

基于空间增殖系数修正的钚材料快中子多重性测量*

李凯乐 黎素芬[†] 蔡幸福 霍勇刚 王飞

(火箭军工程大学核工程学院, 西安 710025)

(2024 年 10 月 31 日收到; 2024 年 11 月 24 日收到修改稿)

快中子多重性测量技术是军控核查领域一项重要的无损检测技术, 可用于核材料的质量衡算. 但该方法是基于点模型假设建立的, 会造成系统偏差. 为修正偏差提升测量精度, 本文对两种不同形状的样品进行了快中子多重性模拟测量, 得到了材料空间体积内中子产生、吸收和净增长随位置的变化关系, 发现了中子泄漏增殖系数的空间变化规律. 根据中子多重性阶乘矩与待测参数间的函数关系, 提出了一种基于空间增殖系数修正的方法, 通过引入修正因子 g_n , 推导了快中子多重性加权点模型方程. 为验证该方法的准确性, 本文通过 Geant4 搭建了一套测量模型, 对球体和圆柱体两种形状的公斤级钚样品进行了模拟测量. 结果表明, 快中子多重性加权点模型方程的测量精度高于点模型方程, 测量偏差缩小至 6% 以内, 提供了一种求解公斤级钚样品质量的优化方法, 推动了快中子多重性测量技术向前发展.

关键词: 空间增殖系数, 加权点模型, 快中子多重性**PACS:** 14.60.Ef, 25.30.Mr, 95.55.Vj, 95.85.Ry**DOI:** 10.7498/aps.74.20241529**CSTR:** 32037.14.aps.74.20241529

1 引言

快中子多重性测量技术主要用于核材料的质量衡算, 特别是铀和钚等裂变材料, 以确保核不扩散和核材料的安全管理, 在军控核查领域中发挥着重要作用. 快中子多重性测量是一种基于中子探测和事件统计分析的技术, 与热中子多重性测量技术不同, 其采用闪烁体探测器直接对裂变中子进行探测, 无需中子慢化过程, 再通过时间关联分析方法分析中子时间序列, 确定中子多重计数率, 最后代入方程求解核材料的质量, 在核材料属性认证上具有独特的优势^[1-3]. 国内外众多研究机构对其开展了研究, 取得了较大进展^[4-6], Zhang 等^[7,8]推导了钚材料的高阶快中子多重性测量方程和铀材料的有源快中子多重性方程, 针对快中子测量中存在的散射串扰现象, 还引入了串扰系数进行修正并推导

了新方程^[9]. 点模型是快中子多重性方程建立过程中的一条重要假设, 即假设所有中子是从同一点产生的. 对于公斤级样品, 裂变中子的空间增殖非均匀性更加明显, 不满足该假设条件, 对测量结果造成较大偏差^[10]. 为修正测量偏差, Li 等^[11]提出了基于增殖系数修正的测量方法, Liu 等^[12]提出了一种双参数迭代的方法对增殖系数进行修正. 除此之外, 还有基于增殖系数和 α 系数拟合修正的方法^[13], 以及人工智能的方法^[14,15]. Burward-Hoy 等^[16]针对中子多重性测量技术进行了大量研究, 建立了加权点模型方程, 对热中子多重性方法进行了修正, 该方法通过对大量不同质量、形状的样品进行模拟计算, 得到权重因子与泄漏增殖系数的拟合经验公式, 通过该公式得到权重因子的具体数值, 再将权重因子代入方程, 实现对公斤级钚样品质量的求解. 这种方法虽然在一定程度上修正了测量偏差, 但权重因子都是通过大量的仿真计算后得到的经

* 国家自然科学基金 (批准号: 12475307) 资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: leesf2006@sina.cn

验值, 且加权点模型方程的提出并未给出具体推导过程和思路, 缺乏充分的理论分析, 计算量大, 难以推广. 而快中子多重性测量中存在的误差求解偏差问题仍未得到有效解决, 相关模型仍存在较大偏差. 因此, 本文拟对快中子多重性点模型方程进行修正, 通过分析中子的空间增殖效应, 得到中子泄漏增殖系数的变化特性, 在此基础上提出 n 阶增殖系数的修正因子, 推导快中子多重性加权点模型方程, 并通过 Geant4 进行仿真验证, 以期实现公斤级钚样品质量的精准求解.

