

## 双液体系统中的可调控 Casimir 平衡点\*

周帅<sup>1)2)</sup> 柳开鹏<sup>1)</sup> 戴士为<sup>3)</sup> 葛力新<sup>1)†</sup>

1) (信阳师范大学物理电子工程学院, 信阳 464000)

2) (郑州科技学院基础部, 郑州 450064)

3) (成都理工大学数理学院, 成都 610059)

(2024 年 8 月 12 日收到; 2024 年 11 月 4 日收到修改稿)

稳定的 Casimir 平衡点来源于 Casimir 能函数曲线在空间构成陷阱处的最小值. 本文提出了一种基于双液体的可调控 Casimir 平衡点. 在金属衬底上, 由于有机溶液和水之间的不相溶性, 形成分层液体体系. 密度低的溶液在上层, 而密度高的溶液在底层. 研究发现, 沉浸在甲苯或苯溶液中的金属悬浮薄片存在稳定的 Casimir 平衡点. 此外, 倒置的溴苯@水系统中也存在 Casimir 平衡点. 这些 Casimir 平衡点距离液体分层界面的高度可通过水层的厚度实现灵活调控. 最后, 还分析讨论了系统温度和水的离子浓度对 Casimir 平衡点的影响. 本文开辟了一种调控 Casimir 平衡点的新途径, 并对微纳尺度颗粒的“量子囚禁”具有重要意义.

**关键词:** Casimir 平衡点, 分层现象, 悬浮, 量子囚禁

**PACS:** 42.50.Lc, 07.10.Cm, 78.20.Ci, 47.57.E-

**DOI:** 10.7498/aps.74.20241126

**CSTR:** 32037.14.aps.74.20241126

## 1 引言

在量子场论中, 真空并非什么都没有, 而是存在不停的量子涨落 (又被称为真空零点能涨落). 1948 年, 荷兰物理学家 Hendrik Casimir<sup>[1]</sup> 提出了一种思想假设, 即真空中两块靠得很近的金属平板存在特定的、有限的电磁模式, 而金属平板外面存在无限的模式, 这种差异导致两金属平板存在相互吸引力<sup>[2]</sup>. 截至目前, 真空中 Casimir 效应产生的吸引力已被诸多精密实验所证实<sup>[3-6]</sup>. 此外, 特殊系统中 Casimir 斥力的研究也被相应报道<sup>[7]</sup>, 包括超构材料系统<sup>[8,9]</sup>、拓扑绝缘体系统<sup>[10-12]</sup> 以及复合溶液系统<sup>[13-15]</sup> 等. Casimir 效应引起的相互作用力 (如吸引、排斥、扭转、牵引等) 可作为驱动和操控

微纳物体的有效手段<sup>[16-22]</sup>.

近年来, 构建稳定的 Casimir 平衡点受到学术界的广泛关注<sup>[23-28]</sup>. 当两物体靠近时, Casimir 效应表现为排斥力; 而当两物体距离较远时, Casimir 效应表现为吸引力. 因此在特定距离下, 存在 Casimir 力为零的特殊点, 也被称为稳定的 Casimir 平衡点. 2019 年, Zhao 等<sup>[29]</sup> 实验上观察到了一种基于 Teflon 涂层的稳定 Casimir 平衡点, 纳米级别厚度的金属薄片可稳定悬浮在溶液中. 随后, 人们对 Casimir 平衡点调控的研究也被不断报道<sup>[30-38]</sup>. 例如, 我们之前的研究工作发现利用相变材料二氧化钒, Casimir 平衡点可通过温度进行调控<sup>[30]</sup>. 在电偏压的氧化铟锡<sup>[31]</sup> 或石墨烯系统中<sup>[32]</sup>, Casimir 平衡点也可实现大范围的动态调控. 利用水溶液中离子浓度的改变, Casimir 平衡点的调控也被报

\* 国家自然科学基金 (批准号: 11804288)、河南省自然科学基金 (批准号: 232300420120) 和河南省高等学校重点科研项目 (批准号: 20231205164502999) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: [lixing@hotmail.com](mailto:lixing@hotmail.com)

道<sup>[33]</sup>. Casimir 平衡点的调控在光学谐振腔<sup>[34,35]</sup>、自组装<sup>[36-38]</sup>等领域中具有应用前景.

本文提出了一种基于双液体的可调控 Casimir 平衡点的设计. 我们以有机溶液 (甲苯、苯或溴苯) 和水组成的溶液系统为例子. 由于水与这些有机溶液不相溶的特性, 存在分层的现象. 密度低的在上层, 而密度高的在底层. 研究发现, 甲苯@水, 或者苯@水组成的双液体环境中, 金纳米薄片存在稳定的 Casimir 平衡点. 此外, 倒置的溴苯@水系统中也存在 Casimir 平衡点. 这些稳定的 Casimir 平衡点的高度可通过水层的厚度改变实现调控. 最后, 我们研究了系统温度和水中离子浓度对稳定 Casimir 平衡点的影响. 我们发现, 水的离子浓度能较大地调控平衡点的高度范围.

