽带隙, 实现宽带吸振.

尽管利用超材料原理进行振动控制的研究很多, 但是大多围绕吸振或隔振一个方面进行, 一体化设计的研究较少. 实际上, 若在一个大尺度弯曲振动结构中安装多个上述超结构带隙波阻隔振器, 隔振器不仅能产生隔振效果, 其多层周期结构的整体多模态共振也能产生局域共振效应, 对主结构产生低频吸振效果, 但这种特性目前未被研究. 本文针对吸隔振一体化设计的现实需求, 以典型欧拉梁为对象, 基于带隙波阻隔振结构, 研究振动在横向和纵向的传播规律及吸隔振一体化设计方法. 在不附加额外结构的情况下, 使用波阻隔振器同时产生多种模式的吸振和隔振, 实现了低频、宽频、高效吸隔振一体化设计.

2 超材料梁吸隔振一体化设计原理及建模

2.1 传统周期隔振梁模型中的纵向与横向振动传递

在陈述超材料梁之前, 先陈述传统周期隔振梁

的振动传递特性, 即一根长梁下安装周期性支撑弹簧的模型, 如图 1(a) 所示. 在周期性支撑条件下, 弯曲振动除了沿基体梁长度方向传播 (本文定义为纵向传播路径), 还会沿支撑结构传递到地基 (本文称为横向传播路径). 传统模型中, 两个方向的振动控制往往无法兼顾. 以一组算例来说明其中原因, 考虑矩形欧拉梁. 基体梁的一个周期长度、截面宽度、截面高度分别为 $a \times b \times h = 1000 \text{ mm} \times 160 \text{ mm} \times 160 \text{ mm}$, 材料的密度、杨氏模量、泊松比分别为 2700 kg/m^3 , 70 GPa , 0.3 . 支撑弹簧数量为 $N_{\text{ho}} = 10$, 刚度为 $K = M(2\pi f_0)^2$, 其中 f_0 为单自由度系统的一阶共振频率, M 为一个周期内基体梁质量. 在基体梁结构左端施加垂向激励力, 计算近端和远端支撑结构的支撑反力, 评估横向隔振效果; 计算右侧端面位移响应, 评估纵向振动衰减. 传递率为

$$T = 20 \lg(P_{\text{out}}/P_{\text{in}}), \quad (1)$$

其中 P_{in} 和 P_{out} 分别表示输入激励和输出响应.

为了展示特性, 选取差别较大的 $f_0 = 2, 200 \text{ Hz}$, 计算第 1 个和第 10 个支撑结构 $0-200 \text{ Hz}$ 范围内的传递率曲线, 如图 1(b)–(d) 所示. 当 $f_0 = 2 \text{ Hz}$ 时, 近端和远端的横向振动会随着频率的增大迅速衰减, 呈现单层隔振器特性, 曲线的多个共振峰由基体梁的固有模态激发. 然而, 此时纵向振动在全频段内无明显衰减 (图 1(d)). 这表明支撑刚度

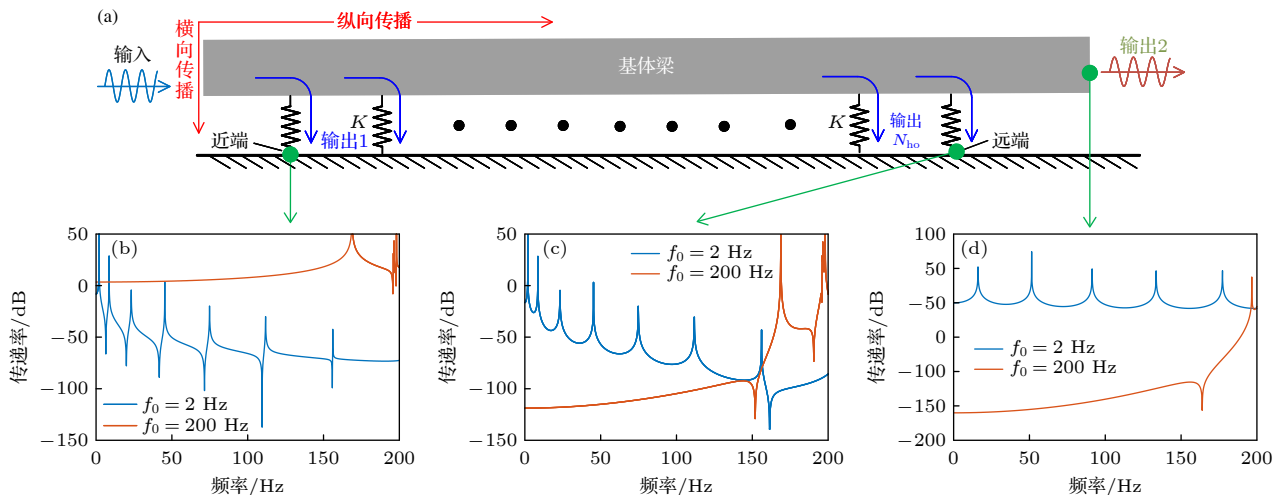


图 1 传统周期支撑梁的振动传递特性分析 (a) 振动传播路径示意图; (b) 不同 f_0 下的近端支撑的横向振动传递率; (c) 不同 f_0 下的远端支撑的横向振动传递率; (d) 右端截面的纵向振动传递率

Fig. 1. Analysis of vibration propagation in a traditional periodic support structure of a beam: (a) Schematic diagram of the vibration propagation path; (b) transverse vibration transmission ratio of the proximal support at different f_0 ; (c) transverse vibration transmission ratio of the distal support at different f_0 ; (d) longitudinal vibration transmission ratio of the right-end section.

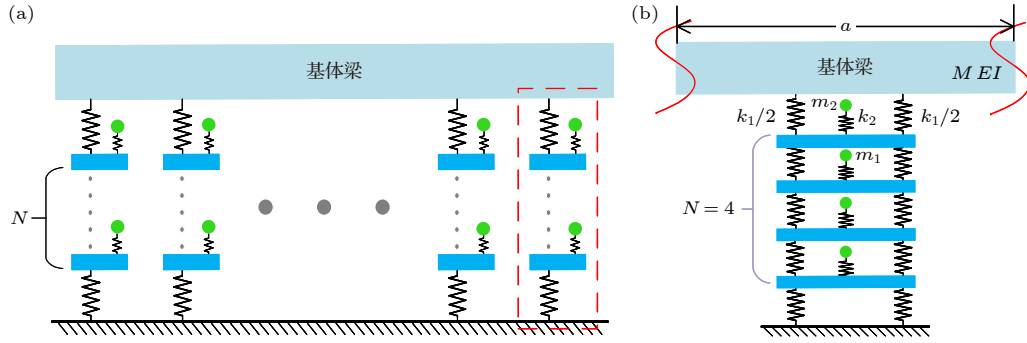


图 2 吸隔振一体超材料梁的结构设计 (a) 理论模型; (b) 元胞模型

Fig. 2. Structural design of a vibration isolation and absorption integrated metamaterial beam: (a) Theoretical model; (b) metacell model.

K 较小时, 隔振设计无法有效衰减低频的纵向传递. 当 $f_0 = 200$ Hz 时, 左侧支撑结构没有隔振效果, 单右侧端面的纵向振动衰减达到 -150 dB, 与此同时, 右侧横向振动传递率也小于 -100 dB 左右. 这表明支撑刚度 K 较大时, 纵向振动传播会被抑制, 但近端横向振动衰减弱, 远端横向振动衰减来自纵向衰减. 这个结果表明, 仅采用简单的支撑刚度 K 难以同时降低近端和远端的横向和纵向振动.