2 仿真模型的构建

本文涉及模拟验证, 为完成相关内容, 还需搭建快中子多重性测量模型. 快中子多重性测量的模拟主要包含两个部分: 一是探测过程模拟, 对核材料裂变、粒子运输、探测响应等物理过程进行模拟; 二是计数过程模拟, 对探测的中子信号进行处理, 提取相关信息. 其中, 第 1 部分主要通过 Geant4 实现, 主要包括探测模型的搭建、物理过程的构建、探测过程的设置. 对于探测模型的构建, 本文采用 Geant4 搭建出一套井型测量系统进行模拟研究^[17,18]. 该测量系统由 24 个液闪探测器组成, 共 3 层, 每层均匀排列分布 8 个 BC501A 液闪探测器, 闪烁体密度为 0.874 g/cm^3 . 单个探测器的几何尺寸为 $\phi 120 \text{ mm} \times 60 \text{ mm}$, 探测器前端面距离探测系统的中心轴 20 cm , 探测阵列的垂直高度为 42 cm , 探测系统的几何中心设置待测样品, 空腔填充空气. 系统布局结构如图 1 所示. 其中, Geant4 模型所采用的数据库为 G4NDL 中子数据库 (根据 ENDF/B-VII.1 评价核数据库制作而成). 物理过程的构建主要包括粒子的衰变、中子散射、诱发裂变、粒子运输等, 采用 Geant4 内置的 G4HadronElasticProcess、G4NeutronInelasticProcess、G4HadronCaptureProcess、G4HadronFissionProcess 模型. 通过闪烁体探测器记录中子时间信息, 生成 list-mode 数据文件^[19].

第 2 部分的模拟主要通过 Matlab 来实现, 通过编程构建一个虚拟的多重性移位寄存器. 多重性移位寄存器原理如图 2 所示, 每个探测到的中子信号作为一个触发信号, 触发信号后 T_G 时间内的中子信号个数为前景重数, 每次计数结束后使前景重数对应的前景计数器加 1. T_{LD} 是为保证不会有与

触发信号相关的计数设置的长延时, T_{LD} 后 T_G 时间内的中子信号个数为背景重数, 每次计数使背景重数对应的背景计数器加 1. 分析第 1 部分模拟得到的中子脉冲序列, 设置符合门宽为 100 ns , 提取前景计数以及背景计数, 根据多重性分布与前景、背景计数的等量关系^[20], 求得多重计数率 Singles(S), Doubles(D), Triples(T).

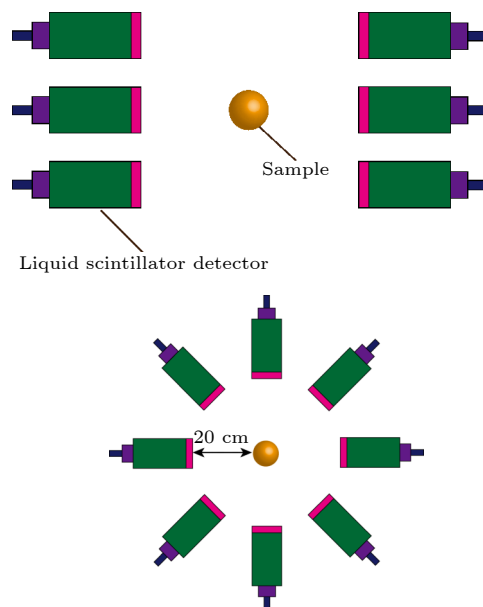


图 1 快中子多重性测量系统

Fig. 1. Fast neutron multiplicity measurement system.

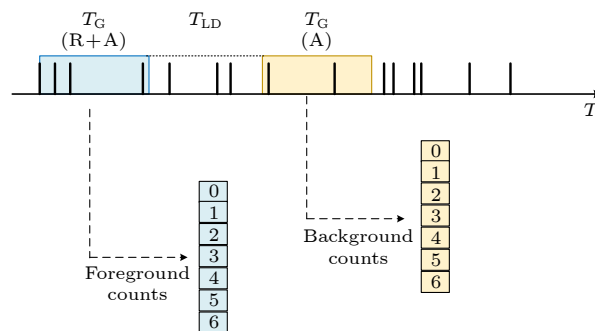


图 2 多重移位寄存器原理图

Fig. 2. Principle of multiplicity shift register.

3 中子空间增殖效应分析

中子多重性测量是基于点模型, 其意义表示样品整个空间体积内的增殖效应相同. 但在实际测量过程中由于中子通量分布、诱发裂变密度等差异, 样品空间体积内中子的增殖效应会随着位置发生变化. 通常情况下, 泄漏增殖系数会随着样品质量的增大而增大, 泄漏增殖系数高估会导致样品质量

偏小. 因此, 中子泄漏增殖系数的准确性对测量结果至关重要. 本节主要对样品空间体积内的中子增殖效应进行分析, 定义中子产生量为 $P(r)$, 中子吸收量为 $A(r)$, 中子增长量为 $N(r)$, r 代表该点在样品体积内的位置. 通过 (1) 式和 (2) 式可计算得到材料空间体积内的中子净增殖量 N_{tot} :

$$N(r) = P(r) - A(r), \quad (1)$$

$$N_{\text{tot}} = \int_{\text{Volume}} N(r) dV. \quad (2)$$

在求得中子净增殖量的基础上, 根据泄漏增殖系数的定义, 材料的中子泄漏增殖系数可表示为

$$M_L = \frac{v_{\text{sfl}} F + N_{\alpha} + N_{\text{tot}}}{v_{\text{sfl}} F + N_{\alpha}}, \quad (3)$$

其中, N_{α} 为 (α, n) 反应产生中子数, F 为自发裂变率, v_{sfl} 为单次裂变平均释放中子数.