## 2 理论模型

图 1(a) 展示了我们研究的两不相溶液体结构示意图. 悬浮在溶液 1 中的金纳米薄片厚度为  $L_0$ , 距离液体分层界面为  $d$ . 溶液 2 紧挨金属衬底且具有厚度  $L$ . 双液体由水和有机溶液 (甲苯、苯或溴苯) 组成. 甲苯 ( $C_7H_8$ ) 和苯 ( $C_6H_6$ ) 是非极性有机溶液, 密度均小于水. 因此, 双液体的上层溶液 1 是甲苯或苯, 下层的溶液 2 则对应于水. 与此相反, 溴苯 ( $C_6H_5Br$ ) 溶液的密度大于水. 在溴苯和水构成的双溶液环境中, 上层溶液 1 为水, 而下层溶液 2 为溴苯. 在计算 Casimir 压强过程中, 采用 Lifshitz<sup>[39]</sup> 的理论框架. 该理论不仅适用于真空环境, 在液体

环境中也有效<sup>[25,40-43]</sup>. 假定金纳米薄片的水平面尺寸 (例如  $10\ \mu\text{m}$  级别<sup>[29]</sup>) 远大于距离  $d$ , 其受到的 Casimir 压强表达式为<sup>[33]</sup>

$$P_c(d) = -\frac{k_B T}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{\infty} k_{//} \mathbf{K}_n d\mathbf{k}_{//} \times \sum_{\alpha=s,p} \frac{r_t^\alpha r_b^\alpha e^{-2\mathbf{K}_n d}}{1 - r_t^\alpha r_b^\alpha e^{-2\mathbf{K}_n d}}, \quad (1)$$

其中  $k_B$  是玻尔兹曼常数;  $T$  是系统温度; 求和中符号 ' 表示  $n=0$  项具有前因子  $1/2$ ;  $\mathbf{k}_{//}$  是平行波矢量;  $\mathbf{K}_n = \sqrt{\mathbf{k}_{//}^2 + \varepsilon_{\text{liq}}(i\xi_n)\xi_n^2/c^2}$  是垂直波矢量,  $c$  是真空中光速,  $\varepsilon_{\text{liq}}(i\xi_n)$  是用虚频  $\omega = i\xi_n$  表示的液体 (即溶液 1) 的介电常数,  $\xi_n = 2\pi k_B T n/\hbar$  ( $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ ) 为离散的 Matsubara 频率,  $\hbar$  是约化普朗克常数.  $r_t^\alpha$  和  $r_b^\alpha$  分别表示上层和下层层状结构的反射系数, 上标  $\alpha = s$  和  $p$  分别对应横电波 (TE) 和横磁波 (TM) 极化. 反射系数下标  $t, b$  对应图 1(a) 的结构分别为悬浮金薄膜, 以及溶液 2 涂层@金衬底. 这些结构的反射系数可通过传输矩阵方法 (transfer matrix method) 数值计算<sup>[30]</sup>, 也可通过下列解析形式给出<sup>[30]</sup>:

$$r^\alpha = \frac{r_{12}^\alpha + r_{23}^\alpha e^{-2k_{2z}l}}{1 + r_{12}^\alpha r_{23}^\alpha e^{-2k_{2z}l}}, \quad (2)$$

其中  $l$  是薄膜的厚度; 垂直波矢表示为  $\mathbf{k}_{jz} = \sqrt{\mathbf{k}_{//}^2 + \varepsilon_j(i\xi)\xi^2/c^2}$ ,  $j = 2$ ;  $\varepsilon_j(i\xi)$  是薄膜的介电常数; 反射系数  $r_{mn}^\alpha$  下标表示光从介质  $m$  入射到  $n$ , 表达式为

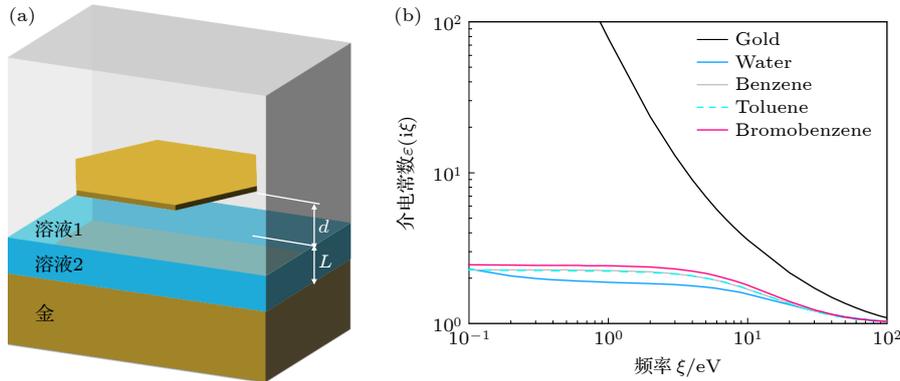


图 1 (a) 两不相溶液体中的 Casimir 悬浮示意图. 金纳米薄片距离液体分层界面为  $d$ . 溶液 1 的密度小于溶液 2 的密度; 而溶液 2 作为隔离层, 紧邻金属衬底且具有可控厚度  $L$ . (b) 金、水、溴苯、苯和甲苯的介电常数随虚频率变化曲线

Fig. 1. (a) Schematic diagram of Casimir suspension in two immiscible liquids. The distance between the gold nanoplate and the stratified liquid interface is  $d$ . The density of solution 1 is less than that of solution 2, while solution 2 acts as an isolation layer, close to the metal substrate and has a controllable thickness  $L$ . (b) Dielectric constants of gold, water, bromobenzene, benzene, and toluene change with the imaginary frequency.