2.2 超材料梁吸隔振一体化设计原理模型

我们提出一种吸隔振一体的超材料梁结构来解决上述难题. 超材料梁由多个波阻隔振器支撑, 隔振器在水平方向上周期性排列, 如图 2(a) 所示. 其单个元胞由基体梁和波阻隔振器构成, 模型如图 2(b) 所示. 波阻隔振器由弹性结构 (m_1-k_1) 和局域振子 (m_2-k_2) 组成, 在垂直方向上堆叠 N 层, 这里取 $N = 4$, 单层支撑刚度 $k_1 = (N + 1)M(2\pi f_0)^2$, 其中 f_0 的定义与前文相同, 为单自由度系统的一阶固有频率. 波阻隔振器的局域共振频率为 $f_{\text{iso}} = \sqrt{k_2/m_2}/2\pi$. 整个隔振系统的一阶固有频率 f_n 取决于 f_0 和附加质量比 $\beta = N(m_1 + m_2)/M$. 因多自由度耦合, 通常 $f_n < f_0$, 且 β 越大, f_n 越小. 波阻隔振器不仅具有宽频隔振效果, 其内部的局域共振单元能产生低频带隙, 增强低频隔振效果. 此外, 波阻隔振器本身为一个多自由度系统, 能产生多模态共振. 对于梁而言, 这些多模态共振也能产生抑制纵向振动传递的局域共振带隙, 即纵向吸振. 严格而言, 带隙引起的纵向振动衰减也为隔振效果, 但从结构形式而言为吸振效果. 因此, 本文所提结构可以兼顾横向隔振和纵向吸振, 在不需

要额外增加吸振器的前提下实现吸隔振一体化. 然而, 实现一体化设计需要协同调节纵向与横向带隙.

2.3 吸隔一体超材料梁的横向带隙

波阻隔振器在垂直方向上的周期性排列, 可以简化为一维弹簧质量系统, 能带结构可以通过特征值方程 [23] 描述:

$$\begin{vmatrix} k_1(2 - e^{\tilde{\mu}} - e^{-\tilde{\mu}}) & -k_2 \\ +k_2 - (2\pi f)^2 m_1 & k_2 - (2\pi f)^2 m_2 \end{vmatrix} = 0, \quad (2)$$

其中 $\tilde{\mu} = iqL$, q 为波数、 L 为纵向晶格常数. 横向局域带隙的起止频率 [38] 为

$$f_{\text{start}} \approx f_{\text{iso}}, f_{\text{end}} = \sqrt{1 + r} f_{\text{iso}}, \quad (3)$$

保持基体梁的几何参数和材料参数不变, 考虑承载能力, 令 $f_0 = 10$ Hz, 总附加质量比 $\beta = 1$, 振子频率 $f_{\text{iso}} = \sqrt{k_2/m_2}/2\pi = 40$ Hz, 质量比 $r = m_2/m_1 = 3$, 此时系统的一阶固有频率 $f_n = 8.4$ Hz. 我们对比分析了单层支撑、4 层支撑、带局域共振的 4 层支撑结构 (即吸隔振一体化结构) 的近端传递率曲线, 结果如图 3 所示. 吸隔振一体化结构在 40—80 Hz 附近出现了宽带谷值, 实现了对特定频段振动的有效隔离, 对比其他两种结构展现了良好的低频宽带隔振性能.

为了探究带隙对传递率的影响, 保持其余参数不变, 分别令 $r = m_2/m_1 = 3$ 和 20, 计算波矢虚部和传递率曲线, 结果如图 4 所示. 带隙宽度随着 r 增加而明显增加, 传递率在 40—80 Hz 之间出现明显谷值, 这说明纵向带隙确实可以实现良好的隔振效果. 此外, 在 80—190 Hz 之间, $r = m_2/m_1 = 20$

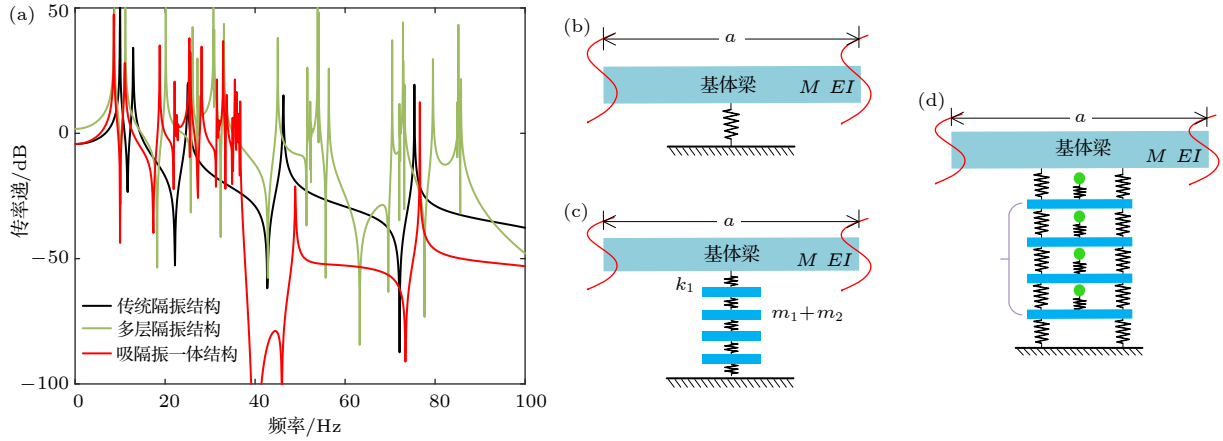


图 3 传统结构和吸隔振一体结构在近端的支撑结构的振动传动率 (a) 传递率曲线; (b) 传统隔振结构; (c) 多层隔振结构; (d) 吸隔振一体结构

Fig. 3. Vibration transmission ratio of the traditional structure and the integrated vibration isolation and absorption structure at proximal support structure: (a) Transmission ratio curve; (b) traditional vibration isolation structure; (c) multi-layer vibration isolation structure; (d) integrated vibration isolation and absorption structure.

对应的传递率曲线明显小于 $r = m_2/m_1 = 3$ 的传递率, 这意味着波阻隔振器可以在不增加总附加质量的前提下, 实现宽带隔振。但是在 0—40 Hz 范围内, 由于隔振系统存在固有共振区, 无论 r 取何值, 传递率曲线均存在多个共振峰, 使得该频段振动不仅没有被抑制, 还可能增强振动。这一不利特性可通过纵向吸振抑制。

计算时在基体梁的左右两端添加 Floquet-Bloch 周期性边界条件, 建立本征方程, 详见补充材料 A (online). 通过求解特征值方程, 确定波矢 μ 与频率 ω 的关系, 可以得到其对应的频率值 ω 的 $\pm\mu_1$ 和 $\pm\mu_2$ 两组系数, 实部和虚部分别对应相位常数和衰减系数。由于较小的衰减系数可以更好地描述弯曲波传播的规律^[39], 采用非零 $|\text{Re}(\mu)|$ 来表征弹性的衰减规律。

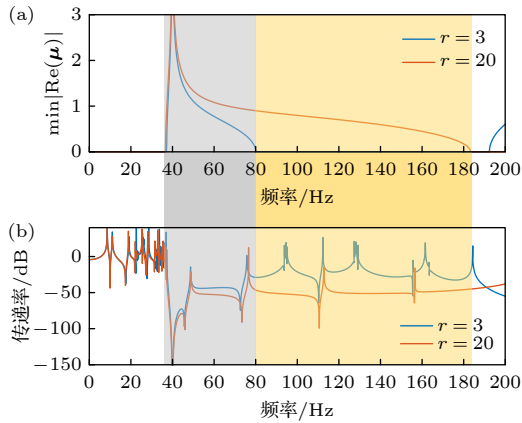


图 4 横向波矢虚部和近端支撑结构的传递率曲线 (a) 波矢虚部; (b) 近端支撑结构的传递率曲线

Fig. 4. Imaginary part of the transverse wave vector and transmission ratio curve of the proximal support structure: (a) Imaginary part of the wave vector; (b) transmission ratio curve of the proximal support structure.