为分析中子的空间增殖效应, 采用第 2 节中搭建的闪烁体探测模型对两种不同形状的纯金属钷材料进行测量: 球体 ($r = 3 \text{ cm}$) 和圆柱体 ($h = 6 \text{ cm}$, $r = 3 \text{ cm}$), 密度为 19.8 g/cm^3 , 丰度占比 $f_{240} = 10\%$, $f_{239} = 90\%$, 质量分别为 2238.192 g 和 3357.288 g . 钷材料在空间体积内均匀分布, 以球体样品的球心为中心, 沿半径将球体分成质量相等的 10 个球壳, 每个壳层约重 223.82 g , 包含 22.38 g 的 ^{240}Pu ; 对于圆柱体样品, 保持轴向高度不变, 沿径向将圆柱体样品分成质量相等的 10 个壳层, 每个壳层约重 335.73 g , 包含 33.57 g 的 ^{240}Pu . 记录每个壳层的

中子产生量 $P(r)$ 和吸收量 $A(r)$, 中子产生量是指来自本壳层的诱发裂变产生中子数, 中子吸收量是指本壳层诱发裂变吸收中子数, 也可理解为本壳层发生的诱发裂变次数. 在此基础上, 根据 (1) 式和 (2) 式得到每个壳层的中子净增殖量 N_{tot} , 结果如图 3 和表 1 所示.

从图 3 可以看出, 无论球体还是圆柱体, 材料空间体积内的中子产生量与吸收量会随着空间位置发生改变, 内层的中子产生量和吸收量均高于外层, 这主要是因为材料内部中子会不断与重核发生散射, 导致内层的中子通量密度更高, 诱发裂变概率更大, 从而导致中子的产生量和吸收量更大. 而且这种空间分布上的差异会导致各个壳层的中子净增殖量不同, 如表 1 所示, 内层的中子净增殖量明显高于外层. 中子的净增殖量是影响中子泄漏增殖系数的重要因素, 如 (3) 式所示, 在保证核材料均匀分布且各壳层的质量相等的情况下, 各壳层的初级行为产额 $Fv_{\text{sfl}} + N_{\alpha}$ 会保持相同, 泄漏增殖系数的计算取决于中子净增殖量 N_{tot} . 通过该式可以得到不同壳层的中子泄漏增殖系数, 如图 4 所示.

图 4 中红线为该材料的平均中子泄漏增殖系数, 蓝线为不同壳层的中子泄漏增殖系数. 与中子净增殖量一样, 泄漏增殖系数会随着半径的增大而逐渐减小, 内层的中子泄漏增殖系数高于平均值, 外层低于平均值. 与点模型假设相反, 图 4 的结果表明中子泄漏增殖系数并不是固定的, 会随空间位

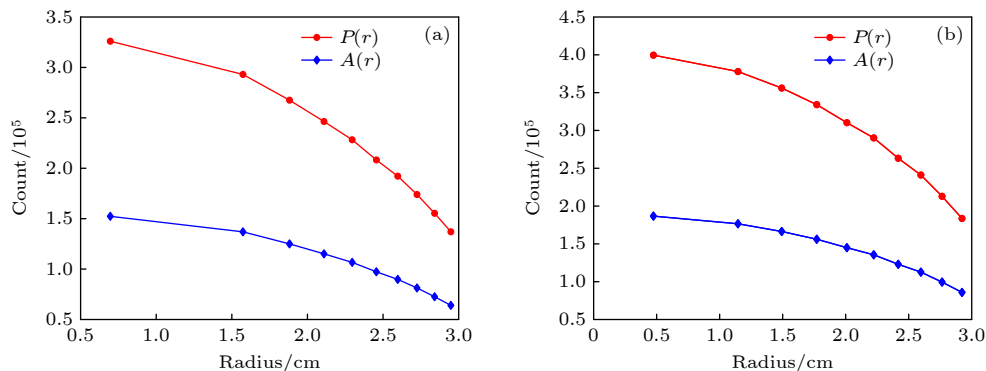


图 3 中子产生量和吸收量 (a) 球体; (b) 圆柱体

Fig. 3. neutron production and absorption: (a) Sphere; (b) cylinder.

表 1 中子净增殖量
Table 1. Net increase of neutron.

样品	第1层	第2层	第3层	第4层	第5层	第6层	第7层	第8层	第9层	第10层
球体	173663	156111	142509	131236	121585	110940	102358	92682	82744	72978
圆柱体	212847	201300	189675	177980	165286	154546	140224	128419	113419	97833