$$r_{12}^p = \frac{\varepsilon_2(i\xi_n)k_{1z}(i\xi_n, \mathbf{k}_{//}) - \varepsilon_1(i\xi_n)k_{2z}(i\xi_n, \mathbf{k}_{//})}{\varepsilon_2(i\xi_n)k_{1z}(i\xi_n, \mathbf{k}_{//}) + \varepsilon_1(i\xi_n)k_{2z}(i\xi_n, \mathbf{k}_{//})},$$

$$r_{12}^s = \frac{k_{1z}(i\xi_n, \mathbf{k}_{//}) - k_{2z}(i\xi_n, \mathbf{k}_{//})}{k_{1z}(i\xi_n, \mathbf{k}_{//}) + k_{2z}(i\xi_n, \mathbf{k}_{//})}, \quad (3)$$

$$r_{23}^p = \frac{\varepsilon_3(i\xi_n)k_{2z}(i\xi_n, \mathbf{k}_{//}) - \varepsilon_2(i\xi_n)k_{3z}(i\xi_n, \mathbf{k}_{//})}{\varepsilon_3(i\xi_n)k_{2z}(i\xi_n, \mathbf{k}_{//}) + \varepsilon_2(i\xi_n)k_{3z}(i\xi_n, \mathbf{k}_{//})},$$

$$r_{23}^s = \frac{k_{2z}(i\xi_n, \mathbf{k}_{//}) - k_{3z}(i\xi_n, \mathbf{k}_{//})}{k_{2z}(i\xi_n, \mathbf{k}_{//}) + k_{3z}(i\xi_n, \mathbf{k}_{//})}. \quad (4)$$

当考虑水具有离子浓度时(如添加少量的 NaCl), (1) 式中的  $n = 0$  项需要适当修正<sup>[33]</sup>. 零频率下水溶液中的垂直波矢量变为:  $k_z = \sqrt{\mathbf{k}_{//}^2 + \kappa^2}$ , 其中  $\kappa = 1/\lambda_D$ ,  $\lambda_D$  为水中离子的德拜屏蔽长度(Debye screening length), 德拜屏蔽长度是描述电解质溶液中静电屏蔽效应的一个重要参数, 其表达式为<sup>[33]</sup>

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0 k_B T}{e^2 \sum_v n_v v^2}}, \quad (5)$$

式中,  $\varepsilon$  是溶液的静态相对介电常数,  $\varepsilon_0$  是真空的介电常数,  $e$  是电子电荷,  $n_v$  是溶液中  $v$  价离子的

数密度. 通常  $\lambda_D$  的长度与距离  $d$  可比拟时,  $n = 0$  项的 Casimir 压强会受到明显的削弱, 但其他高阶项  $n > 0$  不受到影响<sup>[33]</sup>. 有机溶液溴苯、苯和甲苯是非极性溶剂, 不能有效地溶解极性离子, 它们的盐离子浓度在计算中为零.

### 3 结果和讨论

在计算反射系数过程中, 需要材料的介电常数. 我们展示金<sup>[44]</sup>、有机溶液(苯、甲苯和溴苯)<sup>[40]</sup>和水<sup>[45]</sup>的介电常数随虚频的变化如图 1(b) 所示. 结果显示, 宽频范围下金的介电常数最大, 有机溶液(溴苯、苯和甲苯)的介电常数大于水. 有机溶液中, 溴苯有更大的介电常数, 苯和甲苯的介电常数非常接近. 根据这些介电常数大小的比较, 可有助于判断 Casimir 压强的吸引和排斥特性.

#### 3.1 液体隔离层 $L = 0$ 或者 $L = \infty$ 时的 Casimir 压强

图 2(a) 展示了苯@水的双液体环境中 Casimir 力的计算结果, 隔离层的厚度取极限值. 当水的厚

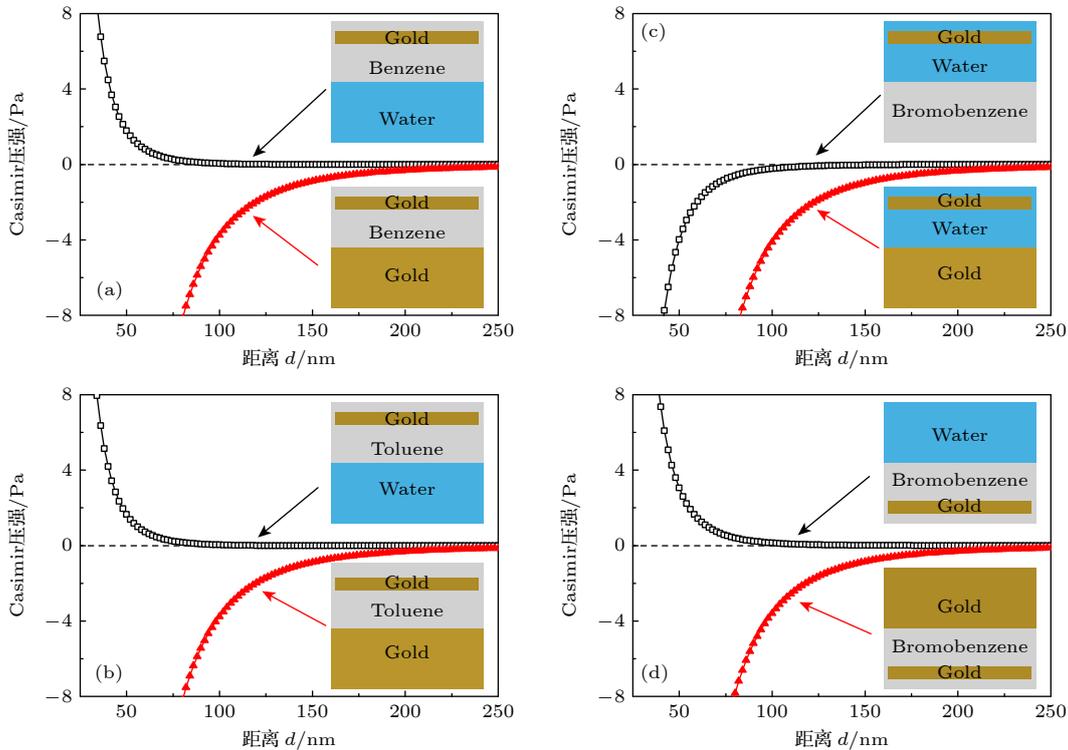


图 2 悬浮金纳米薄片受到的 Casimir 压强 (a) 苯@水; (b) 甲苯@水; (c) 溴苯@水; (d) 倒置的溴苯@水. 压力的正号表示排斥力, 负号表示吸引力. 金纳米薄片的厚度  $L_0 = 40$  nm, 系统温度  $T = 300$  K

Fig. 2. Casimir pressure acts on suspended metal nanoplates: (a) Benzene@water; (b) toluene@water; (c) bromobenzene@water; (d) inverted bromobenzene@water. The positive sign of the pressure indicates repulsion, while the negative sign indicates attraction. Thickness of gold nanoplate  $L_0 = 40$  nm, and the temperature of system  $T = 300$  K.

