

## 基于智能算法对脉冲在光纤中传输动力学的研究\*

李君<sup>1)</sup> 苏进<sup>1)</sup> 韩小祥<sup>1)2)3)†</sup> 朱伟杰<sup>1)</sup> 杨瑞霞<sup>1)</sup>张海洋<sup>1)2)3)</sup> 严祥安<sup>1)2)3)</sup> 张云婕<sup>1)2)3)</sup> 王斐然<sup>1)2)3)</sup>

1) (西安工程大学理学院, 西安 710048)

2) (射线柔性防护技术陕西省高校工程研究中心, 西安 710048)

3) (西安市核防护纺织装备技术重点实验室, 西安 710048)

(2024 年 10 月 21 日收到; 2025 年 1 月 16 日收到修改稿)

非线性薛定谔方程 (NLSE) 在量子力学、非线性光学、等离子体物理、凝聚态物理、光纤通信和激光系统设计等多个领域都具有重要的应用, 其精确求解对于理解复杂物理现象至关重要. 本文深入研究了传统的有限差分法 (FDM)、分步傅里叶法 (SSF) 与智能算法中的物理信息神经网络 (PINN) 方法, 旨在高效且准确地求解光纤中的复杂 NLSE. 首先介绍了 PINN 方法对 NLSE 的求解方法、步骤和结果, 并对比了 FDM, SSF, PINN 方法对复杂 NLSE 求解与脉冲远距离脉冲传输的误差. 然后, 讨论了 PINN 不同网络结构和网络参数对 NLSE 求解精度的影响, 还验证了集成学习策略的有效性, 即通过结合传统数值方法与 PINN 的优势, 提高 NLSE 求解的准确度. 最后, 采用上述算法研究了不同啁啾的艾里脉冲在光纤中的演化过程与保偏光纤对应的矢量非线性薛定谔方程 (VNLSE) 求解过程及结果误差. 本研究通过对比 FDM, SSF, PINN 在求解 NLSE 时的特点, 提出的集成学习方案在脉冲传输动力学研究和数据驱动仿真方面具有重要的应用.

**关键词:** 脉冲光纤传输, 非线性薛定谔方程, 物理信息神经网络, 啁啾艾里脉冲

**PACS:** 02.30.Jr, 02.60.-x, 42.65.-k, 42.81.-i

**DOI:** 10.7498/aps.74.20241473

**CSTR:** 32037.14.aps.74.20241473

## 1 引言

超短脉冲在光纤中的非线性动力学研究是光纤光学、超快光学和信息光学的重要组成部分, 极大地推动了光纤激光器、光纤通信和光纤放大器的快速发展. 在光纤中, 激光脉冲的非线性传输过程可以通过非线性薛定谔方程 (nonlinear Schrödinger equation, NLSE) 来精确描述. 这一过程中蕴含着丰富而复杂的物理现象, 包括衰减、群速度色散 (group velocity dispersion, GVD)、自相位调制 (self-phase modulation, SPM)、交叉相位调制 (cross-phase modulation, XPM)、四波混频 (four-wave

mixing, FWM)、受激拉曼散射 (stimulated Raman scattering, SRS) 以及受激布里渊散射 (stimulated Brillouin scattering, SBS) 等<sup>[1,2]</sup>. 鉴于 NLSE 在考虑多种效应时的高度复杂性, 直接求解其解析解显得尤为困难. 因此, 研究人员开发了多种数值方法来模拟这一过程, 如分步傅里叶法 (split-step Fourier method, SSF)、有限差分法 (finite difference method, FDM) 和伪谱法 (pseudo spectral method, PSM) 等. 这些方法利用计算机的迭代计算能力和连续物理过程的离散化处理, 能够精确地模拟光脉冲在光纤中的展宽、压缩、频谱变化以及产生新的频率成分等非线性动力学过程.

研究人员通过多种数值方法成功求解了 NLSE,

\* 国家自然科学基金 (批准号: U2330109, 62405239, 61805212) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: [hanxiaoxiang@xpu.edu.cn](mailto:hanxiaoxiang@xpu.edu.cn)

显著推动了光纤技术的飞速发展. 例如, Chang 等<sup>[3]</sup>于 1999 年运用 Crank-Nicolson 型、Hopscotch 型、SSF 及伪谱法等对广义非线性薛定谔方程 (GNLSE) 进行了深入解析, 探讨了各方法的有效性与稳健性. Wang 等<sup>[4]</sup>于 2005 年利用分步有限差分法对各种 NLSE 方程进行求解. 随着时间的推移, 赵磊等<sup>[5]</sup>于 2009 年利用 SSF 算法求解 GNLSE 并讨论了窗口选择合理性. Xie<sup>[6]</sup>同年给出了一维非线性薛定谔方程两种不同有限差分法求解格式. Wu<sup>[7]</sup>于 2012 年引入了双网格混合有限元格式, 为稳态与非稳态 NLSE 方程的求解开辟了新路径. 近年来, Caplan<sup>[8]</sup>于 2013 年基于龙格-库塔 (Runge-Kutta, RK) 线性稳定性理论将 NLSE 的非线性视为常数并采用显式有限差分法进行数值求解. 崔少燕等<sup>[9]</sup>于 2016 年运用 SSF 对外部势场下的 GNLSE 进行了数值求解. Feng 等<sup>[10]</sup>于 2021 年针对 NLSE 方程, 提出了一套任意高阶全离散时空有限元方法. Ibarra-Villalon 等<sup>[11]</sup>于 2023 年评估了 FDM 方法和伪谱方法验证脉冲在光纤中传播问题的适用性, 通过有限差分方法的四种格式和伪谱方法的三种格式验证基本孤子的传播, 进一步丰富了 NLSE 数值求解的工具体系. Zhang 等<sup>[12]</sup>利用 SSF 算法对啁啾艾里脉冲在光纤中的动态传播进行了数值模拟与结果分析, 展示了 SSF 算法在处理复杂脉冲传播问题时的强大能力及其广泛的应用前景. 然而尽管这些方法在精度与效率上取得了显著进展, 其复杂的参数设定与迭代设计仍对新手研究者构成挑战, 特别是 SSF 与 FDM 等方法要获得高精度的近似解需在时域内生成大量的网格点, 计算耗时且资源消耗大, 因此探索更加简洁高效的数值求解方法是当前亟待解决的问题<sup>[13-15]</sup>.

在人工智能技术的推动下, 机器学习和数据分析技术在多个前沿领域取得了显著进展, 包括模式识别、自然语言处理、计算机视觉、认知科学和基因组学等. 近年来, 计算物理领域提出了一种创新方法——物理信息神经网络 (physics-informed neural network, PINN)<sup>[16-18]</sup>. PINN 巧妙地将神经网络与物理信息相结合, 为直接求解偏微分方程 (partial differential equations, PDE) 提供了新的途径. 通过训练 PINN 不仅能解决监督学习任务, 还能严格遵循由一般非线性偏微分方程描述的物理定律. 这种结构化信息的编码极大地丰富了算法所处理的数据内容, 使其能够迅速找到准确解, 并在训练样本有限的情况下实现良好的泛化能力<sup>[19]</sup>.

此外, PINN 作为一种无网格方法, 避免了传统网格差分的局限性, 有效缓解了数值求解中的维数爆炸问题和传统神经网络对数据的过度依赖. 在超短激光脉冲传输的 NLSE 求解、参数估计及算法改进等方面, 研究人员已开展了大量工作. 例如, 2021 年 Pu 等<sup>[20,21]</sup>研究了导数非线性薛定谔方程 (DNLSE) 并提出了基于神经元局部自适应激活函数的改进 PINN 方法. Wang 和 Yan<sup>[22]</sup>则采用多层 PINN 深度学习方法研究了不同初始条件和周期边界条件下 DNLSE 的数据驱动异常波解. Zang 等<sup>[23]</sup>提出了一种基于 PINN 的原理驱动光纤传输模型. 2022 年, Jiang 等通过求解 NLSE 反问题提出了基于 PINN 的光纤参数估计方法<sup>[24]</sup>, 并系统验证了光纤中的色散、自相位调制和高阶非线性效应等多种物理效应<sup>[25]</sup>; Fang 等<sup>[26]</sup>则将复合导数嵌入信息加入到 PINN 的软约束中提出了 SCPINN, 用于预测单模光纤中亮皮秒光孤子和暗皮秒光孤子以及飞秒孤子分子的非线性动力学和形成过程, 揭示了孤子传输过程中脉冲能量振幅频谱和相位等物理量的变化. 田十方和李彪等<sup>[27]</sup>为了增强 PINN 稳定性提出了梯度优化物理信息神经网络 (GOPINNs), 该网络结构对梯度波动更具鲁棒性. 2023 年, Luo 等<sup>[28]</sup>着眼于光纤非线性的建模, 针对光纤中光信号传输时受损耗、色散以及非线性等多种物理效应影响而发生演化场景展开研究. Thulasidharan 等<sup>[29]</sup>引入了强约束理论引导神经网络 (SCTgNN), 以研究 NLSE 局部解的行为. Psaros 等<sup>[30]</sup>提出一种引入元学习 (meta-learning) 技术的 PINN 损失函数. Uduagbomen 等<sup>[31]</sup>采用支架技术 (scaffolding technique) 和渐进块 (progressive block) 学习技术来进行 PINN 建模, 从而规避基于物理的正则化项造成的限制, 实现 NLSE 的准确求解. Cuomo 等<sup>[32]</sup>进行了关于 PINN 全面综述, 表征不同 PINN 网络架构及其相关的优势和劣势. Lu 等<sup>[33,34]</sup>研究正、逆偏微分方程问题的梯度增强物理信息神经网络, 提供了一个 DeepXDE Python 库, 有助于 PINN 的更快发展. 以上的研究者都分别把相应的物理信息嵌套到神经网络中, 以实现一定的物理约束. PINN 不仅能够高效地求解 PDE, 还能在数据稀缺的情况下实现良好的泛化能力. 随着研究的深入, PINN 在光纤传输、非线性动力学等领域的应用将更加广泛, 为科学研究和工程实践提供强有力的支持. 然而, 尽管 PINN 在多个方面取得了显著进展, 但其在与其他数值方法求解的对

比和集成学习方面的研究仍需进一步加强,以期在更广泛的领域中发挥其优势.