2.4 吸隔一体超材料梁的纵向带隙

将波阻隔振器整体作为局域振子在基体梁水平方向上周期性排列, 可以激发多种带隙。通过计算元胞的波矢虚部可以评估在纵向振动衰减规律,

$$|\text{Re}(\mu)| = \text{Min}(|\text{Re}(\mu_1)|, |\text{Re}(\mu_2)|). \quad (4)$$

为了展示吸隔振一体化超材料梁的优异性能, 将其与相同参数的多层隔振模型进行对比, 结果如图 5 所示。

通过图 5(a), (b) 可知, 吸隔振一体超材料梁在纵向上产生了 2 种带隙, 分别是近零带隙^[40]、多个局域共振 (LR) 带隙。近零带隙产生的原因是支撑结构接地, 机理是等效串联了一个无穷大质量, 具有低频、宽带、强衰减的效果^[41]。其起始频率为 0 Hz, 终止频率为系统一阶固有频率 f_n , 带隙宽度与单层支撑刚度 k_1 相关。LR 带隙由波阻隔隔振器的多模态共振所致, 为了阐明其机制, 将波阻隔隔振器边界条件简化为两端固支, 可以求解子系统的特征频率和模态向量 $\mathbf{u}$:

$$\mathbf{K}_{\text{iso}} \mathbf{u} = (2\pi\tilde{f}_{\text{iso}})^2 \mathbf{M}_{\text{iso}} \mathbf{u}, \quad (5)$$

其中 $\mathbf{K}_{\text{iso}}$, $\mathbf{M}_{\text{iso}}$ 为隔振器的刚度和质量矩阵, $\tilde{f}_{\text{iso}}$ 为系统的特征频率。由 4 个单层构成的隔振器有 4 个低频模态, 分别产生 4 个局域共振带隙, 如图 5(a)

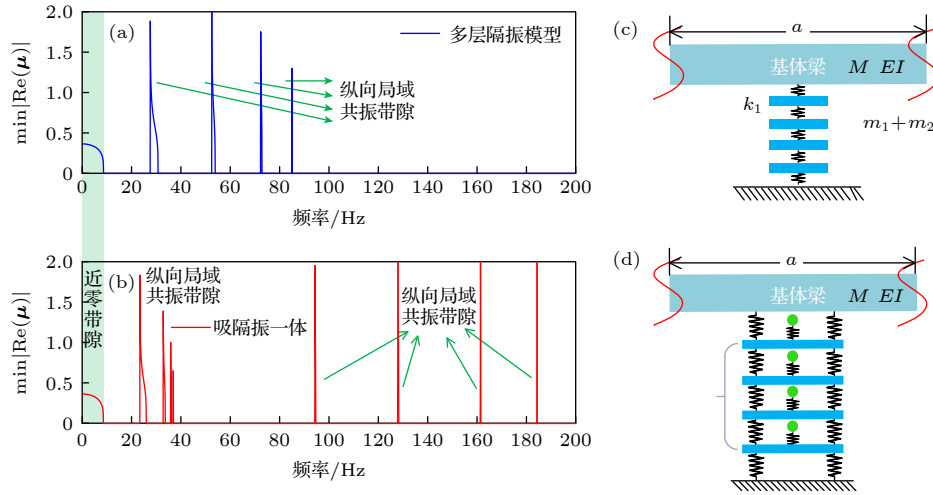


图5 不同形式支撑梁的元胞模型和对应纵向衰减系数 (a) 多层隔振模型纵向衰减系数; (b) 吸隔振一体模型纵向衰减系数; (c) 多层隔振模型示意图; (d) 吸隔振一体模型示意图

Fig. 5. Metacell models and corresponding longitudinal attenuation coefficients of support beams in different configurations: (a) Longitudinal attenuation coefficient of the multi-layer vibration isolation model; (b) longitudinal attenuation coefficient of the integrated vibration isolation and absorption model; (c) schematic diagram of multi-layer vibration isolation model; (d) schematic diagram of integrated vibration isolation and absorption model.

所示, 可以抑制梁中的弯曲波的纵向传递. 波阻隔振器有 8 个自由度, 会产生 8 组模态, 其中 1—4 阶和 5—8 阶模态分别由局域振子 (m_2-k_2) 和弹性结构 (m_1-k_1) 激发, 分布规律见补充材料 B (online), 如图 5(b) 所示. 局域振子激发的模态带隙紧密相邻, 为设计纵向多谐振带隙耦合提供了可能. 当内部质量比 $r = m_2/m_1 = 20$ 时, 远端支撑结构的振动传递率如图 6(b) 所示, 在 22.7—25.6 Hz, 32—32.9 Hz, 35.1—35.5 Hz 范围内可以实现高效隔振. 振动传递路径上的纵向带隙可以对远端支撑结构

的特定频率高效衰减, 实现形式上的吸振. 而且, 局域振子激发的模态频率均在横向带隙隔振频率 f_{iso} 之前, 刚好处于整个系统的低频共振频段内, 可以有效消除系统的共振峰, 实现更显著的振动抑制效果. 本文在后续讨论中着重分析前 4 阶带隙对于低频振动的抑制.

3 吸隔振一体超材料梁的带隙协同调制

上述分析表明, 本文提出的设计原理使波阻隔振器既能横向隔振又能纵向吸振器, 实现了吸隔振一体化. 换言之, 远端的振动传递率可以通过横向、纵向带隙的线性叠加来刻画. 因此, 纵向与横向带隙的协同调制规律对实现一体化设计有重要意义. 我们先分析纵向与横向带隙的协同调制规律, 再分析纵向传播过程中局域共振带隙与 Bragg 带隙的协同调控规律.

3.1 纵向与横向带隙的协同调制规律

对于波阻隔振器而言, 其隔振效率受到局域共振隔振频率 f_{iso} 、总系统附加质量比 β 、内部单元质量比 r 以及单层承载刚度 k_1 的影响. 由于纵向 LR 带隙同时受到单层承载刚度 k_1 和隔振带隙频率 f_{iso} 的影响, 规律详见补充材料 C (online). 为了更好地描述两者之间的作用关系, 定义隔振带隙频

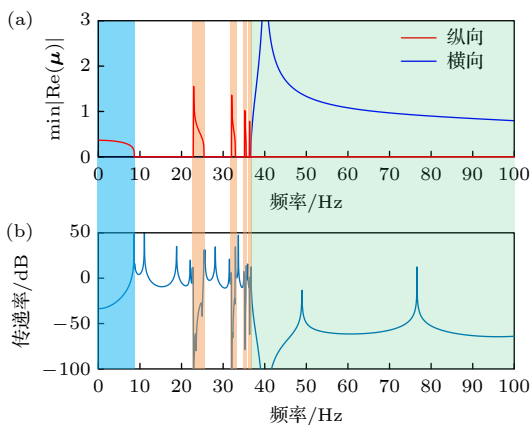


图6 吸隔振一体结构的振动传递特性 (a) 纵向和横向上的弹性波衰减系数; (b) 远端支撑结构的传递率曲线

Fig. 6. Vibration transmission characteristics of the integrated vibration isolation and absorption structure: (a) Longitudinal and transverse attenuation coefficient; (b) transmission ratio curve of the distal support structure.

率与单自由度承载频率之间的比值为 $G = f_{\text{iso}}/f_0$. 为保证系统承载能力, 保持 $f_0 = 10 \text{ Hz}$, 晶格常数 $a = 3000 \text{ mm}$ 不变, G 的变化范围为 2—5, 结果如图 7 所示.

纵向和横向的 LR 带隙起始频率和宽度均随 G 增大而增大, 但纵向的 LR 带隙的增长幅度小于横向 LR 带隙起始频率的增大幅度. 这导致在带隙叠加过程中, 频率比 G 越大, 隔振带隙频率 f_{iso} 之前的带隙占比越低. 但这并不意味着 G 越小, 低频振动抑制效果越好. 因为在有限周期结构中, 仅考虑带隙是不够的, 尤其是横向隔振, 还需要评估传递率指标. 如图 7(d) 所示, 在横向带隙范围内同一频率, G 越大, 传递率越低. 综上, 可以得到频率比 G 的一般影响规律: 对于纵向振动, 频率比 G 增

大, LR 带隙的起始频率和带隙宽度均增大. 对于横向振动, 带隙内的同一频率, G 越大, 隔振效果越好, 这表明当系统承载刚度和频率给定时, 增大隔振带隙频率 f_{iso} 可提升其作用效率.