度  $L = \infty$  时, 悬浮在苯溶液中的金纳米片受到长程的 Casimir 排斥力. 这是由于层状系统的介电常数在宽频范围内满足排斥力的条件<sup>[42]</sup>:  $\epsilon_{\text{金}}(i\xi) > \epsilon_{\text{甲苯}}(i\xi) > \epsilon_{\text{水}}(i\xi)$ , 金对应的是悬浮金纳米薄片. 当水的厚度  $L = 0$  时, 金属纳米片的 Casimir 力表现为长程的吸引力. 这是由于两边金属的介电常数都大于甲苯的介电常数. 由于甲苯和苯的介电常数非常接近, 甲苯@水的双液体系统几乎与苯@水的 Casimir 压强曲线一致, 如图 2(b) 所示.

在溴苯@水组成的双溶液系统中, 由于溴苯的密度大于水, 溴苯为隔离层在水层之下. 当溴苯的厚度  $L = 0$  或  $\infty$  时, 计算的 Casimir 压强为长程吸引力, 如图 2(c) 所示. 这是由于宽频范围内, 溴苯和金的介电常数都大于水, 无法满足产生 Casimir 排斥力的条件. 如果将图 2(c) 所示的结构倒置, 由于重力的作用, 水作为隔离层, 如图 2(d) 所示. 当水的厚度取无限大时, 悬浮在溴苯中的金纳米片与液体界面之间的 Casimir 压强表现为排斥力. 当水厚度  $L = 0$  时, 金属纳米薄片与金属衬底之间的 Casimir 力表现为吸引力.

### 3.2 液体隔离层在有限厚度下的可调控 Casimir 平衡点

低折射率涂层薄膜覆盖金属衬底是构建 Casimir 平衡点的一种有效结构<sup>[29]</sup>. 受此启发, 我们设计水作为低折射率的涂层薄膜, 结构如图 3(a) 所示. 对于苯@水组成的双液体系统, 水作为隔离层, 金纳米薄片悬浮在苯液体中. 当金纳米薄片靠近液体分层界面时 (例如距离  $d$  减小到 30 nm), 受到 Casimir 排斥力. 这是由于金纳米薄片/甲苯/水之间的相互作用占主导, 金属纳米薄片受到 Casimir 斥力. 但当金纳米薄片远离分层界面时 (例如距离  $d$  增大到 100 nm), 金纳米薄片受到 Casimir 吸引力. 在特定距离下, 存在稳定的 Casimir 平衡点, 且该平衡点的特性与水的厚度密切相关. 当水的厚度为  $L = 200$  nm 时, 平衡点的位置  $d$  大约为 100 nm, 且最大的吸引回复力较弱. 随着厚度  $L$  减小为 100 nm (或者更薄的 50 nm), 平衡点位置  $d$  降低, 且最大的吸引回复力增大为 0.5 Pa (或者 2 Pa). 因此, 利用水厚度的变化, 可实现对稳定 Casimir 平衡点的人工调控.