本文深入探究了不同算法对多个非线性效应共同作用下的超短脉冲在光纤中动力学演化过程.系统地运用了 FDM, SSF, PINN 三种算法求解 NLSE, 对比了 3 种方法求解精度误差, 并对远距离脉冲传输进行模拟分析; 深入讨论了 PINN 不同激活函数、网络类型、网络结构对方程求解精度的影响, 验证将传统方法 (FDM 和 SSF) 与 PINN 相结合的可行性, 提出提高该方程求解精度的集成学习方法. 最后讨论了两个案例: 对不同啁啾特性的艾里脉冲在光纤中的动力学过程进行数值模拟和分析; 对矢量的非线性薛定谔方程 (VNLSE) 进行数值模拟. 本研究为超短脉冲在光纤中传输动力学的研究提供了新的视角和有力的工具, 对于推动光纤通信、超快光学的发展具有重要意义.

## 2 非线性薛定谔方程求解

### 2.1 理论模型

飞秒脉冲在单模光纤中的传输可以用 NLSE 来描述, NLSE 可以描述单模光纤中的各种物理效应, 如群速度色散 (GVD)、自相位调制 (SPM) 和受激拉曼散射 (SRS). 通过 NLSE 研究这些物理效应对超短脉冲传输的影响, 可以为实现高容量、远距离飞秒孤子通信提供理论指导. NLSE 可表示如下<sup>[1,2]</sup>:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial A}{\partial z} + \frac{\alpha}{2}A + \frac{i\beta_2}{2}\frac{\partial^2 A}{\partial T^2} \\ & = i\gamma \left[ |A|^2 A + \frac{i}{\omega} \frac{\partial |A|^2 A}{\partial T} - T_R A \frac{\partial |A|^2}{\partial T} \right], \end{aligned} \quad (1)$$

其中,  $A$  是脉冲慢变振幅,  $z$  是传输距离,  $\alpha$  是光纤

损耗系数,  $\beta_2$  是群速度色散,  $\gamma$  是非线性系数,  $\omega$  为脉冲的中心角频率,  $T_R$  为拉曼增益系数,  $T$  为随脉冲以群速度移动的参照系中的时间量度. 对于上述复杂的 NLSE 来说是没有解析解的, 本文利用 PINN, FDM, SSF 等方法对超短脉冲在光纤传播演化对应的 NLSE 进行数值求解并对比, 具体的求解方法示意图如图 1 所示.

### 2.2 有限差分方法

有限差分方法作为分析脉冲在光纤中传输特性的重要工具, 被广泛应用于锁模激光器及其光纤传输过程的研究中. 这一方法以全时域的方式运作, 通过精确离散化 NLSE, 有效地模拟了光脉冲在光纤中的复杂动态行为<sup>[4]</sup>. 在 FDM 框架下, 首先将 NLSE 中的时间和空间偏导数利用网格进行离散化:  $z = jdz$ ,  $T = idt$ , 其中  $dz$  和  $dt$  分别为空间域和时间域的步长,  $i$  和  $j$  分别为整数. 把方程 (1) 进行离散具体如下:

$$\begin{aligned} A(i, j+1) = A(i, j) & - \frac{i\beta_2 dz}{2} \frac{A(i+1, j) - 2A(i, j) + A(i-1, j))}{dt^2} \\ & - \frac{\alpha dz}{2} A(i, j) + i\gamma \left[ |A(i, j)|^2 A(i, j) \right. \\ & + \frac{i}{\omega} |A(i, j)|^2 \frac{A(i, j) + A(i-1, j)}{dt} \\ & \left. + \left( \frac{i}{\omega} - T_R \right) A \frac{|A(i, j)|^2 - |A(i-1, j)|^2}{\partial t} \right] dz. \end{aligned} \quad (2)$$

这一离散化过程将连续的偏微分方程转化为一系列可迭代离散公式 (2), 采用迭代算法逐步计算, 从而模拟出脉冲在光纤中随时间演变的完整过程.

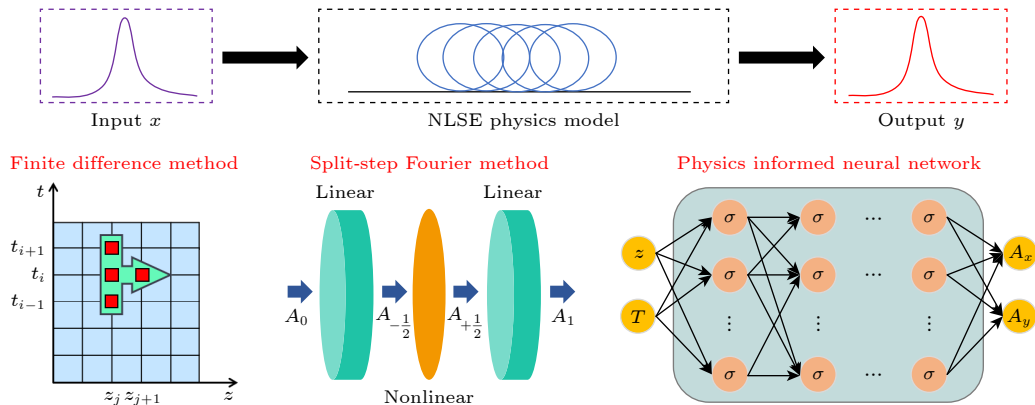


图 1 基于 NLSE 的脉冲在光纤中传输方程的 FDM, SSF, PINN 三种方法求解示意图

Fig. 1. Schematic diagram of FDM, SSF, PINN methods for solving the propagation equation of pulses in optical fibers based on NLSE.



### 2.3 分步傅里叶法

分步傅里叶法是一种常用于模拟光脉冲在光纤中传播的非线性效应的方法. 该方法结合了傅里叶变换的高效性和有限差分法的灵活性, 针对 NLSE 提供了强有力的求解手段. 在 SSF 的框架下, 光脉冲的初始形态与周期性边界条件的设定构成了模拟的基础物理约束, 其直接影响脉冲的演化特性. 在光纤传播过程中, 光脉冲会同时受到光纤中线性与非线性效应的双重影响<sup>[5,8]</sup>. 在 SSF 方法中, 当传播距离  $h$  极小时, 即 NLSE 是线性项和非线性项的组合, 可以把方程 (1) 改写成如下形式:

$$\frac{\partial A}{\partial z} = (\hat{D} + \hat{N})A, \quad \hat{D} = -\frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2}{\partial T^2} - \frac{\alpha}{2},$$

$$\hat{N} = i\gamma \left[ |A|^2 + \frac{i}{\omega A} \frac{\partial |A|^2 A}{\partial T} - T_R \frac{\partial |A|^2}{\partial T} \right], \quad (3)$$

其中,  $\hat{D}$  为线性微分算符, 描述光纤中的色散与损耗;  $\hat{N}$  是非线性微分算符, 用于调控光纤非线性对脉冲传播的影响. SSF 方法利用线性、非线性微分算符来对传输距离进行分段, 当光脉冲在光纤中传输了  $z$  时, 单独考虑线性效应推进到  $z + h/2$  处; 在区间中点  $z + h/2$  处集中处理非线性效应, 通过光场乘以非线性项来近似整个区间  $h$  内的非线性积累; 继续推进至  $z + h$  并剩余考虑线性效应, 从而得到该段距离的近似解. 然而, SSF 方法依赖于快速傅里叶变换 (fast Fourier transform, FFT), 这要求脉冲在时域与频域间转换时需进行加窗处理, 并限制窗口内的样本量. 尽管单次 FFT 计算高效, 但大规模数据下的频繁操作显著增加了计算负担. 特别地, 当脉冲能量快速扩散并接近窗口边界时, FFT 的周期性假设导致能量从窗口一侧“泄漏”至另一侧, 引发数值失真. 通常应选择足够宽的时间窗口, 以保证脉冲能量一直限制在时间窗口内. 在实际计算中, 反复调整纵向传输步长、横向时间步长和脉冲取样点数来保证计算精度.

### 2.4 物理信息神经网络

FDM, SSF 都是基于网格差分进行数值求解, 但随着深度学习和数据驱动的发展, 出现了一个无网格的方法去求解传统的偏微分方程, 称为 PINN. 该网络与数据驱动的神经网络不同, 数据驱动的神经网络只是简单去训练输入与输出之间的隐函数关系, 而 PINN 在数据驱动的基础上, 利用控制方程和物理约束构成的损失函数, 并作为正则化机

制. 在计算中引入了自动微分的技术、梯度下降法等优化算法去优化损失函数, 将偏微分方程求解的问题转化为损失函数优化问题, 通过网络训练对应的参数已满足物理信息的先验条件. 采用上述方法对方程 (1) 进行数值求解<sup>[16,17]</sup>. 由于神经网络只能在实数域进行计算, NLSE 是一个复数方程, 需要将该方程进行实部和虚部分离, 将  $A$  写成  $A = A_x + iA_y$  代入 (1) 式中进行化简可得 NLSE 的实部函数  $f_{\text{Re}}$  和虚部函数  $f_{\text{Im}}$ , 分别表示为

$$f_{\text{Re}}: \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A_y}{\partial T^2} + \frac{\alpha}{2} A_x$$

$$+ \gamma \left[ |(A_x^2 + A_y^2)| A_y + \frac{1}{\omega} \frac{\partial |(A_x^2 + A_y^2)| A_x}{\partial T} - T_R A_y \frac{\partial (A_x^2 + A_y^2)}{\partial T} \right] = 0, \quad (4)$$

$$f_{\text{Im}}: \frac{\partial A_y}{\partial z} + \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A_x}{\partial T^2} + \frac{\alpha}{2} A_y$$

$$- \gamma \left[ |(A_x^2 + A_y^2)| A_x - \frac{1}{\omega} \frac{\partial (A_x^2 + A_y^2) A_y}{\partial T} - T_R A_x \frac{\partial (A_x^2 + A_y^2)}{\partial T} \right] = 0. \quad (5)$$

为了求解方程 NLSE, 建立一个由多层深度神经网络组成的 PINN 网络, 如图 2 所示. PINN 网络采用时空辅助坐标  $(z, T)$  作为输入, 预测解  $(A_x, A_y)$  作为输出. 为了满足  $f_{\text{Re}}$  与  $f_{\text{Im}}$  的约束条件, 借助自动微分技术, 精确地计算空间导数、时间的一阶、二阶导数和非线性项对应的导数, 从而构造 NLSE 对应的实虚部损失函数. 此外, 自动微分作为一种无网格方法, 不会出现传统数值方法中截断误差和舍入误差等误差. 然后, 结合初始条件、边界条件与 NLSE 方程的均方误差 (MSE) 损失来学习网络参数, 其具有自适应权值的神经网络损失函数为<sup>[23,24]</sup>

$$\text{Loss} = w_1 L_C + w_2 L_{\text{PDE}}, \quad (6)$$

$$L_C = \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^{N_0} |u_{\text{pred}}(z^i, T^i) - u_0(z^i, T^i)|^2$$

$$+ \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^{N_0} |v_{\text{pred}}(z^i, T^i) - v_0(z^i, T^i)|^2, \quad (7)$$

$$L_{\text{PDE}} = \frac{1}{N_f} \sum_{i=1}^{N_f} |f_{\text{Re}}(z^i, T^i)|^2 + \frac{1}{N_f} \sum_{i=1}^{N_f} |f_{\text{Im}}(z^i, T^i)|^2, \quad (8)$$