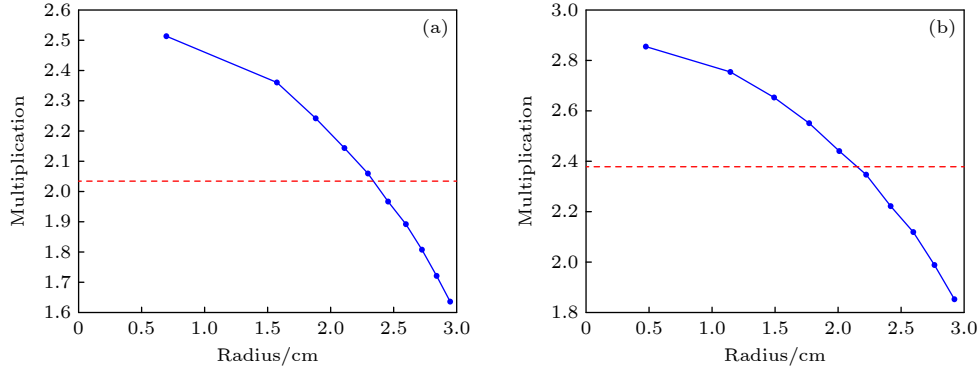


图 4 中子泄漏增殖系数空间分布 (a) 球体; (b) 圆柱体

Fig. 4. Spatial distribution of neutron multiplication coefficient: (a) Sphere; (b) cylinder.

置的变化发生改变, 而点模型方程假定核材料空间体积内的中子增殖效应是相同的、泄漏增殖系数是恒定的, 这种理想条件下求解的泄漏增殖系数往往大于实际值, 从而导致求解的质量偏小. 为修正该偏差, 本文通过模拟计算得到材料空间各位置的中子泄漏增殖系数, 提出修正因子进行修正, 并推导方程.

4 空间增殖系数修正

本节主要对中子的空间增殖系数进行修正, 从物理过程出发, 利用概率母函数和阶乘矩对快中子多重性加权点模型方程进行推导. 中子的来源主要包含 3 个方面: 自发裂变、诱发裂变、 (α, n) 反应. 在点模型、超裂变等基本假设下, 待求解参数可以简化成自发裂变率 F 、 (α, n) 反应系数 α 、泄漏增殖系数 M_L . 其中, 定义 α 系数为 (α, n) 反应中子数与自发裂变中子数之比, 如 (4) 式所示. N_{sf} 为自发裂变释放中子数.

$$\alpha = \frac{N_\alpha}{N_{sf}} = \frac{N_\alpha}{F \cdot v_{sf1}}. \quad (4)$$

由于 (α, n) 反应一次只能放出一个中子, 初级事件的总反应率为

$$R_s = F + N_\alpha = F(1 + \alpha \cdot v_{sf1}). \quad (5)$$

$P_{sf}(v)$ 为自发裂变的中子多重性分布, 自发裂变和 (α, n) 反应释放中子的多重性分布为

$$P_s(v) = \frac{F}{R_s} P_{sf}(v) + \frac{N_\alpha}{R_s} \delta_{1v}. \quad (6)$$

δ_{1v} 为 Kronecker 符号, 在超裂变假设的基础上, 可以将自发裂变中子、 (α, n) 反应中子、诱发裂变中子视为同时出射, 满足多重性分布 $P(v)$. $P(v)$

与对应的多重性阶乘矩 v_n 满足如下关系:

$$\begin{aligned} \sum_{v=0}^{\infty} v P(v) &= v_1, \quad \sum_{v=0}^{\infty} v(v-1) P(v) = v_2, \\ \sum_{v=0}^{\infty} v(v-1) \cdots (v-n+1) P(v) &= v_n. \end{aligned} \quad (7)$$

根据参考文献 [20], 出射中子多重性分布的第一、第二、第三阶乘矩与各项参数满足如下关系:

$$v_1 = \frac{F v_{sf1}}{F + F_\alpha} (1 + \alpha) M_L \varepsilon (1 + k), \quad (8)$$

$$\begin{aligned} v_2 &= M_L^2 \frac{F}{F + F_\alpha} \left(v_{sf2} + v_{sf1} (1 + \alpha) v_{i2} \frac{M_L - 1}{v_{i1} - 1} \right) \\ &\quad \times \varepsilon^2 (1 + k)^2 + 2\varepsilon k \frac{F v_{sf1}}{F + F_\alpha} (1 + \alpha) M_L, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} v_3 &= M_L^3 \frac{F}{F + F_\alpha} \left[v_{sf3} + 3v_{sf2} v_{i2} \frac{M_L - 1}{v_{i1} - 1} \right. \\ &\quad \left. + v_{sf1} (1 + \alpha) v_{i3} \frac{M_L - 1}{v_{i1} - 1} \right. \\ &\quad \left. + 3v_{sf1} (1 + \alpha) v_{i2}^2 \left(\frac{M_L - 1}{v_{i1} - 1} \right)^2 \right] \varepsilon^3 (1 + k)^3 \\ &\quad + 6\varepsilon^2 k (1 + k) M_L^2 \frac{F}{F + F_\alpha} \\ &\quad \times \left(v_{sf2} + v_{sf1} (1 + \alpha) v_{i2} \frac{M_L - 1}{v_{i1} - 1} \right). \end{aligned} \quad (10)$$

其中, v_{sfn} 为自发裂变多重性的阶乘矩, v_{in} 为诱发裂变多重性的阶乘矩, 数据均可从核数据库中查阅 [21]. ε 表示中子探测效率, k 为一重散射串扰率, 与探测系统布局紧密相关, 可提前通过标准源刻度求得. 本文研究中所采用的测量模型的探测效率和一重散射串扰率均通过模拟计算获得.