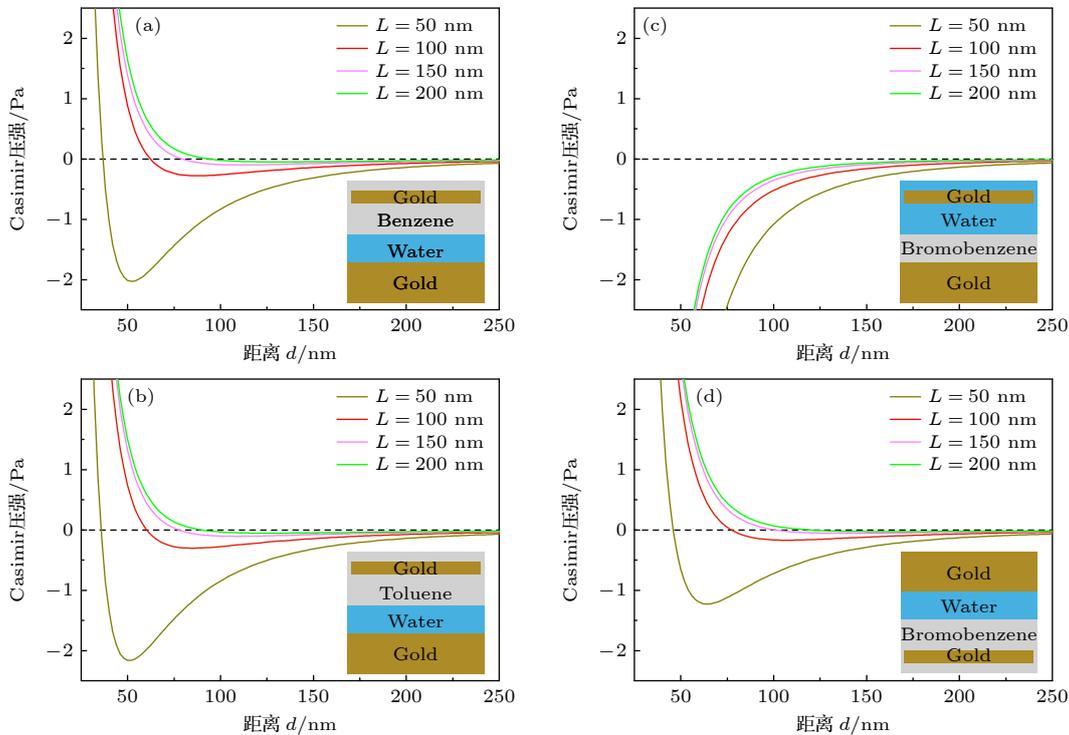


图 3 液体隔离层在有限厚度下, 双液体系统中金纳米薄片受到的 Casimir 压强 (a) 苯@水; (b) 甲苯@水; (c) 溴苯@水; (d) 倒置的溴苯@水

Fig. 3. Casimir pressure acts on gold nanoplates in dual-liquid systems, where the layer thickness of liquid isolation is finite: (a) Benzene@water; (b) toluene@water; (c) bromobenzene@water; (d) inverted bromobenzene@water.

由于甲苯与苯具有相同的特性, 它们的折射率几乎一致, 且密度都小于水. 因此, 在甲苯@水构成的双液体环境中, Casimir 压强曲线与苯@水系统的情况类似, 如图 3(b) 所示. 在溴苯@水组成的双溶液系统中, 溴苯作为隔离层且厚度有限. 金纳米薄片悬浮在水中, 且受到的 Casimir 压强如图 3(c) 所示. 计算表明 Casimir 压强始终是吸引, 无法实现稳定的 Casimir 平衡点. 当把该结构倒置时, 由于重力的作用, 液体分层情况如图 3(d) 所示. 此时, 液体隔离层为水溶液, 存在稳定的 Casimir 平衡点. 通过 Casimir 通过调控水溶液的厚度  $L$ , Casimir 平衡点受到相应的调控, 与图 3(a), (b) 具有类似的特征.

### 3.3 温度对 Casimir 平衡点的影响

本文在计算 Casimir 压强时, 水和有机溶液需维持液体状态. 在标准大气压下, 苯的液体状态温度范围是 279—351 K, 甲苯的液体状态温度范围是 178—384 K, 溴苯的温度范围是 242—429 K, 而水的液体状态温度范围是 273—373 K. 我们假定金的介电常数在这些范围下保持不变, 有机液体

在温度变化下的折射率改变约为  $10^{-4} / \text{K}$ , 因此其介电常数受温度的影响也可忽略不计<sup>[31]</sup>. 图 4 展示了双液体环境下, Casimir 压强在不同温度下的变化曲线, 其中液体隔离层  $L = 100 \text{ nm}$ . 在图 4(a)—(c) 双液体系统中, 温度增大时, Casimir 平衡点对应的距离变小, 移动量为 0.05—0.08 nm/K. 因此, 在本文考虑的参数范围下, 系统的 Casimir 平衡点具有良好的热稳定性.

### 3.4 水的离子浓度对 Casimir 平衡点的影响

水是一种极性分子, 通过添加一定的盐 (例如 NaCl), 水中离子浓度可被相应的调制. 由于离子电荷涨落, Casimir 效应中的  $n = 0$  项会被部分屏蔽或者完全消除<sup>[33]</sup>. 对于纯水, 没有加入任何的盐, 水中的 OH 和 H<sup>+</sup> 离子可形成的德拜屏蔽长度  $\lambda_D = 1000 \text{ nm}$ <sup>[46]</sup>. 室温下, 当离子浓度从  $10^{-7} \text{ mol/L}$  增大到  $10^{-3} \text{ mol/L}$  时, 德拜屏蔽长度从 1000 nm 降低到 10 nm. 双溶液系统下, 水中离子浓度可对 Casimir 力进行调制. 图 5(a) 为苯@水构成的双液体系统. 计算结果显示,  $\lambda_D = 1000 \text{ nm}$  和  $\lambda_D = \infty$  (不考虑离子浓度) 的 Casimir 压强曲线完全重叠,