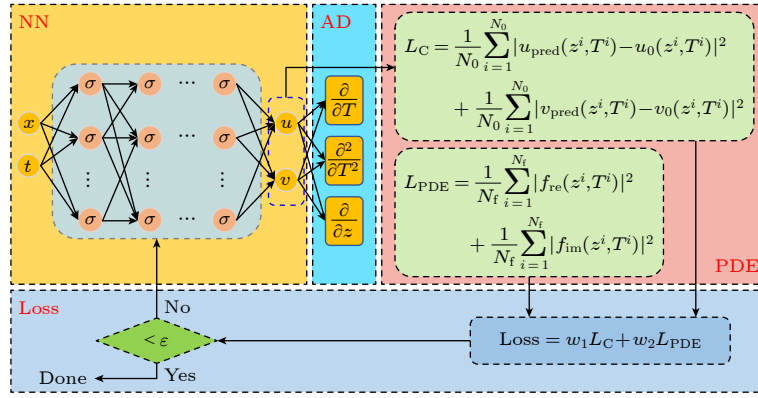


图2 基于PINN的NLSE求解示意图, 其中NN为神经网络, AD为自动微分技术, PDE为NLSE实虚部分离对应的物理信息, Loss为优化物理信息损失函数

Fig. 2. Schematic diagram of NLSE solution based on PINN. NN is the neural network, AD is the automatic differentiation technology, PDE is the physical information corresponding to the real and imaginary part of the NLSE, Loss is the optimized physical information loss function.

其中,  $w_1$ ,  $w_2$  是引入 PINN 对应的自动更新权重变量.  $L_C$  对应于初始脉冲与边界条件的实部和虚部约束, 而  $L_{PDE}$  对不满足实部与虚部控制方程约束的训练结果进行惩罚. 此外,  $u_0(z^i, T^i)$ ,  $v_0(z^i, T^i)$  分别表示初始脉冲与边界条件的实部和虚部输入,  $u_{pred}(z^i, T^i)$ ,  $v_{pred}(z^i, T^i)$  分别表示初始脉冲与边界条件的实部和虚部预测输出.  $f_{re}(z^i, T^i)$ ,  $f_{im}(z^i, T^i)$  分别表示 NLSE 对应实部和虚部约束方程.  $N_0$  和  $N_f$  是计算初始条件、边界条件、控制方程的均方误差项所需的辅助坐标数. 采用优化算法不断的调节网络参数, 从而获得满足 NLSE 方程对应的数值解.

### 3 分 析

本文对比了多种算法 (FDM, SSF, PINN) 求解超短脉冲在光纤中传播的 NLSE 结果. 鉴于 FDM 和 SSF 作为传统方法的求解方法已非常成熟, 其具体实现细节在此不再详述. 本文详细讨论了 PINN 求解该方程的具体步骤. 首先, PINN 求解框架构建时, 需要定义 NLSE 方程对应的空间和时间域、PDE 函数、边界条件和初始条件, 指定在域内、边界上、初始时间采样的训练点的数量分别为 200, 20, 100, 使用伪谱法分布训练点. 随后, 鉴于输入特征为时间与位置, 输出为超短脉冲振幅的复数实部和虚部, 构造前反馈神经网络 (FNN) 输入层、隐藏层、输出层的神经元数量分别为 2, 15, 2, 隐藏层的层数和激活函数分别为 4 和 tanh, 权重初始化遵循 Glorot normal 原则, 学习率设定

为  $1 \times 10^{-3}$ , 并采用 Adam 与 L-BFGS 双重优化算法对自定义的损失函数公式 (6) 进行迭代优化, 总迭代次数设置为 10000 次旨在最小化误差, 确保模型输出的精确性同时满足 NLSE、边界和初始条件. 通过上述训练过程, PINN 模型成功收敛, 每隔 20 次迭代显示一次训练结果, 并导出了损失函数性能评估图与最终模型. 其中 PINN 求解的参数设置为初始脉冲  $A_0$  为  $\text{sech}(t)$ ; 传输距离  $z$  为 4 m; 光纤损耗系数  $\alpha$  为 0.001 dB/m; 群速度色散  $\beta_2$  为  $5 \times 10^{-27} (\text{m} \cdot \text{W})^{-1}$ ; 非线性系数  $\gamma$  为  $1 \times 10^{-3} \text{ s}^2/\text{m}$ ; 脉冲中心频率  $\omega$  为  $1.83 \times 10^{15} \text{ Hz}$ ; 拉曼增益系数  $T_R$  为  $0.4 (\text{m} \cdot \text{W})^{-1}$ ; 随脉冲时间范围  $T$  为  $-5 \sim 5 \text{ ps}$ . 模拟可得脉冲在光纤中的传播演化图, 如图 3 所示. 从图 3(a) 可见, 随着传输距离的增大, 光强逐渐减弱, 脉冲宽度显著展宽. 从图 3(b) 可见, 损失函数的下降趋势, 其中针对 NLSE 方程实部与虚部的训练与测试均方误差, 显示训练与测试误差曲线几乎重合, 且随着训练迭代次数的增加, 误差持续减小, 最终稳定在较低误差水平, 充分证明了 PINN 模型在求解 NLSE 问题上的高精度与强大的泛化能力. 为了保证实验的可重复性和结果的一致性, 统一设置了随机数种子 (tensorflow, random, deepxde, numpy 均设定为 42), 从而进一步提升研究结论的可信度与稳健性.

为了深入剖析传统方法与 PINN 在处理 NLSE 上的性能差异, 在上述设定的 PINN 参数框架下, 分别采用 SSF, FDM, PINN 求解 NLSE (1) 式. 通过对比这 3 种方法的结果, 可以观察到脉冲在光纤

中传输的时域演化及误差情况. 图 4(a)–(c) 分别展示了 SSF, FDM 和 PINN 方法模拟的脉冲在光纤中的时域传输演化过程. 尽管采用了不同的数值计算方法, 但三者的计算结果在整体上保持一致, 这验证了每种方法的有效性. 图 4(d)–(f) 则聚焦于误差分析, 分别展示了 SSF 与 FDM、PINN 与 FDM 以及 PINN 与 SSF 之间的误差对比. 结果表明, 这些误差的量级均维持在  $0.001 \text{ W/m}^2$  左右. 其中, SSF 与 FDM, PINN 与 FDM 以及 PINN

与 SSF 的绝对误差总和分别为 48.515, 50.068 和 21.201. 由此可见, PINN 与 SSF 之间的误差最小, 显示出更为接近的数值解. PINN 方法具有很好的可扩展性, 对于训练好的 PINN 模型被保存下来后, 面对类似的 NLSE 求解任务时, 可以直接调用该模型进行快速计算, 而无需重复耗时的训练过程. 这一特性使得 PINN 在复杂光纤激光器系统中大规模脉冲传输模拟中展现出巨大潜力, 能够显著缩短求解时间并提高计算效率.

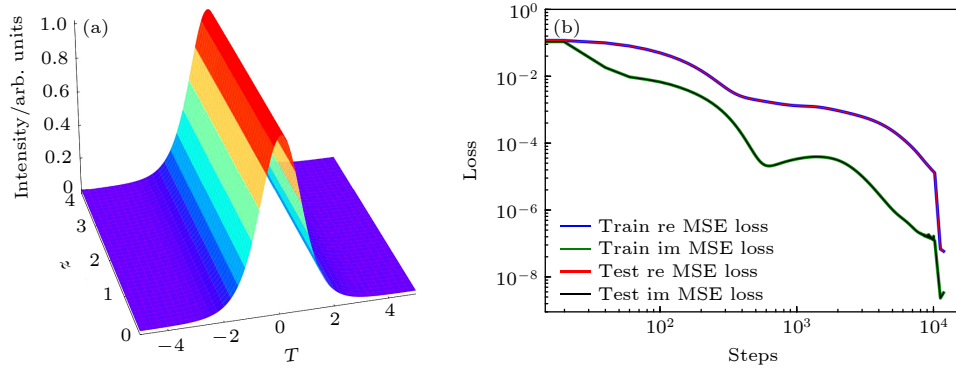


图 3 基于 PINN 的 NLSE 求解结果 (a) 脉冲在光纤中的传播演化图; (b) 损失函数曲线

Fig. 3. Results of NLSE solving by PINN: (a) Evolution diagram of pulse propagation in fiber; (b) loss function curves.

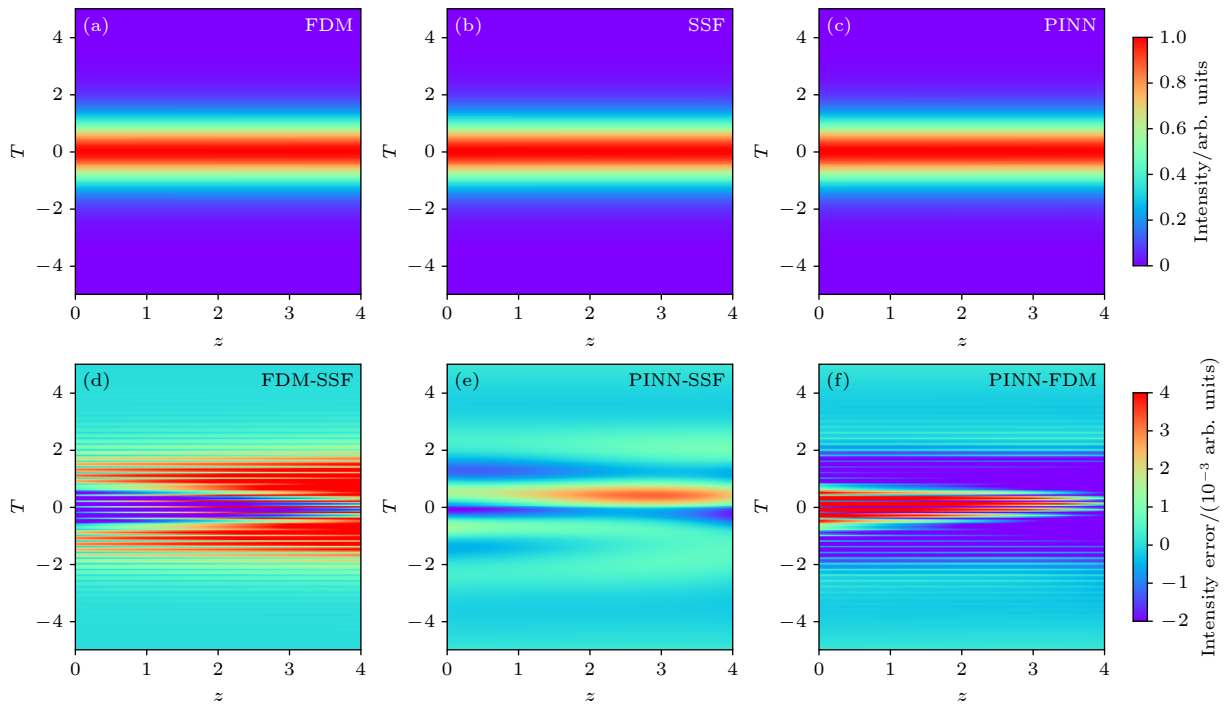


图 4 多种算法对复杂 NLSE 求解的脉冲演化过程和对比较图 (a) FDM 求解的脉冲在光纤中的传播演化图; (b) SSF 求解的脉冲在光纤中的传播演化图; (c) PINN 求解对应的脉冲在光纤中的传播演化图; (d) FDM 与 SSF 之间的交叉对比图; (e) PINN 与 SSF 之间的交叉对比图; (f) PINN 与 FDM 之间的交叉对比图

Fig. 4. Pulse evolution process and comparison diagram of FDM, SSF and PINN: (a) Pulse evolution process based on FDM; (b) pulse evolution process based on SSF; (c) pulse evolution process based on PINN; (d) comparison diagram between FDM and SSF; (e) comparison diagram between PINN and SSF; (f) comparison diagram between PINN and FDM.