根据上述分析, 出射中子多重性分布 $P(v)$ 与

阶乘矩 v_n 满足 (7) 式, 且在点模型假设的基础上, $P(v)$ 不会随位置发生改变, 中子空间增殖效应会保持一致. 但第 3 节的研究结果表明, 在测量材料的空间体积内, 中子的空间增殖效应并不相同, 会随位置发生改变. 相应的出射中子的阶乘矩也会随位置发生变化, 应进行如下修正:

$$\overline{v_n} = \frac{1}{V} \int v_n(r) dV. \quad (11)$$

根据 (8) 式—(10) 式中泄漏增殖系数 M_L 与中子多重性阶乘矩的关系, 将 (8) 式—(10) 式分别代入 (11) 式, 可以得到

$$\overline{v_1} = \frac{\overline{M_L}}{1 + \alpha v_{sf1}} v_{sf1} (1 + \alpha), \quad (12)$$

$$\overline{v_2} = \frac{\overline{M_L^2} v_{sf2}}{1 + \alpha v_{sf1}} + \frac{\overline{M_L^3} - \overline{M_L^2}}{(1 + \alpha v_{sf1})(v_{i1} - 1)} v_{sf1} (1 + \alpha) v_{i2}, \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \overline{v_3} = & \frac{\overline{M_L^3} v_{sf3}}{1 + \alpha v_{sf1}} + \left[\frac{\overline{M_L^4} - \overline{M_L^3}}{(1 + \alpha v_{sf1})(v_{i1} - 1)} \right] \\ & \times [3v_{sf2} v_{i2} + v_{sf1} (1 + \alpha) v_{i3}] \\ & + 3 \frac{\overline{M_L^5} - 2\overline{M_L^4} + \overline{M_L^3}}{(1 + \alpha v_{sf1})(v_{i1} - 1)^2} v_{sf1} (1 + \alpha) v_{i2}^2, \end{aligned} \quad (14)$$

其中, $\overline{M_L} = \frac{1}{V} \int M_L(r) dV$, $\overline{M_L^n} = \frac{1}{V} \int M_L^n(r) dV$. 在点模型假设的条件下, 可认为 $\overline{M_L^n} = (\overline{M_L})^n$, 但根据图 4 计算结果, 泄漏增殖系数并不恒定, 不满足该等式关系. 因此, 提出空间增殖系数修正因子为

$$g_n = \overline{M_L^n} / (\overline{M_L})^n. \quad (15)$$

将该修正因子代入点模型快中子多重性方程, 最终建立起加权点模型测量方程, 如 (16) 式—(18) 式所示:

$$S = F\varepsilon(1 + k)v_{sf1}(1 + \alpha)M_L, \quad (16)$$

$$D = \frac{F\varepsilon^2(1 + k)^2 f_d M_L^2}{2} \left[v_{sf2} g_2 + (g_3 M_L - g_2) \frac{v_{sf1} v_{i2}}{v_{i1} - 1} (1 + \alpha) \right] + F\varepsilon k f_d v_{sf1} (1 + \alpha) M_L, \quad (17)$$

$$\begin{aligned} T = & \frac{F\varepsilon^3(1 + k)^3 f_t M_L^3}{6} \left[v_{sf3} g_3 + (g_4 M_L - g_3) \frac{3v_{sf2} v_{i2}}{v_{i1} - 1} + (g_4 M_L - g_3) \frac{v_{sf1} v_{i3}}{v_{i1} - 1} (1 + \alpha) \right. \\ & \left. + (g_5 M_L^2 - 2g_4 M_L + g_3) \frac{3v_{sf1} (1 + \alpha) v_{i2}^2}{(v_{i1} - 1)^2} \right] + F\varepsilon^2 k (1 + k) f_t M_L^2 \left[g_2 v_{sf2} + (g_3 M_L - g_2) \frac{v_{sf1} v_{i2}}{v_{i1} - 1} (1 + \alpha) \right]. \end{aligned} \quad (18)$$

与点模型测量方程的求解方法相似, 该方程的求解同样使用牛顿迭代法, 通过 (16) 式—(18) 式的合理迭代, 消去 F 和 α 得到泄漏增殖系数 M_L 的五阶多项式, 先求解泄漏增殖系数 M_L , 再求解自发裂变率 F 和 α 系数, 如 (19) 式、(20) 式所示, 其中 a, b, c, d 分别为对应泄漏增殖系数 n 阶多项式的系数, 由已知参量构成:

$$f(M) = aM_L^5 + bM_L^4 + cM_L^3 + dM_L^2 = 0, \quad (19)$$

$$\begin{aligned} F = & \frac{2[D - Skf_d/(1 + k)]}{\varepsilon^2(1 + k)^2 f_d M_L^2 v_{sf2} g_2} \\ & - \frac{Sv_{i2}(g_3 M_L - g_2)}{(v_{i1} - 1)\varepsilon(1 + k)M_L v_{sf2} g_2}. \end{aligned} \quad (20)$$