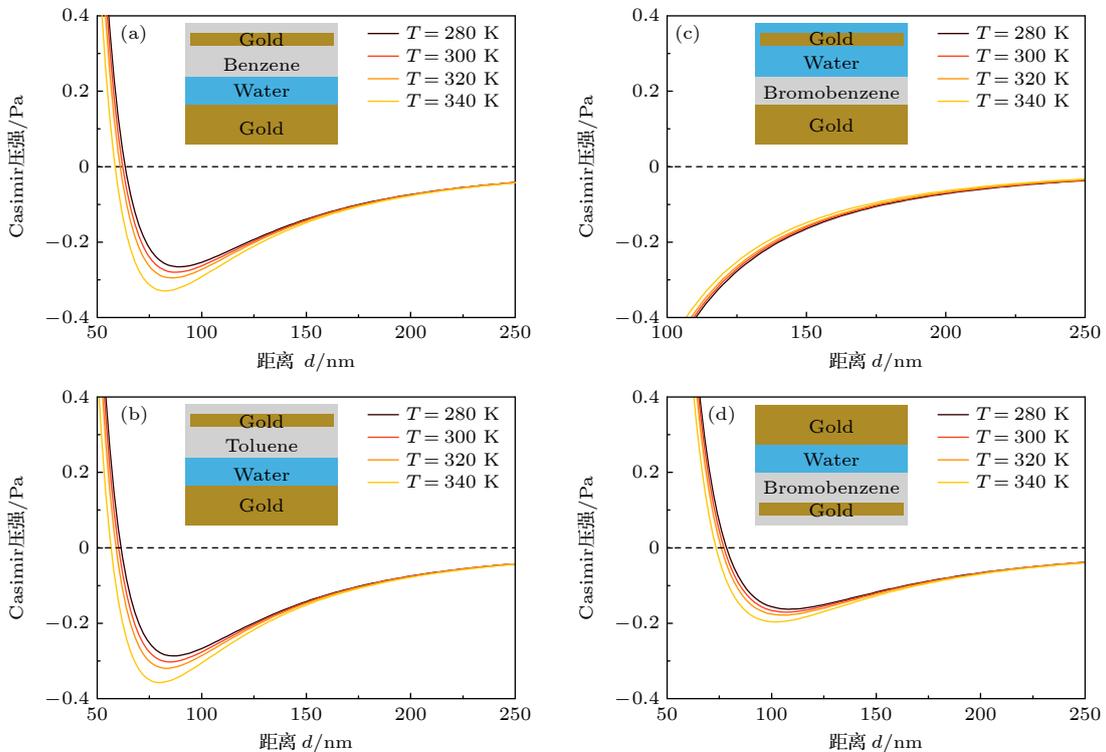


图 4 不同温度下的 Casimir 压强 (a) 苯@水; (b) 甲苯@水; (c) 溴苯@水; (d) 倒置的溴苯@水. 液体隔离层  $L$  的厚度设定为 100 nm  
 Fig. 4. Casimir pressure at different temperatures: (a) Benzene@water; (b) toluene@water; (c) bromobenzene@water; (d) inverted bromobenzene@water. Thickness of the liquid isolation layer  $L$  is set to 100 nm.

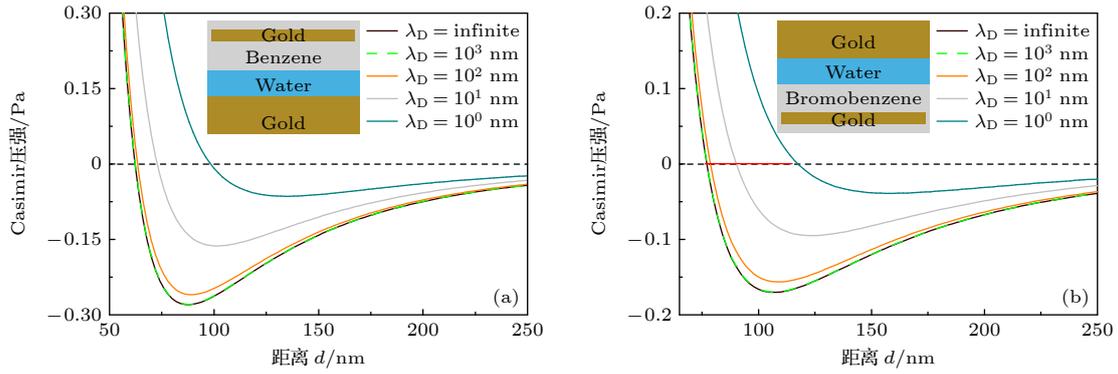


图 5 不同德拜屏蔽长度下, Casimir 压强随距离  $d$  的变化曲线 (a) 苯@水; (b) 倒置的溴苯@水. 液体隔离层  $L$  的厚度设定为 100 nm, 系统温度  $T = 300$  K

Fig. 5. Casimir pressure changes with separation  $d$  under different Debye screening lengths: (a) Benzene@water; (b) inverted bromobenzene@water. Thickness of the liquid isolation layer  $L$  is set to 100 nm, and the system temperature  $T = 300$  K.

说明此时离子电荷涨落对 Casimir 压强的影响可忽略. 但当  $\lambda_D$  从  $10^3$  nm 减少到  $10^0$  nm 过程中, Casimir 压强受到调制变得明显, 平衡点的距离  $d$  逐渐约增大了 35 nm. 虽然没有展示, 我们可知甲苯@水的双液体系统也有与图 5(a) 几乎完全一致的曲线特性. 倒置的溴苯@水系统的 Casimir 压强与  $\lambda_D$  的关系如图 5(b) 所示. 当  $\lambda_D$  从  $10^3$  nm 减少到  $10^0$  nm 过程中, 稳定 Casimir 平衡点移动了大约 40 nm. 这些平衡点的移动有望通过光学 F-P 谐振腔的光谱进行探测<sup>[33]</sup>.

## 4 结 论

本文提出了一种基于双液体的可调控 Casimir 平衡点的设计. 利用有机溶液 (甲苯、苯或者溴苯) 和水不相溶的特性, 结合金属衬底, 构成分层的双液体系统. 研究发现, 沉浸在甲苯或者苯溶液中的金属悬浮薄片具有稳定的 Casimir 平衡点, 由于甲苯和苯的介电常数十分接近, 这两种溶液中的金属薄片的 Casimir 平衡点相差只有约 2 nm, 这对于 Casimir 平衡点的精细调控有一定的参考意义. 倒置的溴苯@水系统中的金属纳米薄片也具有 Casimir 平衡点. 这些 Casimir 平衡点距离液体分层界面的高度可通过水层的厚度人工调控. 最后, 讨论了系统温度和水中离子浓度对 Casimir 压强的影响, 发现离子浓度能较大范围内调控 Casimir 平衡点的高度. 在液体中, 悬浮的金纳米薄片 (40 nm 厚) 所受的重力和浮力的总压强约为 7 mPa<sup>[30]</sup>, 对实际悬浮高度的影响很小, 相对于 Casimir 效应可忽略不计. 本文 Casimir 平衡点的

调控方法可为微纳物体的“量子囚禁”, 以及微纳机电系统 (MEMS) 的实验提供理论指导.