对于隔振系统而言, 内部质量比 $r = m_2/m_1$ 越大, 隔振带隙越宽; 而总体附加质量比 β 越大, 隔振带隙产生的衰减越大. 但 r 和 β 对于纵向带隙的影响, 还需要从起始频率和带隙宽度 2 个维度进一步分析. 通过 (5) 式, 计算 β 的变化范围为 0—1, r 从 0.1 变化至 20 的纵向 LR 带隙特征频率, 第一阶和第四阶阶模态频率如图 8(a) 所示. 给定 β , r 增大, LR 带隙起始频率会降低, 但当 $r = m_2/m_1 > 5$ 之后, 这种变化就不再明显. 给定 r , β 增大, 纵向 LR 带隙频率也会下降, 且第一阶模态产生的 LR 带

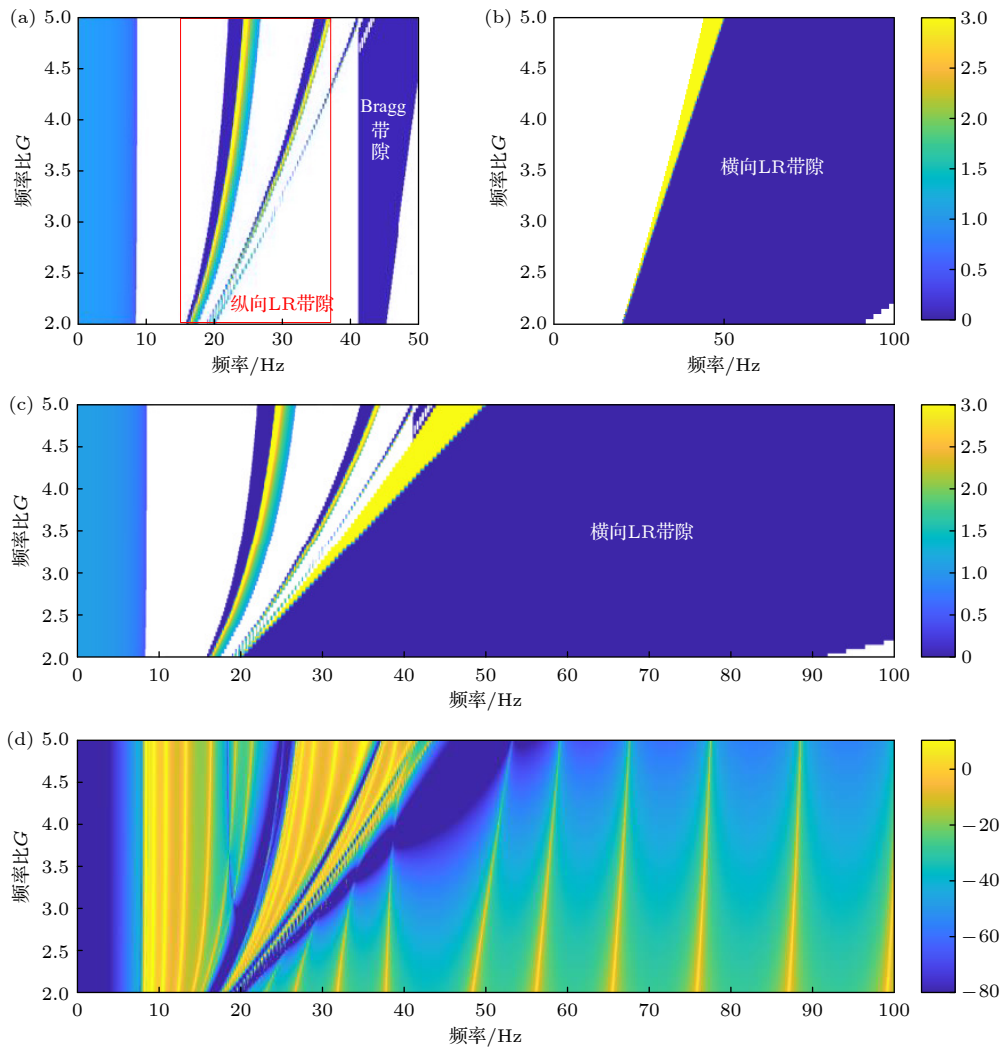


图 7 频率比 G 的调制规律 (a) G 对于纵向带隙的调制规律; (b) G 对于横向带隙的调制规律; (c) G 对于叠加带隙的影响; (d) G 对于传递率的影响

Fig. 7. Modulation rules of frequency ratio G : (a) Modulation rules of G for longitudinal bandgaps; (b) modulation rules of G for transverse bandgaps; (c) the effect of G on superimposed band gaps; (d) the effect of G on transmission ratio.

隙频率下降得快, 第四阶模态的 LR 带隙下降得慢. 综上, 在调制纵向带隙过程中, 低频 LR 带隙的起始频率由 r 和 β 共同起作用, 但 β 的作用效果更明显.

对于 LR 带隙宽度的规律分析, 给定 $r = m_2/m_1 = 20$ 不变, β 的变化范围为 0—5, 计算纵向 LR 带隙宽度的变化. 为了消除总附加质量 β 增大导致的基频 f_n 降低的影响, 将频率作归一化 (f/f_n) 处理, 结果如图 8(b) 所示, LR 带隙宽度增大. 给定 $\beta = 1$, r 从 0 变化至 20, LR 带隙宽度不变. 因此, 对于低频 LR 带隙宽度而言, 总附加质量比 β 起主要作用, 内部质量比 r 的作用很小. 增大总附加质量比 β , 可以实现低频宽带吸振, 图 8(d) 中的传递率曲线也验证了该结论.

通过上述分析可以得到横纵带隙调制的一般规律: 增大频率比 G 会小幅增大带隙起始频率和宽度, 但却可以大幅提升对于振动抑制效果. 增大内部质量比 r , 在横向上可以增大波阻隔振器的谷值宽度, 在纵向上可以降低带隙起始频率, 但效果有限. 整体上看, 增加 r 有益于系统的整体振动控制

制效果. 增大总附加质量比 β , 在横向上, 可以增大波阻隔振器的谷值深度; 在纵向上, 可以降低 LR 带隙起始频率并增大宽度, 且效果显著. 整体上看, 增大 β 可以显著提升系统整体振动控制效果.

3.2 Bragg 带隙与局域共振带隙的协同调制规律

隔振器的周期性布置还会产生 Bragg 带隙, Bragg 带隙结合 LR 带隙会拓宽带隙作用效果. n 阶 Bragg 频率^[42] 可以表示为

$$f_{Bn} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{n\pi}{a} \right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}, \quad n = 1, 2, 3. \quad (6)$$

纵向 LR 带隙由受波阻隔振器局域共振频率 f_{iso} 确定, 只能通过调控晶格常数 a 实现 Bragg 带隙与 LR 带隙在特定频段内耦合, 只需考虑第一阶 Bragg 带隙的作用, 其频率为

$$f_B = \frac{\pi}{2a^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}. \quad (7)$$

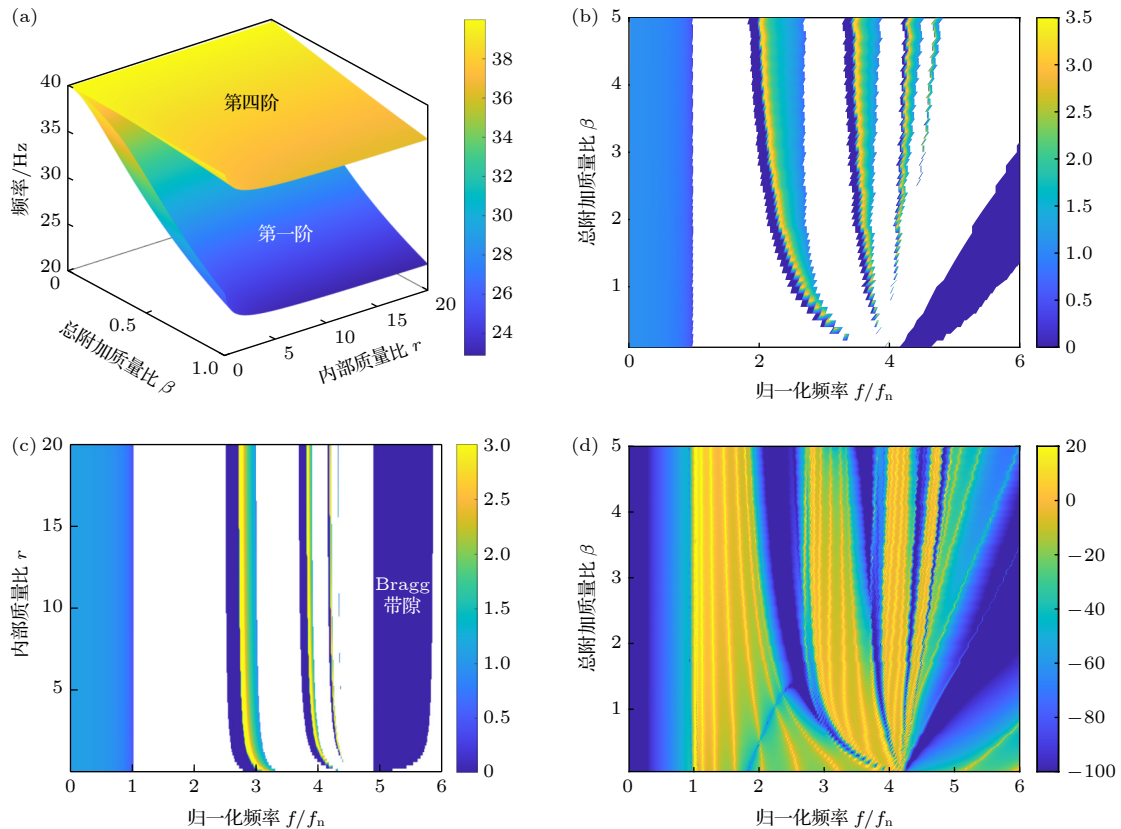


图 8 质量比 r 和附加质量比 β 的调制规律 (a) 横向 LR 带隙起始频率的调制; (b) β 对于横向 LR 带隙的宽度影响; (c) r 对于横向 LR 带隙的宽度影响; (d) 附加质量比 β 的归一化传递率

Fig. 8. Modulation law of the mass ratio r and the additional mass ratio β : (a) Modulation of the starting frequency of the transverse LR bandgap; (b) the effect of the additional mass ratio β on the width of the transverse LR bandgap; (c) the effect of r on the width of the transverse LR bandgap; (d) the normalized transfer rate of the additional mass ratio β .