5 仿真验证

5.1 离散修正

采用第 2 节中搭建的快中子多重性测量模型分别对第 3 节的两种材料进行模拟测量, 求解各壳层对应的泄漏增殖系数, 分别通过 (21) 式、(22) 式计算球体、圆柱体的 n 阶泄漏增殖系数的平均值, 再通过 (15) 式计算修正因子 g_n , 结果如表 2 所示.

$$\overline{M_L^n}_{\text{sphere}} = \frac{1}{V} \int_0^R 4\pi \cdot r^2 \cdot M_L^n(r) dr, \quad (21)$$

$$\overline{M_L^n}_{\text{cylinder}} = \frac{1}{V} \int_0^R 2\pi \cdot r \cdot h \cdot M_L^n(r) dr. \quad (22)$$

表 2 离散修正因子
Table 2. Discrete correction factor.

样品	$\overline{M_L^n}$					$(\overline{M_L})^n$					g_n				
	$\overline{M_L}$	$\overline{M_L^2}$	$\overline{M_L^3}$	$\overline{M_L^4}$	$\overline{M_L^5}$	$(\overline{M_L})^1$	$(\overline{M_L})^2$	$(\overline{M_L})^3$	$(\overline{M_L})^4$	$(\overline{M_L})^5$	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5
球体	2.03	4.21	8.87	18.97	41.24	2.03	4.14	8.42	17.13	34.84	1	1.017	1.053	1.107	1.184
圆柱体	2.38	5.76	14.16	35.36	89.52	2.38	5.66	13.45	31.99	76.09	1	1.017	1.052	1.105	1.176

从表 2 可以看出, 随着泄漏增殖系数的幂增大, $\overline{M}^n$ 和 $(\overline{M})^n$ 的差距也在逐渐增大, 从而导致 g_n 不断增大. 因此在高阶方程中, 这种偏差会放大, 导致最终求解结果偏差不断增大. 将测得的修正因子代入测量方程得到公式, 便可得到快中子多重性加权点模型方程.

通过快中子加权点模型求解泄漏增殖系数与材料质量, 并与点模型方程的求解结果进行比较, 结果如表 3 所示.

表 3 离散修正效果
Table 3. discrete correction effect.

	泄漏增殖系数		计算质量		计算偏差/%	
	球体	圆柱体	球体	圆柱体	球体	圆柱体
修正前	2.16	2.51	161.05	243.06	-28.04	-27.6
修正后	2.07	2.40	236.03	344.30	5.5	2.6

分析表 3 的测量结果可以发现, 点模型方程求解的泄漏增殖系数往往高于真实值, 偏差较大, 导致的测量偏差接近于 30%. 修正后求解的泄漏增殖系数更加接近实际值, 测量偏差明显缩小, 充分证明了该方法的有效性, 可应用于公斤级钚样品的快中子多重性测量.

5.2 拟合修正

一般来说, 离散数据越多, 样品的分层也越多, 得到的修正因子更贴切, 测量结果会更加精确. 但也会极大的降低计算效率. 为实现精度与效率的平衡统一, 保证测量结果的准确性, 本文将各壳层求得的泄漏增殖系数与对应半径进行拟合, 得到泄漏增殖系数与半径之间的函数关系式, 如图 5 所示.

得到拟合函数关系如 (23) 式、(24) 式所示, 球体和圆柱体的拟合关系式的拟合精度分别高达 99.97% 和 99.96%. 拟合系数与测量对象的性质有关, 包括材料种类、体积、密度等:

$$M_{\text{sphere}}(r) = -0.0121r^3 - 0.085r^2 + 0.0587r + 2.5187, \quad (23)$$

$$M_{\text{cylinder}}(r) = -0.0205r^3 - 0.0451r^2 - 0.0459r + 2.8906. \quad (24)$$

通过该函数关系式在材料空间体积上进行积分, 如 (25) 式、(26) 式所示, 得到平均泄漏增殖系数 $\overline{M}_{\text{sphere}} = 2.0284$, $\overline{M}_{\text{cylinder}} = 2.3744$.

$$\begin{aligned} \overline{M}_{\text{sphere}} &= \frac{1}{V} \int_0^R 4\pi \cdot r^2 \cdot M_{\text{sphere}}(r) dr \\ &= \frac{1}{V} \int_0^3 (-0.0484\pi \cdot r^5 - 0.34\pi r^4 \\ &\quad + 0.2348\pi r^3 + 10.0748\pi r^2) dr, \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \overline{M}_{\text{cylinder}} &= \frac{1}{V} \int_0^R 2\pi r \cdot h \cdot M_{\text{cylinder}}(r) dr \\ &= \frac{h}{V} \int_0^3 (-0.041\pi r^4 - 0.0902\pi r^3 \\ &\quad - 0.0918\pi r^2 + 5.7812\pi r) dr. \end{aligned} \quad (26)$$

同理, 对 n 阶泄漏增殖系数进行积分, 得到拟合修正因子, 结果如表 4 所示.