进一步计算了基阶孤子在光纤中传输 200 m 的动力学演化过程. 设置光纤参数损耗系数  $\alpha$ 、群速度色散  $\beta_2$ 、非线性系数  $\gamma$  分别为 0 dB/m,  $2 \times 10^{-27} \text{ (m} \cdot \text{W)}^{-1}$ ,  $2.5 \times 10^{-3} \text{ s}^2/\text{m}$ , 拉曼增益系数  $T_R$  为  $0.4 \text{ (m} \cdot \text{W)}^{-1}$ , 初始脉冲  $A_0$  为  $\text{sech}(t)$ , 传输距离  $z$  为 200 m. PINN, SSF, FDM 的计算结果如图 5 所示. 在运用 PINN 进行求解时随着光纤传输距离的延长, 所需的采样点 (sampling number, SN) 的数量需要适当增加. 基于前反馈神经网络 (FNN) 的设置, 在边界上定义了 80 个采样点, 初始条件设置了 300 个采样点, 并在定义域内分别设置了 5000, 7500, 10000 个采样点来进行 PINN 的训练和求解. 图 5(a) 为 PINN 求解时不同采样点下, 基阶孤子在光纤中传输 200 m 后的输入与输出的对比图, 可见随着 SN 的增加, PINN 训练求解的输出脉冲越接近输入结果, 求解越准确. 图 5(b) 为 FDM, SSF, PINN 求解基阶孤子传输的输入与输出的对比图, 其中 SSF, FDM, PINN 求解输出与输入对应的均方误差 (MSE) 分别为  $5.89 \times 10^{-13}$ ,  $2.52 \times 10^{-6}$ , 0.0037. SSF, FDM, PINN 求解的输出与输入对应平均偏差误差 (MBE) 分别为  $4.25 \times 10^{-9}$ ,  $-6.52 \times 10^{-4}$ , 0.036. 图 5(c) 为 FDM, SSF, PINN

求解基阶孤子传输演化的过程图. 可见 SSF 在传输模拟中的误差最小, 而 FDM 由迭代过程中的误差累积效应, 其强度略有增大.

为了研究 PINN 和传统方法的对比, 由于 (1) 式没有解析解, 无法验证所用方法的准确性, 因此在该方程的基础上, 忽略  $\frac{i}{\omega} \frac{\partial |A|^2 A}{\partial T}$ ,  $T_R A \frac{\partial |A|^2}{\partial T}$ ,  $\frac{\alpha}{2} A$  项, 得到基础的非线性薛定谔方程  $\frac{\partial A}{\partial z} = -\frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} + i\gamma |A|^2 A$ . 采用逆散射法可得到上述方程解析解为:  $A = \sqrt{\frac{|\beta_2|}{(\gamma T_0^2)}} \text{sech}\left(\frac{T}{T_0}\right) \exp\left(i \frac{|\beta_2|}{2T_0^2} z\right)$ , 式中  $T_0$  为脉冲轮廓的时间宽度, 设置初始脉冲  $A_0$  为  $\text{sech}(t)$ ; 传输距离  $z$  为 2 m; 群速度色散  $\beta_2$  为  $1 \text{ (m} \cdot \text{W)}^{-1}$ ; 非线性系数  $\gamma$  为  $0.5 \text{ s}^2/\text{m}$ . 通过上述方程的解析解来对比这 3 种方法的准确性 [11].

首先, 讨论不同神经网络类型与激活函数对 PINN 训练求解误差的影响. 神经网络类型分为部分全连接神经网络 (partially-connected feedforward neural network, PFNN) 和全连接神经网络 (feedforward neural network, FNN) [21]. 在 FNN 中每一层的每个神经元都与下一层的每个神经元

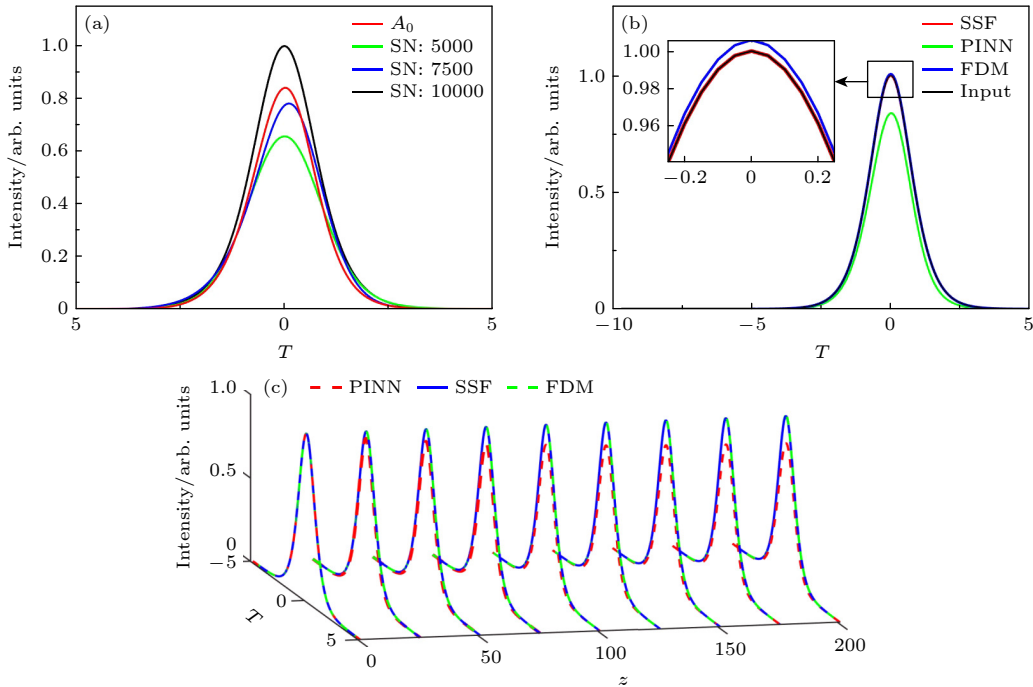


图 5 PINN, SSF, FDM 求解基阶孤子在 200 m 光纤中传输的结果 (a) PINN 在不同采样点数下的输入与输出对比图; (b) FDM, SSF, PINN 求解的输入与输出对比图; (c) FDM, SSF, PINN 求解的基阶孤子传输演化图

Fig. 5. Results of PINN, SSF, and FDM solving the fundamental order soliton transmission in a 200 m fiber: (a) Results of PINN at different sampling number (SN); (b) results of FDM, SSF, PINN and input; (c) evolution of fundamental soliton transmission solved by FDM, SSF and PINN.



相连接, 这种连接方式确保了信息能够在网络中充分传播, 但增加了计算复杂度和参数数量; 在 PFNN 中每一层的神经元只与下一层的部分神经元相连接. 这种连接方式减少了网络中的参数数量和计算复杂度, 同时可能保留足够的表达能力. 在 PINN 的训练过程中, 采用 3 种不同的激活函数:  $\tanh$ ,  $\text{sigmoid}$  和  $\text{swish}$ . 其他超参数设置包括隐藏层数为 4、每层神经元数为 15、损失函数为均方误差, 并结合 Adam 和 L-BFGS 优化器进行训练. 通过设置不同的随机种子重复训练十次并取平均值, 得到了不同配置下脉冲在光纤中演化过程的误差图, 如图 6 所示. 图 6(a)—(c) 展示了在 FNN 网络中分别使用  $\tanh$ ,  $\text{sigmoid}$  和  $\text{swish}$  激活函数时的脉冲演化误差情况. 结果显示, 使用  $\text{sigmoid}$  激活函数的均方误差最大, 脉冲强度的变化也最为剧烈. 而在图 6(d)—(f) 中展示了 PFNN 网络中分别使用  $\tanh$ ,  $\text{sigmoid}$  和  $\text{swish}$  激活函数时的脉冲演化误差情况. 从图 6 可以看出, 当  $\tanh$  激活函数与 FNN 组合时对应的误差最小; 相反地,  $\text{sigmoid}$  与 FNN 组合时的误差最大.

在深入探讨 PINN 模型的网络架构时, 首先关注的是隐藏层的复杂度对模型泛化能力的影响. 隐藏层的复杂度主要通过神经元的数量和层数来体

现, 这两者直接关系到模型的学习能力和预测精度. 采用  $\tanh$  作为激活函数, 并指定了网络类型为 FNN, 通过系统地调整隐藏层的层数与每层中的神经元个数来研究其对脉冲在光纤中演化过程模拟精度的影响. 为了更全面地评估这些参数变化的效果, 设置不同的随机种子并重复了十次训练过程, 可得误差图如图 7 所示. 在图 7(a)—(c) 中, 固定隐藏层为 3 层, 并逐步增加神经元个数. 结果显示, 随着神经元数量的增加, 模型的误差逐渐减小. 这表明增加神经元的复杂度能够有效地提高模型的预测精度. 当神经元个数从 10 增加到 20 时, 模型的误差显著降低, 这进一步验证了增加神经元数量对提升模型性能的重要性. 在图 7(d)—(i) 中, 进一步探讨了增加隐藏层数对模型性能的影响. 分别将隐藏层数增加到 4 层和 5 层, 并保持每层中的神经元个数不变. 结果显示, 神经元数量保持不变, 增加隐藏层数仍然能够进一步降低模型的误差. 这表明, 隐藏层数的增加对提升模型性能同样具有重要意义. 尽管增加神经元数量和隐藏层数能够显著降低模型的误差, 但随着网络复杂度的提升, 训练所需的时间和计算资源也会大幅增加. 这表明, 在实际应用中, 需要在模型精度和计算资源之间进行权衡, 以选择既经济又高效的网络参数配置.