## 参 考 文 献

- [1] Casimir H B 1948 *Proceedings of the Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen* (Vol. 51) p793
- [2] Miao B 2020 *Acta Phys. Sin.* **69** 080505 (in Chinese) [苗兵 2020 物理学报 **69** 080505]
- [3] Klimchitskaya G, Mohideen U, Mostepanenko V 2009 *Rev. Mod. Phys.* **81** 1827
- [4] Lamoreaux S K 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 5
- [5] Mohideen U, Roy A 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 4549
- [6] Garrett J L, Somers D A, Munday J N 2018 *Phys. Rev. Lett.* **120** 040401
- [7] Woods L, Dalvit D A R, Tkatchenko A, Rodriguez-Lopez P, Rodriguez A W, Podgornik R 2016 *Rev. Mod. Phys.* **88** 045003
- [8] Rosa F S, Dalvit D A, Milonni P W 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 183602
- [9] Song G, Zeng R, Al-Amri M, Xu J P, Zhu C J, He P F, Yang Y P 2018 *Opt. Express* **26** 34461
- [10] Grushin A G, Cortijo A 2011 *Phys. Rev. Lett.* **106** 020403
- [11] Nie W J, Zeng R, Lan Y H, Zhu S Y 2013 *Phys. Rev. B* **88** 085421
- [12] Chen L, Wan S L 2012 *Phys. Rev. B* **85** 115102
- [13] Zhang Y C, Zhang H, Wang X X, Wang Y H, Liu Y C, Li S, Zhang T Y, Fan C, Zeng C G 2024 *Nat. Phys.* **20** 1282
- [14] Jiang Q D, Wilczek F 2019 *Phys. Rev. B* **99** 125403
- [15] Hu Y, Wu X H, Liu H T, Ge W X, Zhang J H, Huang X Q 2024 *ACS Photonics* **11** 1998
- [16] Gong T, Corrado M R, Mahbub A R, Shelden C, Munday J N 2020 *Nanophotonics* **10** 523
- [17] Bao F L, Shi K Z, Cao G J, Evans J S, He S L 2018 *Phys. Rev. Lett.* **121** 130401
- [18] Chen L, Chang K 2020 *Phys. Rev. Lett.* **125** 047402
- [19] Wang T B, Zhou Y, Mu H Q, Shehzad K, Zhang D J, Liu W X, Yu T B, Liao Q H 2022 *Nanotechnology* **33** 245001
- [20] Yu T, You W, Wang T B, Yu T B, Liao Q H 2023 *Results Phys.* **52** 106902
- [21] Wang L Q, Wu Y, Chen A X, Nie W J 2022 *Results Phys.* **41** 105939

- [22] Wang Y P, Zhang Z C, Yu Y F, Zhang Z M 2019 *Chin. Phys. B* **28** 014202
- [23] Esteso V, Frustaglia D, Carretero-Palacios S, Míguez H 2024 *Adv. Phys. Res.* **3** 2300065
- [24] Rodriguez A W, McCauley A P, Woolf D, Capasso F, Joannopoulos J D, Johnson S G 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 160402
- [25] Ye Y Q, Hu Q, Zhao Q, Meng Y G 2018 *Phys. Rev. B* **98** 035410
- [26] Liu X L, Zhang Z M 2016 *Phys. Rev. Appl.* **5** 034004
- [27] Rahi S J, Kardar M, Emig T 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 070404
- [28] Rong J N, Chen L, Chang K 2021 *Chin. Phys. Lett.* **38** 084501
- [29] Zhao R K, Li L, Yang S, Bao W, Xia Y, Ashby P, Wang Y, Zhang X 2019 *Science* **364** 984
- [30] Ge L X, Shi X, Xu Z J, Gong K 2020 *Phys. Rev. B* **101** 104107
- [31] Ge L X, Shi X, Liu L, Gong K 2020 *Phys. Rev. B* **102** 075428
- [32] Toyama H, Ikeda T, Iizuka H 2023 *Phys. Rev. B* **108** 245402
- [33] Ge L X, Liu K P, Gong K, Podgornik R 2024 *Phys. Rev. Appl.* **21** 044040
- [34] Esteso V, Carretero-Palacios S, Míguez H 2019 *J. Phys. Chem. Lett.* **10** 5856
- [35] Ge L X, Li B Z, Luo H, Gong K 2023 *Phys. Rev. A* **108** 062814
- [36] Munkhbat B, Canales A, Kucukoz B, Baranov D G, Shegai T O 2021 *Nature* **597** 214
- [37] Krasnov M, Mazitov A, Orekhov N, Baranov D G 2024 *Phys. Rev. B* **109** 195411
- [38] Kütçüköz B, Kotov O V, Canales A, Polyakov A Y, Agrawal A V, Antosiewicz T J, Shegai T O 2024 *Sci. Adv.* **10** 1825
- [39] Lifshitz E 1956 *Sov. Phys. JETP-USSR* **2** 73
- [40] Van Zwol P, Palasantzas G 2010 *Phys. Rev. A* **81** 062502
- [41] Rodriguez A W, Woolf D, McCauley A P, Capasso F, Joannopoulos J D, Johnson S G 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 060401
- [42] Munday J N, Capasso F, Parsegian V A 2009 *Nature* **457** 170
- [43] Dou M F, Lou F, Boström M, Brevik I, Persson C 2014 *Phys. Rev. B* **89** 201407
- [44] Sehmi H S, Langbein W, Muljarov E A 2017 *Phys. Rev. B* **95** 115444
- [45] Fiedler J, Bostrom M, Persson C, Brevik I, Corkery R, Buhmann S Y, Parsons D F 2020 *J Phys. Chem. B* **124** 3103
- [46] Wang Y F, Narayanan S R, Wu W 2017 *ACS Nano* **11** 8421