将表 4 得到的修正因子代入快中子多重性方程, 求解泄漏增殖系数和材料质量, 并与离散修正的结果进行比较, 结果如表 5 所示.

从表 5 可以看出, 拟合修正得到的测量结果与离散修正的测量结果相比, 测量精度有小幅度的提升, 更贴合于实际值.

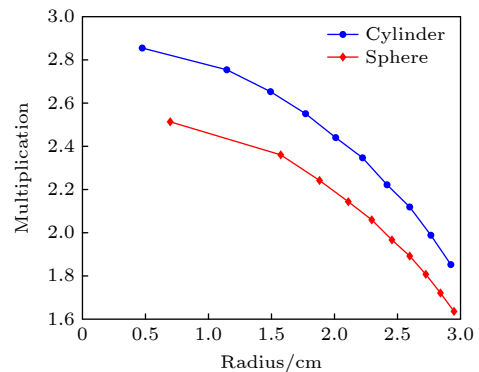


图 5 泄漏增殖系数拟合结果

Fig. 5. Multiplication coefficient fitting results.

表 4 拟合修正因子
Table 4. Fitting correction factor.

样品	$\overline{M}_L^n$					$(\overline{M}_L)^n$					g_n				
	$\overline{M}_L$	$\overline{M}_L^2$	$\overline{M}_L^3$	$\overline{M}_L^4$	$\overline{M}_L^5$	$(\overline{M}_L)^1$	$(\overline{M}_L)^2$	$(\overline{M}_L)^3$	$(\overline{M}_L)^4$	$(\overline{M}_L)^5$	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5
球体	2.03	4.18	8.76	18.64	40.22	2.03	4.11	8.35	16.93	34.34	1	1.016	1.049	1.101	1.171
圆柱体	2.37	5.74	14.08	35.09	88.61	2.37	5.64	13.39	31.78	75.47	1	1.017	1.052	1.104	1.174

表 5 拟合修正效果
Table 5. Fitting correction effect.

	泄漏增殖系数		计算质量		计算偏差/%	
	球体	圆柱体	球体	圆柱体	球体	圆柱体
离散修正	2.07	2.40	236.03	344.30	5.45	2.55
拟合修正	2.08	2.39	231.24	343.02	3.32	2.13

6 总 结

快中子多重性测量方法作为一种无损检测技术在国际核保障监督以及军控核查领域扮演着重要作用. 其中点模型假设对于快中子多重性测量方程的建立至关重要, 但该理想化假设不可避免地会对测量结果造成系统偏差. 本文通过对中子的空间增殖效应进行分析, 测量了不同壳层的中子产生量、吸收量和净增长量, 得到了不同壳层的泄漏增殖系数. 通过出射中子多重性阶乘矩的表达式, 将这种空间特异性转移到了泄漏增殖系数 M 上, 并提出了基于 n 阶泄漏增殖系数的权重因子, 代入点模型方程, 推导了快中子多重性加权点模型方程. 通过 Geant4 搭建的测量模型进行仿真验证, 测量结果显示, 对于公斤级的球形钚样品, 点模型方程的求解偏差为 28%, 而修正后的测量偏差缩小至 6% 以内, 证实了该方法的有效性. 此项研究, 修正了快中子多重性点模型方程, 实现了公斤级钚材料的精准测量, 对核查技术的发展具有现实意义.