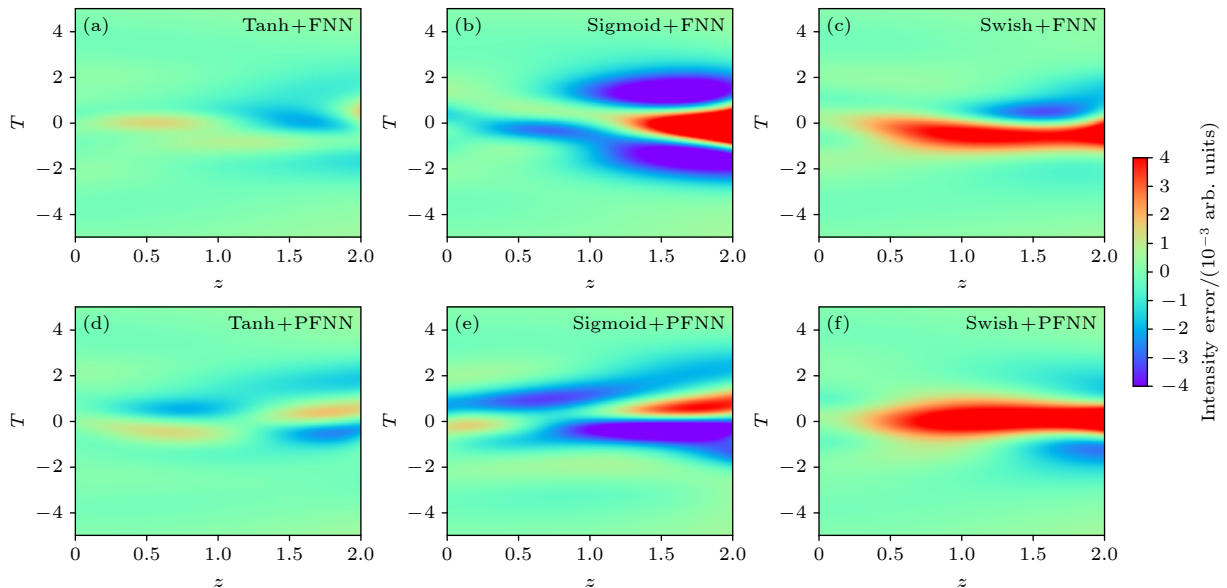


图 6 不同激活函数与神经网络设置下 PINN 的训练误差图 (a) 神经网络为 FNN, 激活函数为 Tanh 的训练误差图; (b) 神经网络为 FNN, 激活函数为 Sigmoid 的训练误差图; (c) 神经网络为 FNN, 激活函数为 Swish 的训练误差图; (d) 神经网络为 PFNN, 激活函数为 Tanh 的训练误差图; (e) 神经网络为 PFNN, 激活函数为 Sigmoid 的训练误差图; (f) 神经网络为 PFNN, 激活函数为 Swish 的训练误差图

Fig. 6. Training error of PINN under different activation function and NN: (a) Training error with Tanh and FNN; (b) training error with Sigmoid and FNN; (c) training error with Swish and FNN; (d) training error with Tanh and PFNN; (e) training error with Sigmoid and PFNN; (f) training error with Swish and PFNN.



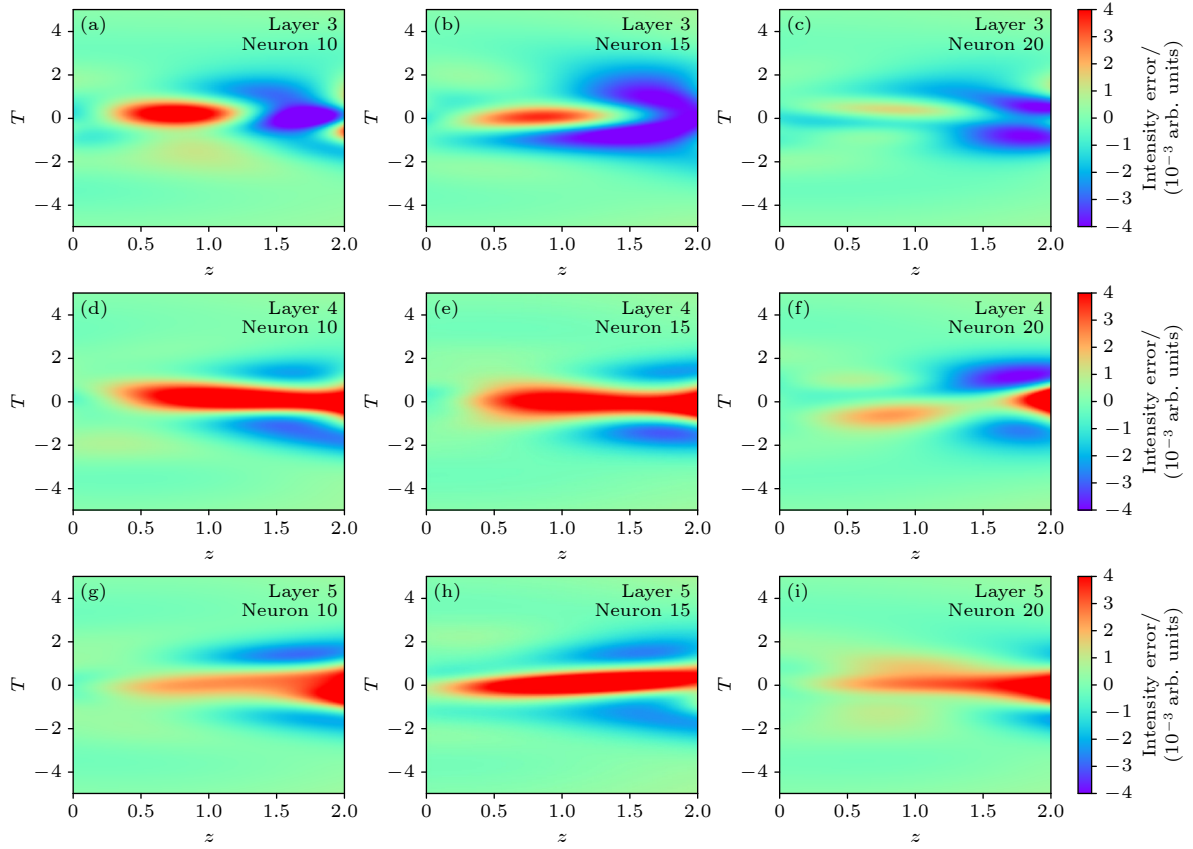


图 7 不同隐藏层和神经元设置下 PINN 训练误差图 (a) 隐藏层为 3, 神经元为 10 的训练误差图; (b) 隐藏层为 3, 神经元为 15 的训练误差图; (c) 隐藏层为 3, 神经元为 20 的训练误差图; (d) 隐藏层为 4, 神经元为 10 的训练误差图; (e) 隐藏层为 4, 神经元为 15 的训练误差图; (f) 隐藏层为 4, 神经元为 20 的训练误差图; (g) 隐藏层为 5, 神经元为 10 的训练误差图; (h) 隐藏层为 5, 神经元为 15 的训练误差图; (i) 隐藏层为 5, 神经元为 20 的训练误差图

Fig. 7. Training error of PINN under different number of hidden layers and neurons: (a) Training error with 3 and 10; (b) training error with 3 and 15; (c) training error with 3 and 20; (d) training error with 4 and 10; (e) training error with 4 and 15; (f) training error with 4 and 20; (g) training error with 5 and 10; (h) training error with 5 and 15; (i) training error with 5 and 20.

最后, 利用集成学习 (ensemble learning) 思想结合多个不同的模型来提高整体性能和泛化能力. 这里将传统方法 (FDM, SSF) 与数据驱动方法 (PINN) 相结合时, 可以充分利用各自的优势, 增强模型对复杂问题的适应能力. 为了全面评估集成学习的效果, 引入平均绝对误差 (MAE)、均方误差 (MSE)、均方根误差 (RMS)、平均绝对百分比误差 (MAPE) 四个指标, 对 FDM, SSF, PINN 三种方法和集成学习的计算结果进行了评估. 4 个指标的计算公式如下:

$$\begin{aligned} \text{MAE} &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\hat{A}_i - A_i|, \quad \text{MSE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{A}_i - A_i)^2, \\ \text{RMSE} &= \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{A}_i - A_i)^2}, \\ \text{MAPE} &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|\hat{A}_i - A_i|}{A_i} \times 100\%, \end{aligned} \quad (9)$$

其中,  $A_i$  为模型的预测值,  $\hat{A}_i$  为真实值. 具体的集成学习方法为采用累加 FDM, SSF 与 PINN 的预测结果, 并取平均  $A_i = (A_{\text{FDM}} + A_{\text{SSF}} + A_{\text{PINN}})/3$ ,  $A_i$  为集成学习后的数值解,  $A_{\text{FDM}}$ ,  $A_{\text{SSF}}$ ,  $A_{\text{PINN}}$  分别为 FDM, SSF, PINN 三种方法的数值解. 根据上述方法得到的结果如图 8 所示. 图 8(a)–(c) 分别为独立使用 FDM, SSF, PINN 三种方法时的误差图, 可见每种方法因原理不同产生的误差不同. FDM 与 SSF 随着迭代过程的进行, 误差逐渐累积, 这主要归因于数值方法中的误差传递效应. 图 8(d)–(f) 分别为 SSF+FDM, PINN+FDM, PINN+SSF+FDM 对应的集成学习误差图, 可见将 3 种方法集成结合可以大大减小与解析解的误差. 这一结果不仅验证了集成学习的有效性, 还凸显了将传统数值方法与数据驱动技术相结合的巨大潜力.

为了深入剖析并精确评估 3 种方法 (PINN,

FDM, SSF) 在不同集成策略下的性能优势, 计算了各集成方案下的关键误差指标: MAE, MSE, RMSE, MAPE. 表 1 的详尽数据清晰地展示了集成学习对数值求解精度的提升作用, 其中 PINN+FDM+SSF 的 MAE, MSE, RMSE 指标最好. 这证明了传统方法与数据驱动技术融合的集成学习方法在降低求解误差、提升预测精度方面的显著优势.