由于波阻隔振器模态产生的带隙距离非常近, Bragg 带隙可以与其中任一阶耦合. 图 9 中, 我们分别计算了通过计算晶格常数 a 变化对于纵向带隙的影响, 印证了 3 个近似耦合的带隙存在, 结果如图 9(a) 标注所示. 通过 (7) 式计算, 得到带隙耦合时的晶格常数 a 分别为 3850 mm, 3360 mm, 3220 mm. 拟合后的曲线如图 9(d) 所示, 解析计算拟合很好, 证明了计算的准确性.

对比 Bragg 带隙分别与第一阶、第二阶及第三阶模态带隙的耦合产生的效果, 如图 9 和表 1 所示, 3 种耦合使得 LR 带隙宽度由原始的 7.3 Hz 提升到 18 Hz 左右, 显著提升了吸振频带宽度. 此外, 与第一阶 LR 带隙耦合能够在更大的频率范围内实现带隙阻波, 最大化带隙占比. 为了使得在低频范围内带隙占比最大, 纵向带隙应尽可能多地处在横向带隙的频率之外, 这意味着 3 种耦合方式中,

与第一阶模态带隙耦合, 会使得收益最大. 具体来讲 (见图 10), 当晶格常数 $a = 3850$ mm 时, 近零带隙 (0—8.6 Hz)、耦合带隙 (18.2—29.4 Hz)、LR 带隙 (32.6—34.5 Hz, 35.3—36.2 Hz, 36.3—40 Hz)、横向带隙 (40—100 Hz) 通过线性叠加, 可以使得 100 Hz 以内的带隙占比达到了 87.3%. 此外, 基于带隙阻波原理, 带隙范围能实现小于 -40 dB 的高效隔振, 因而可以实现全频段高效振动控制.

3.3 低频超阻尼增强

上述基于一体化设计中会产生一些系统共振峰值, 可以进一步通过增大阻尼来降低. 然而, 阻尼可能会减弱局域共振带隙的作用效果, 但多层波阻隔振器内部的阻尼会显著增强整个系统低频效果, 实现超阻尼. 因此, 本节将厘清这种一体化设计中阻尼的引入方法. 分析过程中, 保持 3.2 节中

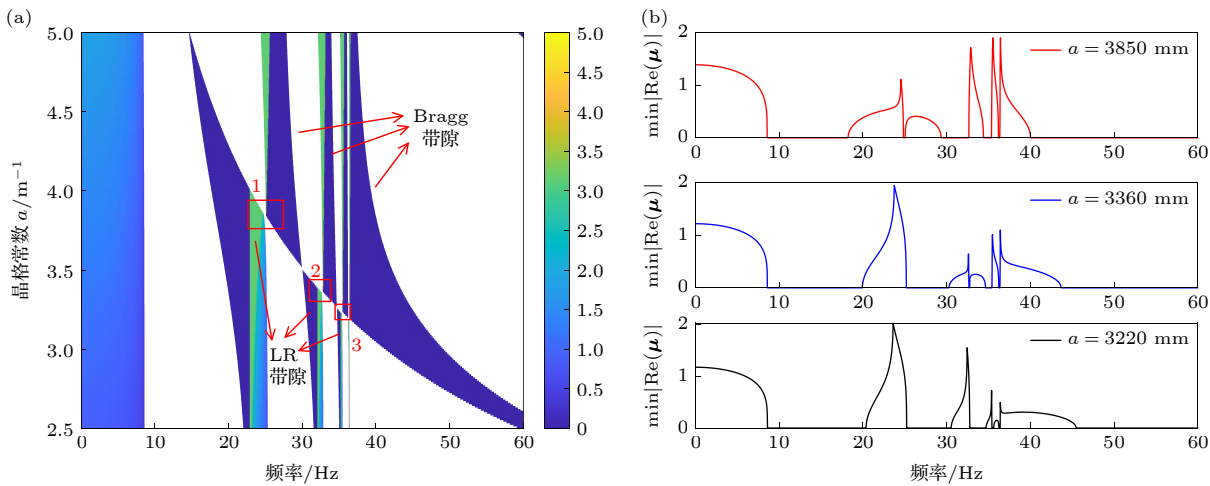


图 9 Bragg 带隙与 LR 带隙的协同调制 (a) 3 阶 LR 带隙与 Bragg 的协同调制; (b) 3 种近似耦合带隙的衰减系数曲线
Fig. 9. Synergistic modulation of Bragg band gaps and LR bandgaps: (a) Collaborative modulation of third-order LR bandgap and Bragg; (b) attenuation coefficient curves of three approximate coupled bandgaps.

表 1 三种耦合方式的带隙宽度和总宽度
Table 1. Bandgap width and total width of the three coupling modes.

晶格常数		a/mm			
		3000	3850	3360	3220
1st	起始频率/Hz	21.4—26.0	18.2—29.4	19.9—25.2	20.3—25.2
	宽度/Hz	4.4	11.2	5.3	4.9
2nd	起始频率/Hz	31.7—33.8	32.6—34.5	30.2—34.7	30.6—32.8
	宽度/Hz	2.1	1.9	4.5	2.2
3rd	起始频率/Hz	35.5—36.1	35.3—36.2	35.4—36.3	34.7—36.3
	宽度/Hz	0.6	0.9	0.9	1.6
4th	起始频率/Hz	36.8—37.0	36.3—40	36.4—43.7	36.4—45.5
	宽度/Hz	0.2	4.7	7.3	9.1
总宽度/Hz		7.3	18.7	18.0	17.8

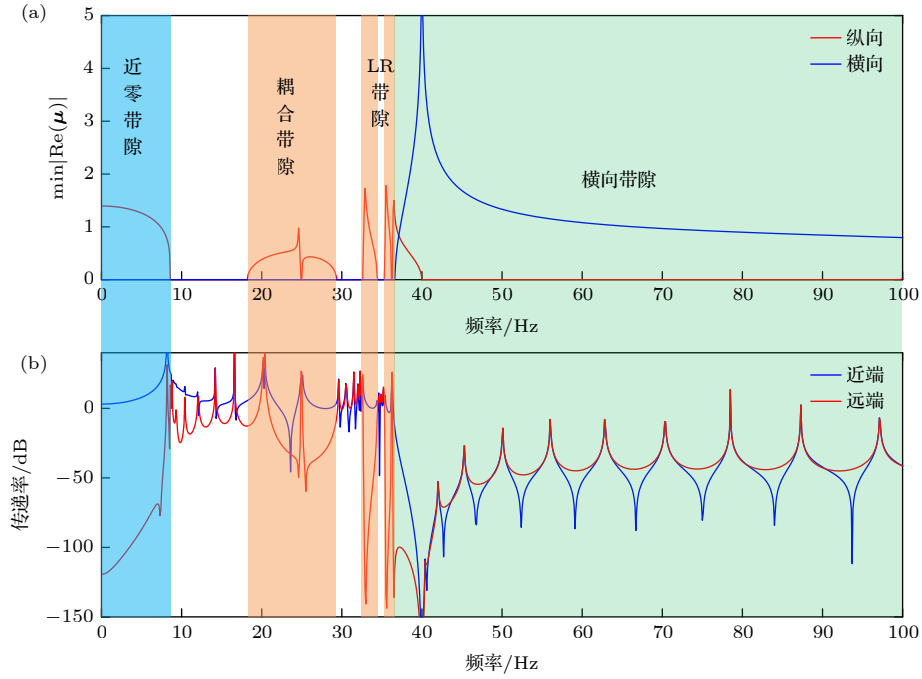


图 10 Bragg 带隙与 1st LR 带隙的协同调制 (a) 纵向和横向的衰减系数; (b) 近端和远端的传递率曲线

Fig. 10. Synergistic modulation of Bragg bandgaps and 1st LR bandgap: (a) Longitudinal and transverse band structures; (b) transmission ratio curves of proximal and distal supports.