参考文献

- [1] Fulvio A D, Shin T H, Jordan T, Sosa C, Ruch M L, Clarke S D, Chichester D L, Pozzi S A 2017 *Nucl. Instrum. Meth. A* **855** 92
- [2] Li S F, Qiu S Z, Zhang Q H 2016 *Appl. Radiat. Isot.* **110** 53
- [3] Stewart J, Menlove H, Mayo D, Geist W, Carrillo L, Herrera G D 2000 *The Epithermal Neutron Multiplicity Counter Design and Performance Manual: More Rapid Plutonium and Uranium Inventory Verifications by Factors of 5-20* (United States: Los Alamos National Lab) p168
- [4] Piau V, Litaize O, Chebboubi A, Oberstedt S, Gook A, Oberstedt A 2023 *Phys. Lett. B.* **837** 137648
- [5] Clark A, Mattingly J, Favorite J 2020 *Nucl. Sci. Eng.* **194** 308
- [6] Fraïsse B, Béliet G, Méot V, Gaudefroy L, Francheteau A, Roig O 2023 *Phys. Rev. C* **108** 014610
- [7] Zhang Q H, Yang J Q, Li X S, Li S F, Hou S X, Su X H, Zhou M, Zhuang L, Lin H T 2019 *Appl. Radiat. Isot.* **152** 45
- [8] Li S F, Li K L, Zhang Q H, Cai X F 2022 *Acta Phys. Sin.* **71** 091401 (in Chinese) [黎素芬, 李凯乐, 张全虎, 蔡幸福 2022 物理学报 **71** 091401]
- [9] Shin T H, Hutchinson J, Bahrn R 2019 *Nucl. Sci. Eng.* **193** 663
- [10] Croft S, Alvarez E, Chard P, McElroy R, Philips S 2007 *48th INMM Annual Meeting* (Tucson) p89
- [11] Li S F, Li K L, Zhang Q H, Cai X F 2022 *Nucl. Instrum. Meth. A* **1027** 166314
- [12] Liu X B, Chen L G 2021 *Nucl. Instrum. Meth. A* **1016** 165779
- [13] Zhang Q H, Su X H, Hou S X, Li S F, Yang J Q, Hou L J, Zhuang L, Huo Y G, Li J J 2020 *J. Nucl. Sci. Technol.* **57** 678
- [14] Li K L, Li S F, Zhang Q H 2021 *AIP Adv.* **11** 165
- [15] Enqvist A, Pázsit I, Avdic S 2010 *Nucl. Instrum. Meth. A* **615** 62
- [16] Burward-Hoy J M, Geist W H, Krick M S, Mayo D R 2004 *Achieving Accurate Neutron-Multiplicity Analysis of Metals and Oxides with Weighted Point Model Equations* (United States: Los Alamos National Lab) p132
- [17] Fulvio A D, Shin T H, Basley A, Swenson C, Sosa C, Clarke S D, Sanders J, Watson S, Chichester D L, Pozzi S A 2018 *Nucl. Instrum. Meth. A* **907** 248
- [18] Zhang Q H, Li S F, Zhuang L, Huo Y G, Lin H T, Zuo W M 2018 *Appl. Radiat. Isot.* **135** 92
- [19] Bai H Y, Xiong Z H, Zhao D S, Su M, Gao F, Xia B Y, Li C G, Pang C G, Mo Z H, Wen J 2023 *Nucl. Instrum. Meth. A* **1056** 168652
- [20] Böhnelt K 1985 *Nucl. Sci. Eng.* **90** 75
- [21] Brown D A, Chadwick M B, Capote R 2018 *Nucl. Data Sheets* **148** 142

Fast neutron multiplicity measurement of plutonium material based on spatial multiplication coefficient correction^{*}

LI Kaile LI Sufen[†] CAI Xingfu HUO Yonggang WANG Fei

(College of Nuclear Engineering, Rocket Force University of Engineering, Xi'an 710025, China)

(Received 31 October 2024; revised manuscript received 24 November 2024)

Abstract

Fast neutron multiplicity measurement technology is an important non-destructive testing technology in the field of arms control verification. In the technique, the liquid scintillation detector is used to detect the fission neutron and combined with the time correlation analysis method to extract multiplicity counting rates from the pulse signals. This technique is commonly used to measure the mass of nuclear materials, however, it is based on the point model that assumes that the neutron multiplication coefficient keeps constant in the whole spatial volume, which will lead to overestimation of the multiplication coefficient and result in system deviation. To correct the deviation and improve the measurement accuracy, the fast neutron multiplicity simulation measurements are carried out on spherical and cylindrical samples in this work. The relationship among the position of neutron generation, absorption and net growth in the space volume of the material is obtained. According to the definition of the leakage multiplication coefficient, the leakage multiplication coefficients at different positions in the space volume of the material are calculated. On this basis, a method based on spatial multiplication coefficient correction is proposed according to the functional relationship between neutron multiplicity factorial moments and the unknown parameters. In this method, the n -order multiplication coefficient is modified by introducing a weight factor g_n , and the fast neutron multiplicity weighted point model equation is derived. To verify the accuracy of this method, a set of fast neutron multiplicity detection model is built by Geant4, and the fast neutron multiplicity simulation measurement is carried out on the spherical and cylindrical samples. The results show that the solution accuracy of the weighted point model equation is higher than that of the standard point model equation, and the measurement deviation is reduced to less than 6 %. This work provides an optimization method for solving plutonium samples with several kilograms in mass, and promotes the development of the fast neutron multiplicity measurement technology.

Keywords: spatial multiplication coefficient, weighted point model, fast neutron multiplicity

PACS: 14.60.Ef, 25.30.Mr, 95.55.Vj, 95.85.Ry

DOI: [10.7498/aps.74.20241529](https://doi.org/10.7498/aps.74.20241529)

CSTR: [32037.14.aps.74.20241529](https://cstr.cn/32037.14.aps.74.20241529)

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 12475307).

[†] Corresponding author. E-mail: leesf2006@sina.cn



基于空间增殖系数修正的钚材料快中子多重性测量

李凯乐 黎素芬 蔡幸福 霍勇刚 王飞

Fast neutron multiplicity measurement of plutonium material based on spatial multiplication coefficient correction

LI Kaile LI Sufen CAI Xingfu HUO Yonggang WANG Fei

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 74, 021401 (2025) DOI: 10.7498/aps.74.20241529

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.74.20241529>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

铀材料快中子多重性测量方程推导

Derivation of fast neutron multiplicity measurement equation of uranium material

物理学报. 2022, 71(9): 091401 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211653>

基于微结构气体探测器对单能和连续谱快中子的模拟解谱

Unfolding simulation of single-energy and continuous fast neutrons spectrum based on micro-pattern gas detector

物理学报. 2021, 70(11): 112901 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201954>