## Tunable Casimir equilibria in dual-liquid system\*

ZHOU Shuai<sup>1)2)</sup> LIU Kaipeng<sup>1)</sup> DAI Shiwei<sup>3)</sup> GE Lixin<sup>1)†</sup>

1) (School of Physics and Electronic Engineering, Xinyang Normal University, Xinyang 464000, China)

2) (Department of Basic Courses, Zhengzhou University of Science and Technology, Zhengzhou 450064, China)

3) (College of Mathematics and Physics, Chengdu University of Technology, Chengdu 610059, China)

( Received 12 August 2024; revised manuscript received 4 November 2024 )

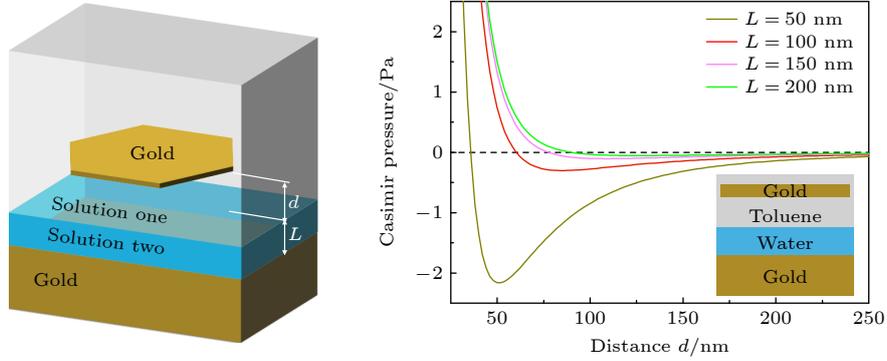
### Abstract

The Casimir effect, a macroscopic manifestation of quantum phenomena, arises from zero-point energy and thermal fluctuations. When two objects are brought into close proximity, the Casimir effect manifests as a repulsive force, while at greater separations, it transforms into an attractive force. There exists a specific distance at which the Casimir force vanishes, which is referred to as the stable Casimir equilibrium. Stable Casimir equilibrium arises from the curve minimum value of the Casimir energy, which can create spatial trapping. The manipulation of stable Casimir equilibrium provides promising applications in fields such as tunable optical resonators and self-assembly. This work presents a scheme for achieving tunable Casimir equilibrium in a dual-liquid system. The system comprises a multilayered stratified structure with a gold substrate. Above the gold substrate, a stratified liquid system is formed due to the immiscibility between organic solutions and water. The lower-density solution is at the top, while the higher-density solution is at the bottom. Our results suggest that a stable Casimir equilibrium for a suspended gold nanoplate can be realized, when the suspended gold nanoplate is immersed in organic solution of toluene or benzene. Moreover, the height of the suspended gold nanoplate, determined by the stable Casimir equilibrium, can be precisely tuned by

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11804288), the Natural Science Foundation of Henan Province, China (Grant No. 232300420120), and the Key Scientific Research Project of Higher Education Institutions of Henan Province, China (Grant No. 20231205164502999).

† Corresponding author. E-mail: [lixinge@hotmail.com](mailto:lixinge@hotmail.com)

changing the thickness of the water layer. The effects of finite temperature and ionic concentration on the Casimir equilibria are also analyzed in this work. The results suggest that the separation height of Casimir equilibrium decreases with the increase of temperature. Interestingly, when the Debye shielding length is comparable to or smaller than the separation length, the ion concentration in water significantly affects the Casimir pressure allowing for extensive modulations of Casimir equilibrium. This work opens up a new avenue for adjusting Casimir equilibrium and has important applications in “quantum trapping” of micro-nano particles.



**Keywords:** Casimir equilibria, stratification, suspensions, quantum trapping

**PACS:** 42.50.Lc, 07.10.Cm, 78.20.Ci, 47.57.E-

**DOI:** [10.7498/aps.74.20241126](https://doi.org/10.7498/aps.74.20241126)

**CSTR:** [32037.14.aps.74.20241126](https://cstr.net/urn:urn:cnki:32037.14.aps.74.20241126)



## 双液体系统中的可调控Casimir平衡点

周帅 柳开鹏 戴士为 葛力新

### Tunable Casimir equilibria in dual-liquid system

ZHOU Shuai LIU Kaipeng DAI Shiwei GE Lixin

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 74, 014202 (2025) DOI: 10.7498/aps.74.20241126

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.74.20241126>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 囚禁在电介质球形微腔中类氢原子的内部无序性

Internal disorder of hydrogenic-like atom trapped in dielectric spherical microcavity

物理学报. 2023, 72(10): 100301 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20222413>

#### 卡西米尔力

Casimir force

物理学报. 2020, 69(8): 080505 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200450>

#### 库仑耦合双量子点系统的熵产生率

The entropy production rate of double quantum-dot system with Coulomb coupling

物理学报. 2020, 69(13): 130501 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191879>

#### 两量子比特系统中相互作用对高阶奇异点的影响

High-order exceptional point in a quantum system of two qubits with interaction

物理学报. 2022, 71(13): 130303 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20220716>

#### 自旋轨道耦合量子点系统中的量子相干

Quantum coherence in spin-orbit coupled quantum dots system

物理学报. 2022, 71(7): 078502 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212111>

#### 铁磁性电极条件下T形双量子点结构中马约拉纳束缚态的解耦现象

Decoupling of Majorana bound states in T-shaped double-quantum-dot structure with ferromagnetic leads

物理学报. 2024, 73(5): 057301 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231434>