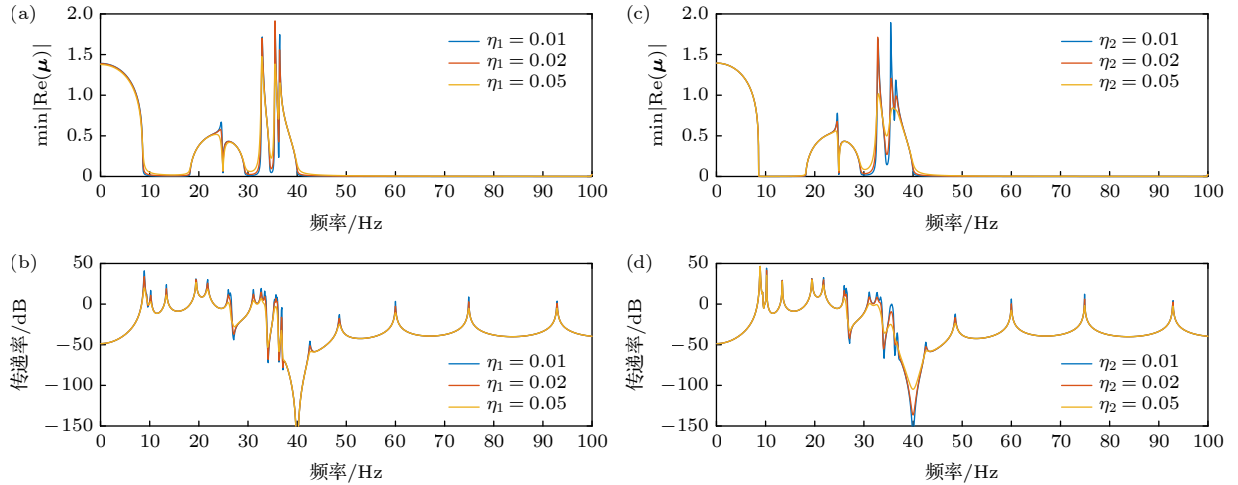


图 11 损耗因子 η_1 和 η_2 对于衰减系数和传递率曲线的影响 (a) 不同损耗因子 η_1 对应的衰减系数; (b) 不同损耗因子 η_1 对应的传递率曲线; (c) 不同损耗因子 η_2 对应的衰减系数; (d) 不同损耗因子 η_2 对应的传递率曲线

Fig. 11. Effects of attenuation factor η_1 and η_2 on attenuation coefficient and transmission ratio curves: (a) Attenuation coefficient corresponding to different η_1 ; (b) transmission ratio curves corresponding to different η_1 ; (c) attenuation coefficient corresponding to different η_2 ; (d) transmission ratio curves corresponding to different η_2 .

一阶模态带隙与 Bragg 带隙耦合参数不变, 分别分析弹性结构的损耗因子 η_1 、局域振子的损耗因子 η_2 对于远端传递率曲线的影响规律。

如图 11(a), (b) 所示, 损耗因子 η_1 可以增强模态局域共振带隙附近的衰减, 有效减小整个系统的低频共振峰值, 而且不会降低横向隔振带隙的作用效果. 25.9 Hz 和 29.4—32.4 Hz 的共振峰被

有效抑制, 在 $\eta_1 = 0.05$ 时, 传递率分别可以降低 16.6 dB 和 19.9 dB. 出现在隔振器局域共振单元内部的损耗因子 η_2 可以更显著地增强纵向模态带隙附近的衰减效果, 但却会降低隔振器产生的隔振谷值. 这表明在一体化设计中, 最佳的阻尼位置为承载通路中, 隔振器内部的局域振子最好保持为无阻尼状态。

4 有限结构的减振特性仿真验证

波阻隔振器的实际效果已经在文献 [23] 中进行了实验验证, 本文在此基础上对超材料梁的吸隔振一体化效果进行仿真验证. 利用 COMSOL 软件建立如图 12 所示的有限元模型, 其中黄色立方体为波阻隔振器的弹性结构, 绿色和红色结构分别代表局域振子中的 k_2 和 m_2 . 在基体梁下方周期安装 5 个波阻隔振器, 分析基体梁远端支撑机构的振动传递特性. 基体梁的参数不变, 取晶格常数 $a = 3850$ mm. 波阻隔振器的局域共振频率 $f_{\text{iso}} = 40$ Hz, 总附加质量比 $\beta = 1$, 质量比 $r = 20$, $f_0 = 11$ Hz. 除了有限元模型, 我们还基于谱元法建立了计算系统响应的解析模型.

在基体梁左端面施加垂直的 0—100 Hz 的扫频激励, 求解远端支撑 ($N_{\text{ho}} = 5$) 的底部支撑反力, 并计算传递率曲线, 结果如图 13(a) 所示. 谱

元法和有限元法计算吻合较好. 在 21—31 Hz 之间, 出现了由 Bragg 和 LR 带隙耦合形成的带隙, 可以有效降低振动传递率, 此外 40 Hz 处出现了宽带衰减谷.

为了更好地说明减振特性的作用机理, 图 13(a) 中标注了 4 个特殊的频率点, 分别用 A—D 表示. 其中 A, B 处在横向带隙外, C, D 处在横向带隙内, 具体来讲 A 位于纵向一阶 Bragg 带隙内, B 位于纵向一阶 LR 带隙内. 对于 A 和 B 点, 虽然横向上没有起到隔振效果, 但是由于纵向的振动衰减, 其综合传递率显著衰减. B 点由于位于 LR 带隙内, 纵向振动衰减更快, 因而传递率更低. 在 C 和 D 点, 由于处于纵向带隙内, 其振动传递率均小于 -40 dB. 因此, 通过带隙的线性叠加, 确实可以实现宽带减振.

进一步分析低频超阻尼增强对于振动传递率的影响, 分别取 η_1 和 η_2 为 0 和 0.05, 有限元计算结果如图 14 所示. 当 $\eta_1 = \eta_2 = 0.05$ 时, 传递率曲线

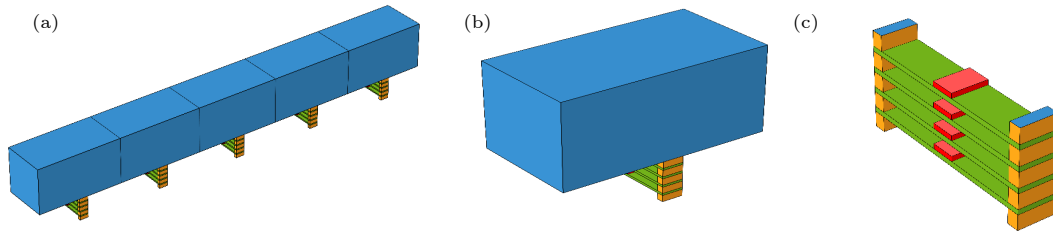


图 12 吸隔振一体超材料梁的示意图 (a) 超材料梁模型; (b) 超材料梁的元胞; (c) 元胞中波阻隔振器

Fig. 12. Schematic diagram of the vibration isolation and absorption integrated metamaterial beam: (a) Metamaterial beam model; (b) metacell of the metamaterial beam; (c) metacell of the wave-insulating vibration isolator.