为了更好地对比分析不同脉冲在 (1) 式的数值求解效果, 这里特别研究了啁啾艾里脉冲在光纤中的传播动力学演化过程. 引入的初始脉冲形式为  $U(T, 0) = \text{Ai}(T) \exp(aT) \exp(-iCT^2)$ , 其中  $\alpha$  是截断因子,  $C$  为初始啁啾,  $\text{Ai}$  为 Airy 函数 [29,30]. 通过 3 种不同的数值模拟方法, 详细探讨了这些脉冲在不同条件下的演化特性. 图 9 所示为不同算法和啁啾条件下艾里脉冲的演化过程. 从图 9(a)–(c) 可以清晰观察到, 无啁啾艾里脉冲在光纤中传播时, 起初能够保持其理想的自加速和无衍射特性; 然而随着传播距离的增大, 光纤色散逐渐占据主导地位, 导致无啁啾艾里脉冲的独特特性逐渐消失. 对于初始正啁啾艾里脉冲而言, 其在传播初期经历了一个减速压缩的过程, 能量向自加速方向聚集; 但随着传输距离进一步增大, 这种压缩达到一定程度后会进入一个崩塌区, 此时脉冲形状不再保持艾里形态. 而初始负啁啾艾里脉冲则在传输过程中表现出主瓣自加速现象减弱、旁瓣持续加速色散的特

点, 同时主瓣和旁瓣的衍射及能量色散现象也显著加剧. 图 9(d)–(f) 展示了 SSF 与 FDM 二者遵循相同的变化趋势. 图 9(g)–(i) 中 PINN 显示出其独特的优势——无需迭代即可避免迭代误差问题、确保求解过程既连续又快速.

为了更精确地模拟脉冲在介质中传输的动力学过程 [35–37], 人们常会采用矢量的非线性薛定谔方程 (vector nonlinear Schrödinger equation, VNLSE) [38–40]. VNLSE 包括双折射、非线性、色散、增益以及损耗等多种效应. 但由于增益项的存在使该方程含有积分项增加了求解的难度. 求解 VNLSE 通常采用 SSF 和 RK 方法, 将积分项转化为累加求和的形式, 利用迭代过程进行数值求解. 而传统的 PINN 在求解含有积分项 VNLSE 时有一定的困难. 近年来, 随着神经网络在求解偏微分方程领域的不断发展, 一种将时空分离处理的新思路被设计出来. 对时间维度采用时间序列或者循环神经网络等技术进行处理, 而空间维度则利用卷积或其他相关神经网络架构进行处理 [41,42]. 在讨论中将含有多个效应的 VNLSE 忽略增益项、四波混频等进行求解公式为:  $\frac{\partial u_x}{\partial z} = -i\frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} + i\gamma(|u_x|^2 + \frac{2}{3}|u_y|^2)u_x$ ,  $\frac{\partial u_y}{\partial z} = -i\frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} + i\gamma(|u_y|^2 + \frac{2}{3}|u_x|^2)u_y$ . 采用 FDM, SSF, PINN 三种方法模拟, 尽管不同算法求解过程有所差异, 但核心思想在于求解相互

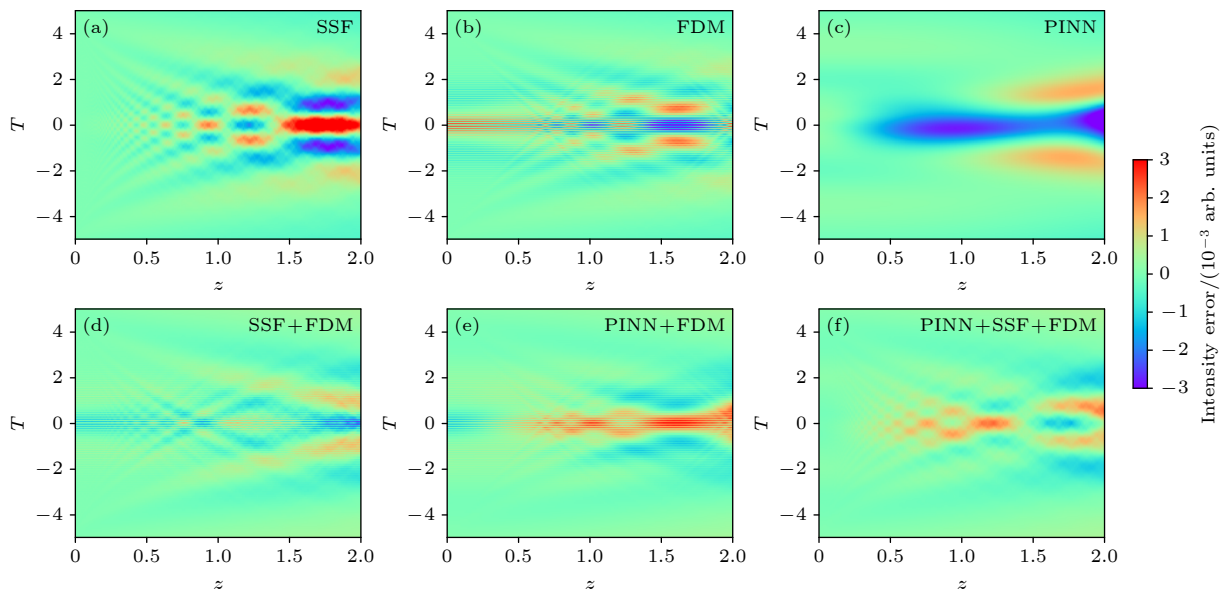


图 8 不同集成方式对所得结果误差的影响 (a)–(c) 分别为 SSF, FDM, PINN 求解的脉冲传输与解析解误差; (d)–(f) 分别为 SSF+FDM, PINN+FDM, PINN+SSF+FDM 集成求解的脉冲传输与解析解误差

Fig. 8. Influence of different integration methods on the results' error: (a)–(c) The pulse transmission and errors of SSF, FDM and PINN solutions; (d)–(f) the pulse transmission and errors of SSF+FDM, PINN+FDM and PINN+SSF+FDM solutions.

表 1 集成学习和单一方法的误差表  
Table 1. Error table of Ensemble Learning and single method.

|              | MAE                    | MSE                    | RMSE                   | MAPE/% |
|--------------|------------------------|------------------------|------------------------|--------|
| FDM          | $4.014 \times 10^{-4}$ | $4.877 \times 10^{-7}$ | $6.983 \times 10^{-4}$ | 13.159 |
| SSF          | $3.396 \times 10^{-4}$ | $3.112 \times 10^{-7}$ | $5.579 \times 10^{-4}$ | 8.979  |
| PINN         | $4.173 \times 10^{-4}$ | $4.744 \times 10^{-7}$ | $6.887 \times 10^{-4}$ | 11.540 |
| SSF+FDM      | $2.625 \times 10^{-4}$ | $1.466 \times 10^{-7}$ | $3.829 \times 10^{-4}$ | 10.933 |
| PINN+FDM     | $2.865 \times 10^{-4}$ | $2.316 \times 10^{-7}$ | $4.652 \times 10^{-4}$ | 10.048 |
| PINN+SSF     | $2.793 \times 10^{-4}$ | $1.753 \times 10^{-7}$ | $4.188 \times 10^{-4}$ | 12.237 |
| PINN+FDM+SSF | $2.190 \times 10^{-4}$ | $0.978 \times 10^{-7}$ | $3.127 \times 10^{-4}$ | 11.004 |

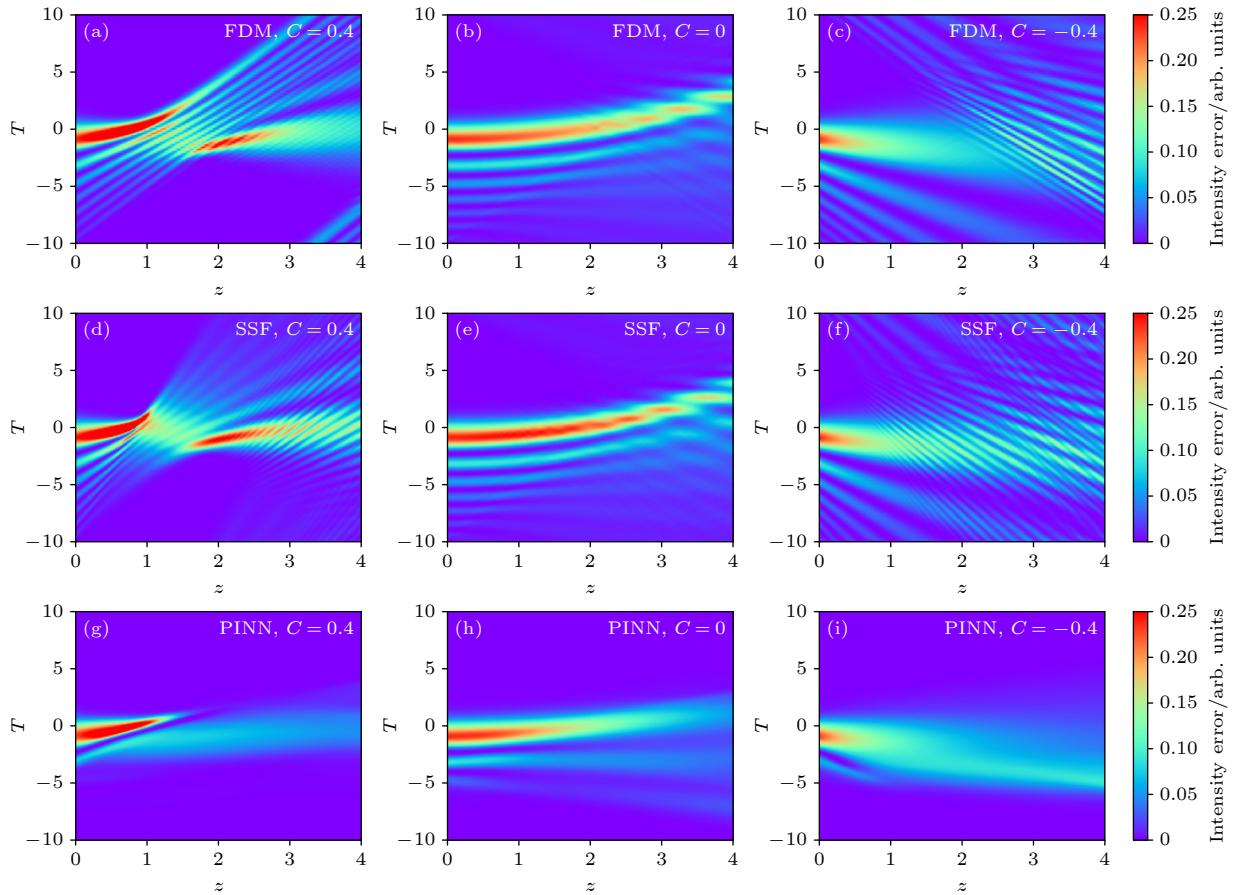


图 9 多种 NLSE 求解方法对比不同啾啾艾里脉冲在光纤传输中演化 (a)–(c) 分别为对应于 FDM, 在  $C = 0.4, 0, -0.4$  时的脉冲演化; (d)–(f) 分别为对应于 SSF, 在  $C = 0.4, 0, -0.4$  时的脉冲演化; (g)–(i) 分别为对应于 PINN, 在  $C = 0.4, 0, -0.4$  时的脉冲演化  
Fig. 9. Comparison of Airy pulses' evolution with different chirps by various NLSE solving methods in fiber transmission: (a)–(c) The pulse evolution corresponding to FDM with  $C$  values of 0.4, 0, -0.4; (d)–(f) the pulse evolution corresponding to SSF with  $C$  values of 0.4, 0, -0.4; (g)–(i) the pulse evolution corresponding to PINN with  $C$  values of 0.4, 0, -0.4.