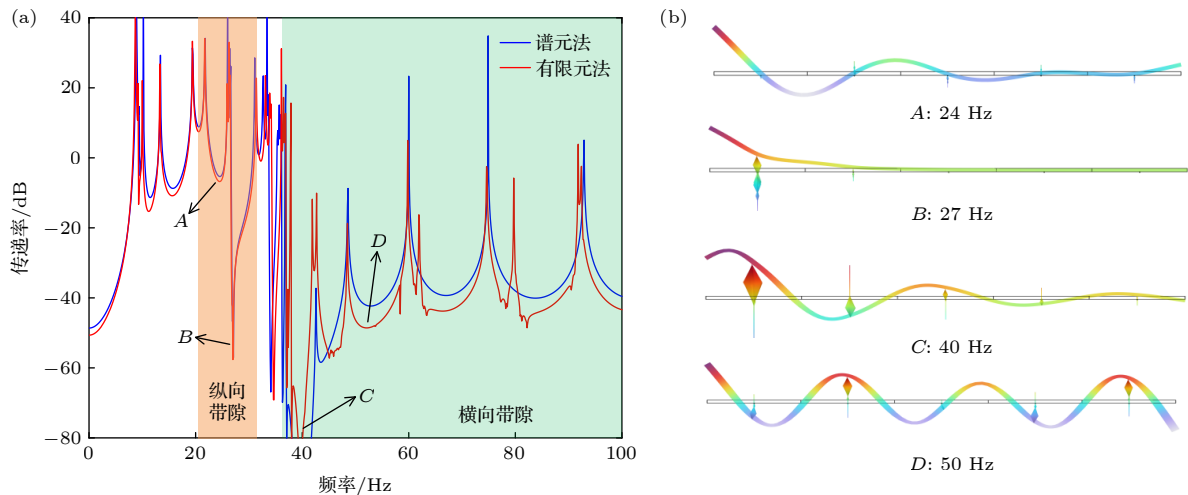


图 13 5 周期的吸隔振一体超材料梁的振动特性 (a) 谱元法和有限元法计算得到的振动传递率对比; (b) 特定频率下的吸隔振一体超材料的振动响应

Fig. 13. Vibration characteristics of the 5-period vibration isolation and absorption integrated metamaterial beam: (a) Comparison of vibration transmission ratios obtained by the spectral element method and the finite element method; (b) vibration response of the integrated vibration isolation and absorption metamaterial at specific frequencies.

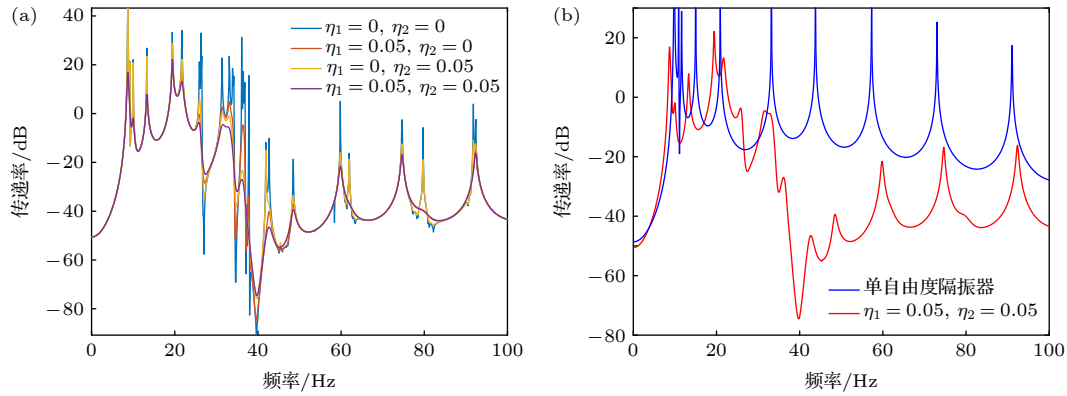


图 14 (a) 不同损耗因子下的传递率曲线; (b) 与传统单自由度隔振器的传递率对比

Fig. 14. (a) Transmission ratio curves under different attenuation factors; (b) comparison with the transmission ratio of a traditional single-degree-of-freedom isolator.

中的多个共振峰均被有效抑制, 在 22—100 Hz 范围内实现了宽带隔振. 与传统单自由度隔振器对比, 在没有降低承载能力和引入新的共振峰的情况下, 在 26.6—100 Hz 范围内达到平均 -25 dB 额外振动衰减, 实现了低频宽带高效减振.

5 结 论

本文针对大量机械结构吸隔振一体化设计需求, 提出了基于超材料波阻隔振器的吸隔振一体化设计方法, 采用同一个结构能在隔振器内部和整个系统两个层面实现低频带隙效果. 以典型的欧拉梁为基体, 建立新型超材料梁模型, 分析横向和纵向振动传递规律, 系统研究了带隙阻波吸隔振一体化设计原理和带隙协同调节规律. 研究表明, 本文提出的方法能在横向上实现宽频隔振的同时, 引入隔振局域共振带隙显著增强低频隔振效果; 在纵向上, 除了普通隔振结构的近零带隙和 Bragg 带隙, 这种设计方法能引入多层隔振器产生的多模态局域共振带隙, 实现低频宽带吸振. 控制纵向振动的模态共振带隙频率恰好低于控制横向振动的局域共振带隙, 消除了低频共振峰, 实现了全频段高效振动控制. 通过分析波阻隔振器的关键参数的影响, 得到纵向与横向带隙的协同调制的一般规律. 通过合理确定参数, 基于纵向带隙耦合, 横向带隙叠加, 可以实现 100 Hz 以内 87.3% 的带隙占比. 在隔振器承载通路中引入阻尼能起到对共振峰的超阻尼增强效果且不会降低隔振效果. 基于现有设计, 我们设计了实体结构, 应用谱元法和有限元法验证了设计方法的有效性. 本文为复杂梁、板、

管路、框架等结构的吸隔振一体化设计提供了可行思路.

参考文献

- [1] Su C W, Liang R, Wang X R, Zhou T, Li H C 2023 *Ship Sci. Technol.* **45** 1 (in Chinese) [苏常伟, 梁冉, 王雪仁, 周涛, 李海超 2023 *舰船科学技术* **45** 1]
- [2] Du D F, He J X, Meng F K 2023 *Tech. Acoust.* **42** 552 (in Chinese) [杜德锋, 何江贤, 孟凡凯 2023 *声学技术* **42** 552]
- [3] Jiang S D, Bi K M, Ma R S, Xu K 2024 *J. Sound Vib.* **586** 118510
- [4] Djedoui N, Ounis A 2022 *Pract. Period. Struct. Des. Constr.* **27** 3
- [5] Nigdeli S M, Bekdas G 2017 *KSCSE J. Civ. Eng.* **912** 21
- [6] Lu Z, Wang Z X, Zhou Y, Lu X L 2018 *J. Sound Vib.* **423** 18
- [7] Xiong H, Kong X R, Liu Y 2015 *J. Vib. Eng.* **28** 785 (in Chinese) [熊怀, 孔宪仁, 刘源 2015 *振动工程学报* **28** 785]
- [8] Rong K J, Yang M, Lu Z, Zhang J W, Tian L, Wu S Y 2024 *J. Build. Eng.* **89** 109253
- [9] Wei C 2024 *J. Braz. Soc. Mech. Sci. Eng.* **46** 120
- [10] Zhou J H, Zhou J X, Pan H B, Wang K, Cai C Q, Wen G L 2024 *Appl. Math. Mech.* **45** 1189
- [11] Liu T, Li A Q, Zhang H Y 2024 *Mech. Syst. Signal Proc.* **206** 110852
- [12] Zhao F, Ji J C, Cao S Q, Ye K, Luo Q T 2024 *Nonlinear Dyn.* **112** 1815
- [13] Yan G, Lu J J, Qi W H, Liu F R, Yan H, Zhao L C, Wu Z Y, Zhang W M 2024 *Nonlinear Dyn.* **112** 5955
- [14] Xing X D, Chen Z B, Feng Z Q 2023 *J. Vib. Eng. Technol.* **11** 1595
- [15] Ma H Y, Wang K, Zhao H F, Zhao C, Xue J, Liang C, Yan B 2023 *J. Sound Vib.* **565** 117905
- [16] Wang Q, Chen Z X, Wang Y H, Gong N, Yang J, Li W H, Sun S S 2024 *Mech. Syst. Signal Proc.* **208** 111029
- [17] Kushwaha M S, Halevi P, Dobrzynski L, Djafari-Rouhani B 1993 *Phys. Rev. Lett.* **71** 2022
- [18] Montero De Espinosa F R, Jiménez E, Torres M 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 1208
- [19] Hu G B, Austin A C M, Sorokin V, Tang L H 2021 *Mech. Syst. Signal Proc.* **146** 106982
- [20] Liu Z Y, Zhang X X, Mao Y M, Zhu Y Y, Yang Z Y, Chan C