耦合项. FDM 离散过程与一维相同, 利用离散公式代替一阶、二阶偏微分来构建耦合的离散的迭代公式 [43,44]. SSF 采用线性与非线性交替进行求解, 只是当有共轭项的存在时, 利用变量代换消除等式中共轭项进行 SSF 求解, 结束后变量逆代换即可 [45]. PINN 将物理系统的实部和虚部分离, 构造出更为精细的损失函数. 利用自动微分技术, 神经网络能够不断地调整其内部参数, 以使输出结果满足损失

函数的约束条件. 与一维情况相比, 只是损失函数实虚部约束从 2 个变成 4 个, 约束变多、物理信息复杂计算量变大 [23]. 设置群速度色散  $\beta_2$ 、非线性系数  $\gamma$  分别为  $2 \times 10^{-27} (\text{m} \times \text{W})^{-1}$ ,  $2.5 \times 10^{-3} \text{ s}^2/\text{m}$ , 初始脉冲  $u_x, u_y$  为  $\text{sech}(t)$ ,  $1.5e^{(-0.5t^2)}$ , 传输距离  $z$  为 4 m. 根据上述 FDM, PINN, SSF 算法、参数设置对化简后的 VNLSE 进行编程求解, 可得图 10 不同方向 VNLSE 对应的脉冲演化过程的交叉对



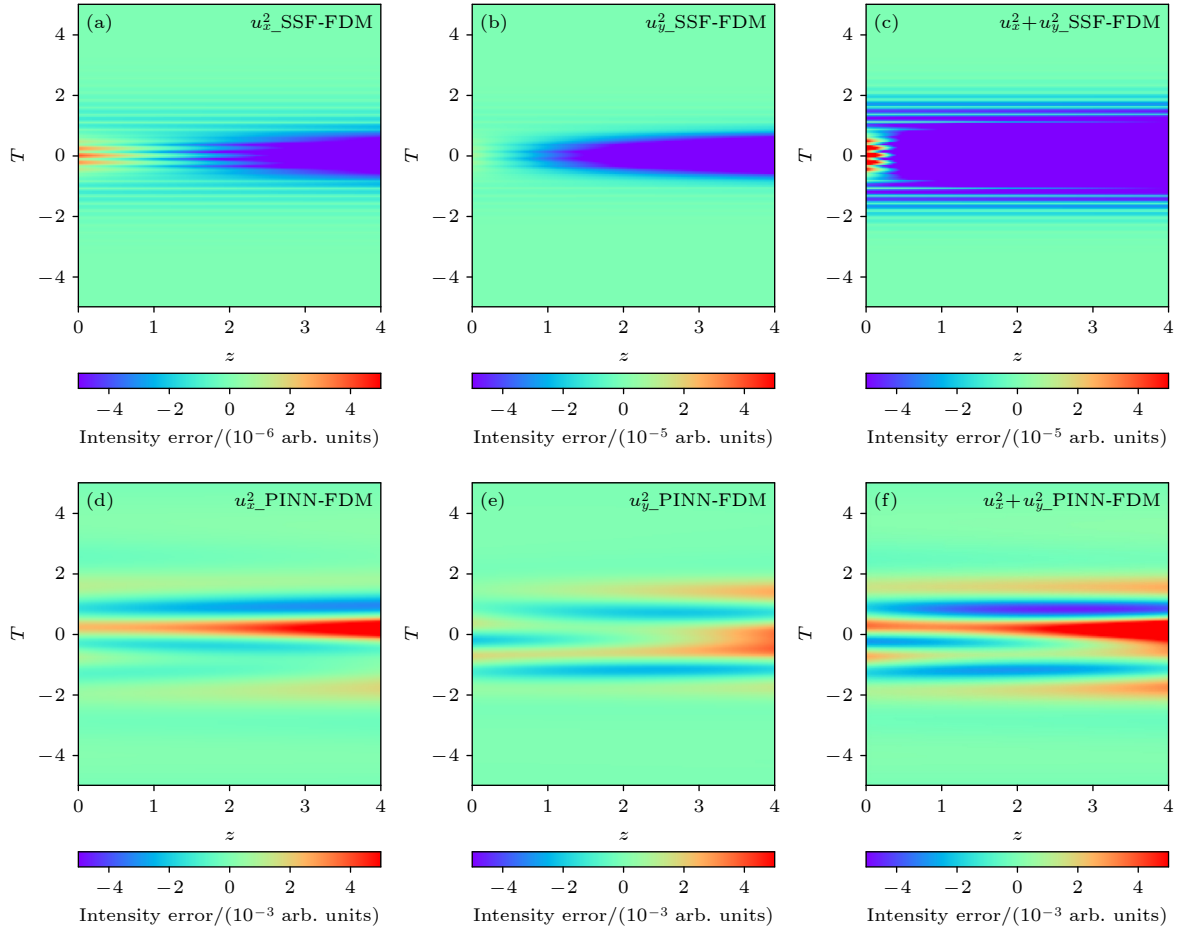


图 10 SSF, FDM 和 PINN 求解 VNLSE 对应的脉冲演化过程的交叉对比图 (a) SSF 与 FDM 关于  $u_x^2$  的交叉对比图; (b) SSF 与 FDM 关于  $u_y^2$  的交叉对比图; (c) SSF 与 FDM 关于  $u_x^2 + u_y^2$  的交叉对比图; (d) PINN 与 FDM 关于  $u_x^2$  的交叉对比图; (e) PINN 与 FDM 关于  $u_y^2$  的交叉对比图; (f) PINN 与 FDM 关于  $u_x^2 + u_y^2$  的交叉对比图

Fig. 10. Comparison of the pulse evolution process corresponding to VNLSE solved by SSF, FDM and PINN: (a) SSF and FDM with respect to  $u_x^2$ ; (b) SSF and FDM with respect to  $u_y^2$ ; (c) SSF and FDM with respect to  $u_x^2 + u_y^2$ ; (d) PINN and FDM with respect to  $u_x^2$ ; (e) PINN and FDM with respect to  $u_y^2$ ; (f) PINN and FDM with respect to  $u_x^2 + u_y^2$ .

比图。图 10(a)–(c) 为 SSF 与 FDM 算法求解  $u_x^2$ ,  $u_y^2$ ,  $u_x^2 + u_y^2$  的相互误差, 其中 SSF 与 FDM 求解的  $u_x^2$ ,  $u_y^2$ ,  $u_x^2 + u_y^2$  结果相互误差量级在  $10^{-5}$  左右, 说明 SSF 与 FDM 计算结果十分相似。图 10(d)–(f) 为 PINN 与 FDM 算法求解  $u_x^2$ ,  $u_y^2$ ,  $u_x^2 + u_y^2$  的相互误差, 其中 PINN 与 FDM 求解的  $u_x^2$ ,  $u_y^2$ ,  $u_x^2 + u_y^2$  结果相互误差量级在  $10^{-3}$  左右, 并且 PINN 与 SSF 对应的脉冲演化与图 10(d)–(f) 相似。上述研究阐述了 3 种算法求解 VNLSE 过程, 并对这些方法的误差进行了对比分析, 深化了研究人员对相关求解方法的认识。

## 4 结 论

本文深入探讨了利用多种算法模拟脉冲在光纤中 NLSE 传输的动力学过程。详细阐述了 PINN

如何基于物理信息构建相应的损失函数, 并通过优化使其最小化, 从而实现对 NLSE 的数值求解。在此基础上, 进一步讨论了 PINN 的训练步骤与结构, 并对 FDM, SSF 和 PINN 三种方法的求解结果进行了误差对比分析。然后深入研究了 PINN 中不同网络类型、激活函数、隐藏层及神经元个数对求解结果的影响。通过系统分析发现, 选择合适的激活函数与网络类型的组合能够显著降低误差, 其中 FNN 与 tanh 激活函数的组合表现尤为出色。随后, 提出传统方法与数据驱动方法相结合的集成学习方案, 该方案在降低求解误差、提高精度方面的具有很好的效果。最后, 运用 FDM, SSF 和 PINN 对具有不同啁啾参数的艾里脉冲演化、保偏光纤中 VNLSE 进行了模拟。本文提出的基于 FDM, SSF 和 PINN 的集成学习方案为基于数据驱动的智能光纤激光器研究和开发奠定了坚实的基础。

## 参考文献

- [1] Agrawal G P (translated by Jia D F, Yu Z H) 2010 *Principles and Applications of Nonlinear Fibre Optics* (Beijing: Electronic Industry Press) pp18–109 (in Chinese) [阿戈沃 G P 著 (贾东方, 余震虹 译) 2010 非线性光纤光学原理及应用 (北京: 电子工业出版社) 第 18—109 页]
- [2] Ngo N Q 2018 *Ultra-fast Fiber Lasers: Principles and Applications with MATLAB® Models* (Boca Raton: CRC Press) pp139–157
- [3] Chang Q S, Jia E H, Sun W 1999 *J. Comput. Phys.* **148** 397
- [4] Wang H Q 2005 *Appl. Math. Comput.* **170** 17
- [5] Zhao L, Sui Z, Zhu Q H, Zhang Y, Zuo Y L 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 3977 (in Chinese) [赵磊, 隋展, 朱启华, 张颖, 左言磊 2009 物理学报 **58** 3977]
- [6] Xie S S, Li G X, Yi S 2009 *Comput. Meth. Appl. Mech. Eng.* **198** 1052
- [7] Wu L 2012 *Numer. Meth. Partial Differ. Eq.* **28** 63
- [8] Caplan R M 2013 *Appl. Numer. Math.* **71** 24
- [9] Cui S Y, Lv X X, Xin J 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 040201 (in Chinese) [崔少燕, 吕欣欣, 辛杰 2016 物理学报 **65** 040201]
- [10] Feng X B, Li B Y, Ma S 2021 *SIAM J. Numer. Anal.* **59** 1566
- [11] Ibarra-Villalón H E, Pottiez O, Gómez-Vieyra A, Lauterio-Cruz J P, Bracamontes-Rodríguez Y E 2023 *Phys. Scr.* **98** 065514
- [12] Zhang L F, Liu K, Zhong H Z, Zhang J G, Li Y, Fan D Y 2015 *Opt. Express* **23** 2566
- [13] Yu Y, Zhang Y T, Song X X, Zhang H T, Cao M X, Che Y L, Zhang H, Yao J Q 2017 *IEEE Photonics J.* **9** 7904107
- [14] Xin W, Wang Y, Xin Z G, Li L 2021 *Opt. Commun.* **489** 126889
- [15] Luo M, Zhang Y Z, Chen N M, Liu M, Luo A P, Xu W C, Luo Z C 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 204203 (in Chinese) [罗民, 张泽贤, 陈乃妙, 刘萌, 罗爱平, 徐文成, 罗智超 2023 物理学报 **72** 204203]
- [16] Lawal Z K, Yassin H, Lai D T, Che-Idris A 2022 *Big Data Cogn. Comput.* **6** 140
- [17] Karniadakis G E, Kevrekidis I G, Lu L, Perdikaris P, Wang S, Yang L 2021 *Nat. Rev. Phys.* **3** 422
- [18] Li Y, Chen S C 2022 *Comput. Sci.* **49** 254 (in Chinese) [李野, 陈松灿 2022 计算机科学 **49** 254]
- [19] Raissi M, Perdikaris P, Karniadakis G E 2019 *J. Comput. Phys.* **378** 686
- [20] Pu J C, Peng W Q, Chen Y 2021 *Wave Motion.* **107** 102823
- [21] Pu J C, Li J, Chen Y 2021 *Nonlinear Dyn.* **105** 1723
- [22] Wang L, Yan Z Y 2021 *Phys. Lett. A* **404** 127408
- [23] Zang Y B, Yu Z M, Xu K, Chen M H, Yang S G, Chen H W 2021 *J. Lightwave Technol.* **40** 404
- [24] Jiang X T, Wang D S, Chen X, Zhang M 2022 *J. Lightwave Technol.* **40** 21
- [25] Jiang X T, Wang D S, Fan Q R, Zhang M, Lu C, Lau A P 2022 *Laser Photonics Rev.* **16** 2100483
- [26] Fang Y, Bo W B, Wang R R, Wang W W, Chao Q D 2022 *Chaos Soliton. Fract.* **165** 112908
- [27] Tian S F, Li B 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 100202 (in Chinese) [田十方, 李彪 2023 物理学报 **72** 100202]
- [28] Luo X, Zhang M, Jiang X T, Song X M, Zhang X M, Wang D S 2023 *Infrared Laser Eng.* **52** 12 (in Chinese) [罗霄, 张民, 蒋啸天, 宋裕琛, 张希萌, 王丹石 2023 红外与激光工程 **52** 12]
- [29] Thulasidharan K, Sinthuja N, Priya N V, Senthilvelan M 2024 *Commun. Theor. Phys.* **76** 115801
- [30] Psaros A F, Kawaguchi K, Karniadakis G E 2022 *J. Comput. Phys.* **458** 111121
- [31] Uduaghomen J, Leeson M S, Liu Z, Lakshminarayana S, Xu T H 2024 *Appl. Opt.* **63** 3794
- [32] Cuomo S, Di Cola V S, Giampaolo F, Rozza G, Raissi M, Piccialli F 2022 *J. Sci. Comput.* **92** 88
- [33] Lu L, Meng X H, Mao Z P, Karniadakis G E 2019 *SIAM Rev.* **63** 208
- [34] Yu J, Lu L, Meng X H, Karniadakis G E 2022 *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* **393** 114823
- [35] Wang T M, Cai L J, Xia C J, Song H, Li L B, Bai G X, Fu N Q, Xian L D, Yang R, Mu H R, Zhang G Y, Lin S H 2024 *Adv. Sci.* **11** 2406476
- [36] Gong K W, Li L B, Yu W Z 2023 *Mater. Des.* **228** 111848
- [37] Ding B B, Li L B, Gong K W 2023 *Appl. Surf. Sci.* **22** 156944
- [38] Mao D, He Z W, Zhang Y S, Du Y Q, Zeng C, Yun L, Luo Z C, Li T J, Sun Z P, Zhao J L 2022 *Light Sci. Appl.* **11** 25
- [39] Mao D, Wang H, Zhang H, Zeng C, Du Y Q, He Z W, Sun Z P, Zhao J L 2021 *Nat. Commun.* **12** 6712
- [40] Mao D, Gao Q, Li J Y, He Z W, Du Y Q, Zeng C, Sun Z P, Zhao J L 2022 *Phys. Rev. Appl.* **18** 044044
- [41] Rao C P, Ren P, Wang Q, Buyukozturk O, Sun H, Liu Y 2023 *Nat. Mach. Intell.* **5** 765
- [42] Cao R H, Su J, Feng J Q, Guo Q 2024 *Electron. Res. Arch.* **32** 6641
- [43] Ismail M S, Alamri S Z 2004 *Int. J. Comput. Math.* **81** 333
- [44] Wang T 2011 *J. Comput. Appl. Math.* **235** 4237
- [45] Wu G Z, Fang Y, Wang Y Y, Wu G C, Dai C Q 2021 *Chaos Solitons Fractals* **152** 111393

# Research on pulse transmission dynamics in optical fiber based on intelligent algorithms\*

LI Jun<sup>1)</sup> SU Jin<sup>1)</sup> HAN Xiaoxiang<sup>1)2)3)†</sup> ZHU Weijie<sup>1)</sup>  
 YANG Ruixia<sup>1)</sup> ZHANG Haiyang<sup>1)2)3)</sup> YAN Xiang'an<sup>1)2)3)</sup>  
 ZHANG Yunjie<sup>1)2)3)</sup> WANG Feiran<sup>1)2)3)</sup>

<sup>1)</sup> (School of Science, Xi'an Polytechnic University, Xi'an 710048, China)

<sup>2)</sup> (Engineering Research Center of Flexible Radiation Protection Technology, Universities of Shaanxi Province, Xi'an 710048, China)

<sup>3)</sup> (Xi'an Key Laboratory of Nuclear Protection Textile Equipment Technology, Xi'an 710048, China)

( Received 21 October 2024; revised manuscript received 16 January 2025 )

## Abstract

Nonlinear Schrödinger equation (NLSE) has important applications in quantum mechanics, nonlinear optics, plasma physics, condensed matter physics, optical fiber communication and laser system design, and its accurate solution is very important for understanding complex physical phenomena. Here, the traditional finite difference method (FDM), the split-step Fourier (SSF) method and the physics-informed neural network (PINN) method are studied, aiming to analyze in depth the solving mechanisms of various algorithms, and then realize the efficient and accurate solution of complex NLSE in optical fiber. Initially, the steps, process and results of PINN in solving the NLSE for pulse under the condition of short-distance transmission are described, and the errors of these methods are quantitatively evaluated by comparing them with the errors of PINN, FDM and SSF. On this basis, the key factors affecting the accuracy of NLSE solution for pulse under long-distance transmission are further discussed. Then, the effects of different networks, activation functions, hidden layers and the number of neurons in PINN on the accuracy of NLSE solution are discussed. It is found that selecting a suitable combination of activation functions and network types can significantly reduce the error, and the combination of FNN and tanh activation functions is particularly good. The effectiveness of ensemble learning strategy is also verified, that is, by combining the advantages of traditional numerical methods and PINN, the accuracy of NLSE solution is improved. Finally, the evolution characteristics of Airy pulse with different chirps in fiber and the solution of vector NLSE corresponding to polarization-maintaining fiber are studied by using the above algorithm. This study explores the solving mechanisms of FDM, SSF and PINN in complex NLSE, compares and analyzes the error characteristics of those methods in various transmission scenarios, proposes and verifies the ensemble learning strategy, thus providing a solid theoretical basis for studying pulse transmission dynamics and data-driven simulation.

**Keywords:** pulse transmission in fiber, nonlinear Schrödinger equation, physical information neural network, Airy chirp pulse

**PACS:** 02.30.Jr, 02.60.-x, 42.65.-k, 42.81.-i

**DOI:** 10.7498/aps.74.20241473

**CSTR:** 32037.14.aps.74.20241473

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. U2330109, 62405239, 61805212).

† Corresponding author. E-mail: [hanxiaoxiang@xpu.edu.cn](mailto:hanxiaoxiang@xpu.edu.cn)





## 基于智能算法对脉冲在光纤中传输动力学的研究

李君 苏进 韩小祥 朱伟杰 杨瑞霞 张海洋 严祥安 张云婕 王斐然

## Research on pulse transmission dynamics in optical fiber based on intelligent algorithms

LI Jun SU Jin HAN Xiaoxiang ZHU Weijie YANG Ruixia ZHANG Haiyang YAN Xiang'an ZHANG Yunjie WANG Feiran

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 74, 060201 (2025) DOI: 10.7498/aps.74.20241473

CSTR: 32037.14.aps.74.20241473

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.74.20241473>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 基于梯度优化物理信息神经网络求解复杂非线性问题

Solving complex nonlinear problems based on gradient-optimized physics-informed neural networks

物理学报. 2023, 72(10): 100202 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20222381>

#### 基于源项解耦的物理信息神经网络方法及其在放电等离子体模拟中的应用

Physics-informed neural networks based on source term decoupled and its application in discharge plasma simulation

物理学报. 2024, 73(14): 145201 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20240343>

#### 散焦型非线性薛定谔方程的Whitham调制理论及其间断初值问题解的分类和演化

Whitham modulation theory of defocusing nonlinear Schrödinger equation and the classification and evolutions of solutions with initial discontinuity

物理学报. 2023, 72(10): 100503 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230172>

#### 空间位移对称非局域非线性薛定谔方程的高阶怪波解

General higher-order rogue waves in the space-shifted -symmetric nonlocal nonlinear Schrödinger equation

物理学报. 2023, 72(10): 104204 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20222298>

#### 超快光纤激光器中可控脉冲产生与湮灭动力学

Controlled pulse generation and annihilation dynamics in ultrafast fiber lasers

物理学报. 2024, 73(17): 174201 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20240673>

#### 基于物理信息神经网络的光斑质心计算

Calculation of spot centroid based on physical informed neural networks

物理学报. 2022, 71(20): 200601 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220670>