- T, Sheng P 2000 *Science* **289** 1734
- [21] Yin J F, Cai L, Fang X, Xiao Y, Yang H B, Zhang H J, Zhong J, Zhao H G, Yu D L, Wen J H 2022 *Adv. Mech.* **52** 508 (in Chinese) [尹剑飞, 蔡力, 方鑫, 肖勇, 杨海滨, 张弘佳, 钟杰, 赵宏刚, 郁殿龙, 温激鸿 2022 *力学进展* **52** 508]
- [22] Redondo J, Godinho L, Staliunas K, Sánchez-Pérez J V 2023 *Appl. Acoust.* **211** 109555
- [23] Wei W, Guan F, Fang X 2024 *Appl. Math. Mech.* **45** 1171
- [24] Sheng P, Fang X, Wen J H, Yu D L 2021 *J. Sound Vib.* **492** 115739
- [25] Du C Y, Yu D L, Liu J W, Wen J H 2017 *Acta Phys. Sin.* **66** 140701 (in Chinese) [杜春阳, 郁殿龙, 刘江伟, 温激鸿 2017 *物理学报* **66** 140701]
- [26] Cai C Q, Zhou J X, Wang K, Pan H B, Tan D G, Xu D L, Wen G L 2022 *Mech. Syst. Signal Proc.* **174** 109119
- [27] Wang G, Wan S K, Hong J, Liu S, Li X H 2023 *Mech. Syst. Signal Proc.* **188** 110036
- [28] Fan X L, Li J Q, Zhang X Y, Li F M 2022 *Int. J. Mech. Sci.* **236** 107742
- [29] Yao D H, Xiong M K, Luo J Y, Yao L Y 2022 *Mech. Syst. Signal Proc.* **168** 108721
- [30] Liu Y, Cheng L, Du J T 2022 *J. Acoust. Soc. Am.* **152** 3471
- [31] Wang S, Wang M Q, Guo Z W 2021 *Phys. Lett. A* **417** 127671
- [32] Zhou W, Li Y, Yan G, Zhou J 2024 *Eur. J. Mech. Solid.* **103** 105143
- [33] Zhuang D, Dimitrios C, Jian Y 2021 *Appl. Acoust.* **178** 108013
- [34] Wu J, Bai X C, Xiao Y, Geng M X, Yu D L, Wen J H 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 064602 (in Chinese) [吴健, 白晓春, 肖勇, 耿明昕, 郁殿龙, 温激鸿 2016 *物理学报* **65** 064602]
- [35] Zhang X H, Zhao C Y, Zheng J Y, Niu Y W, Wei N C 2023 *Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering* **42** 338 (in Chinese) [张鑫浩, 赵才友, 郑钧元, 牛亚文, 未娜超 2023 *机械科学与技术* **42** 338]
- [36] Xiao Y 2012 *Ph. D. Dissertation* (Changsha: National University of Defense Technology) (in Chinese) [肖勇 2012 博士学位论文 (长沙: 国防科学技术大学)]
- [37] Gao Y Q, Wang L F, Sun W, Wu K, Hu H Y 2022 *Acta Mech.* **233** 477
- [38] Wen J H, Cai L, Yu D L, Xiao Y, Zhao H G, Yin J F, Yang H B 2018 *Basic Theory and Application of Acoustic Metamaterials* (Beijing: Science Press) p313 (in Chinese) [温激鸿, 蔡力, 郁殿龙, 肖勇, 赵宏刚, 尹剑飞, 杨海滨 2018 *声学超材料基础理论与应用* (北京: 科学出版社) 第 313 页]
- [39] Xiao L, Bursi O S, Li H, Wang M, Du X L 2023 *Int. J. Mech. Sci.* **237** 107770
- [40] Mu D, Wang K, Shu H S, Lu J H 2022 *Int. J. Mech. Sci.* **236** 107761
- [41] Yu D L 2006 *Ph. D. Dissertation* (Changsha: National University of Defense Technology) (in Chinese) [郁殿龙 2006 博士学位论文 (长沙: 国防科学技术大学)]
- [42] Xiao Y, Wang S, Li Y, Wen J H 2021 *Mech. Syst. Signal Proc.* **159** 107777

Integrated vibration absorption and isolation design method for metamaterial beams based on bandgap wave-insulating vibration isolation^{*}

Wei Wei¹⁾ Guan Feng²⁾ Fang Xin^{1)†}

1) (*College of Intelligent Science, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China*)

2) (*Naval Research Academy, Beijing 100161, China*)

(Received 14 August 2024; revised manuscript received 24 September 2024)

Abstract

Advanced vibration control technology is widely needed in the fields of aerospace and shipbuilding. Currently, separate vibration absorption and isolation design of most systems are separated, and existing isolation designs cannot effectively enhance the isolation of low-frequency line spectra. There is an urgent need to develop integrated vibration absorption and isolation designs and strengthen low-frequency line spectrum control. In response to this need, this paper focuses on a typical Euler beam and the investigation of the propagation characteristics of vibrations in transverse direction and longitudinal direction, the principles of integrated vibration absorption and isolation design, and the synergistic regulation of bandgaps, based on acoustic metamaterial bandgap wave-insulating vibration control configurations and analytical methods. Ultimately, without adding additional structures, the wave-insulating vibration control device is used to generate multiple modes of vibration absorption and isolation simultaneously, achieving an integrated low-frequency, broadband, and high-efficiency vibration absorption and isolation design. This method achieves broadband vibration isolation in the transverse vibration isolation path while also introducing local resonance bandgaps that significantly improve low-frequency vibration isolation. In the longitudinal (forward propagation) path, in addition to near-zero and Bragg bandgaps, multilayer isolators generate multimodal local resonant bandgaps, achieving low-frequency broadband vibration absorption and effective control in the entire frequency range. This paper elucidates the synergistic modulation of longitudinal and transverse bandgaps, showing that by superimposing these bandgaps, an impressive bandgap ratio of 87.3% below 100 Hz across the entire frequency range can be achieved. Furthermore, an entity structure is designed, and the accuracy of the analytical results is verified by using the finite element method. The findings provide feasible design ideas for realizing the integrated vibration absorption and isolation of complex structures such as beams, plates, pipelines, and frames.

Keywords: metamaterial, bandgap, vibration absorption, vibration isolation

PACS: 46.40.-f, 62.30.+d, 63.20.-e

DOI: [10.7498/aps.73.20241135](https://doi.org/10.7498/aps.73.20241135)

CSTR: [32037.14.aps.73.20241135](https://cstr.cn/32037.14.aps.73.20241135)

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 52241103, 52322505) and the Natural Science Foundation of Hunan Province, China (Grant No. 2023JJ10055).

[†] Corresponding author. E-mail: xinfangdr@sina.com

基于带隙阻波隔振的超材料梁吸隔振一体化设计方法

魏巍 管峰 方鑫

Integrated vibration absorption and isolation design method for metamaterial beams based on bandgap wave-insulating vibration isolation

Wei Wei Guan Feng Fang Xin

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 73, 224602 (2024) DOI: 10.7498/aps.73.20241135

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.73.20241135>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

超材料梁的双阶耦合带隙调控设计与宽带减振特性

Double-order coupling bandgap design of metamaterial beams and broadband vibration reduction properties

物理学报. 2024, 73(15): 154601 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20240689>

双稳态结构中的1/2次谐波共振及其对隔振特性的影响

1/2 sub-harmonic resonance in bistable structure and its effect on vibration isolation characteristics

物理学报. 2020, 69(6): 064301 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191082>

一种准零刚度声学超材料板的低频宽频带隔声行为

Broadband low-frequency sound insulation performance of quasi-zero stiffness local resonant acoustic metamaterial plate

物理学报. 2021, 70(24): 244302 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20211203>

面向激光跟踪仪宽频隔振器的理论分析及试验评价

Theoretical analysis and experimental evaluation of vibration isolation system with broadband characteristic for laser tracker

物理学报. 2022, 71(16): 160701 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220307>

吸收波长和吸收效率可控的超材料吸收器

Metamaterial absorber with controllable absorption wavelength and absorption efficiency

物理学报. 2021, 70(2): 027804 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201173>

侧向局域共振超构板声振特性

Vibro-acoustic performance of acoustic metamaterial plate with periodic lateral local resonator

物理学报. 2021, 70(21): 214301 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210595>