

多射频场驱动下鞍点移动的建模方法*

麦均^{1) #} 王钊^{2) 3) # †} 袁畅¹⁾ 肖杰⁴⁾ 马伟¹⁾ 王旭^{4) ‡}

1) (贵州大学大数据与信息工程学院, 贵阳 550025)

2) (南方科技大学量子科学与工程研究院, 深圳 518055)

3) (深圳国际量子研究院, 深圳 518048)

4) (贵州大学, 现代制造技术教育部重点实验室, 贵阳 550025)

(2024 年 11 月 4 日收到; 2024 年 12 月 27 日收到修改稿)

在集成光学模块的一体化离子阱中, 极易出现光学焦点与囚禁离子鞍点错位的问题, 严重阻碍了该实验方法的实用性. 为解决该问题, 可利用多射频场方法对离子鞍点位置进行补偿和移动. 然而, 在实际实验过程中, 多射频场的应用, 需要知道鞍点实际空间位置对应的应加载射频电压幅值. 这就需要建立一套数学模型, 对二者关系进行描述. 模型的精确程度决定了鞍点空间位置的控制精度、模型的简易程度决定了求解过程的速度. 因此, 本文提出一种基于数值仿真电场分布结果和多项式拟合方法而建立的多射频电场电压和鞍点位置关系的数学模型, 可以在无需考虑物理机制和模型基础上, 快速、准确地给出二者之间的数学描述. 本文利用数值方法对该模型的正确性和适用范围进行了验证和讨论, 可以在实验中快速准确地给出应加载射频电压幅值, 使鞍点移动并与光学焦点重合, 该方法极大地降低了由于求解引起的延迟、提高了鞍点位置移动过程中反馈环路带宽.

关键词: 表面离子阱, 鞍点移动, 多射频场调控, 边界元分析**PACS:** 03.67.Lx, 37.10.Ty, 88.40.fc**DOI:** 10.7498/aps.74.20241552**CSTR:** 32037.14.aps.74.20241552

1 引言

离子阱是一种利用电磁场实现囚禁、操控带电粒子的装置^[1], 在质谱分析^[2,3]、精密光谱^[4]、量子模拟^[5,6]和量子计算^[7,8]等领域中具有广泛应用. 在量子信息科学领域中, 离子阱系统因其具有天然全同的稳定量子比特^[9]、长相干时间^[10]、量子态制备和读取保真度高^[11]、单/双量子逻辑门操作保真度高^[12]、比特间全连通^[13]等多重优点而广泛受到

关注. 离子阱系统的现阶段发展面临着可扩展性欠缺和噪声引起离子退相干等问题, 寻找在满足保持高保真度量子态、高保真度量子态操控能力的前提下扩展可操控量子比特成为离子阱量子计算机的研究趋势^[14].

2002 年 Murali 等^[15]提出量子电荷耦合器件 (QCCD) 架构, 利用微纳加工技术在同一芯片上实现了小型化离子阱电极组, 结合已实现的小规模高保真度离子操控技术和离子输运技术, 实现大规模的高保真度、全连通离子比特. 目前, 已经有许多

* 国家自然科学基金 (批准号: 12474422, 11904423)、贵州省高层次人才百层次遴选培养 (批准号: GCC[2023]090) 和广东省基础与应用基础研究基金 (批准号: 2020A1515010864) 资助的课题.

同等贡献作者.

† 通信作者. E-mail: joeshardow@gmail.com

‡ 通信作者. E-mail: xuwang@gzu.edu.cn

扩展性实验对 QCCD 构架的离子芯片进行了多功能集成^[16], 如与光波导^[17]、片上电子学^[18]、探测器^[19]等集成. 实验演示了超过 16 qubits 的量子计算原型机^[20], 还完成了量子纠错码的实验演示^[21]. 然而, 在涉及光学集成的离子阱实验中^[22,23], 由于加工过程中环境变化、装配误差和机械漂移等问题, 会引起芯片样品材料折射率变化、光学对准中心漂移等现象, 使得离子囚禁鞍点位置偏离光学焦点^[24], 虽然通过机械位移、重新制备芯片等方法可以修正, 但其实验复杂度高、实验周期长, 并且不能对鞍点位置进行实时矫正.

有研究指出, 通过电极结构的特殊设计, 结合可变的 RF 电压可以实现鞍点沿光轴方向的移动^[25], 或径向移动^[26]. 除此以外, 利用多射频场协同调控的方法, 还能定制二维平面内射频鞍点管道的形状, 实现 2D 表面离子阱结附近电场的调控^[27]. 但以往在研究结果中只报告了相关鞍点位置可移动的实验现象, 并没有给出定量关系和对应数学模型. 因而在实际应用过程中, 只能使用尝试的方法, 对应加载的多个射频电压幅值进行测试、通过观察鞍点实际位置和预设位置的偏差调节加载实际射频电压幅值, 完成鞍点移动和调节任务. 在实际使用过程中, 试探法时间花费成本高、精度不可控、易受到非理想实验因素干扰, 因而很难从理论上定

量确定一个最佳射频电压幅值.

在此, 本文提出一种基于数值模拟^[28,29] 电场分布结果建立的定量关系数学模型. 通过拟合方法建立 RF 电极产生的囚禁电场二维分布基函数, 再利用电场平衡原理导出 RF 电极加载电压与鞍点所处位置关系的恒等式组. 通过方程组反解求得应加载 RF 电压关于鞍点位置的函数关系, 完成定量关系数学模型的建立. 该模型的建立方法简单、通用性强, 可以在不关心电极形状的前提下, 仅采用数值模拟得到的电场分布结果就完成数学模型的建立, 而其鞍点调控精度和可调节范围仅取决于拟合过程中使用的多项式阶数. 并且, 该数学模型的建立在实际应用中可以直接给出准确的射频电压加载幅值, 避免了繁琐的求解过程, 因而大大增加了鞍点位置调节的响应速度, 更适用于快速鞍点位置调节的场景.

2 多射频场驱动鞍点移动的原理及理论模型

利用方块电极产生的空间静电势解析模型^[30], 将单射频情况扩展到多射频场, 能得到加载频率、相位相同, 幅值不同的多射频场条件下的空间静电势表达式:

$$\varphi(x, y, z) = \sum_0^i \frac{V_{RFi}}{2\pi} \left\{ \arctan \left[\frac{(x_{i2} - x)(z_{i2} - z)}{y\sqrt{y^2 + (x_{i2} - x)^2 + (z_{i2} - z)^2}} \right] - \arctan \left[\frac{(x_{i1} - x)(z_{i2} - z)}{y\sqrt{y^2 + (x_{i1} - x)^2 + (z_{i2} - z)^2}} \right] \right. \\ \left. - \arctan \left[\frac{(x_{i2} - x)(z_{i1} - z)}{y\sqrt{y^2 + (x_{i2} - x)^2 + (z_{i1} - z)^2}} \right] + \arctan \left[\frac{(x_{i1} - x)(z_{i1} - z)}{y\sqrt{y^2 + (x_{i1} - x)^2 + (z_{i1} - z)^2}} \right] \right\}, \quad (1)$$

其中, i 表示不同射频电极的编号, V_{RFi} 为编号 i 方块射频电极加载的电压幅值, 对应电极图形对角坐标为 $(x_{i1}, 0, z_{i1})$, $(x_{i2}, 0, z_{i2})$, 由 (1) 式可知表面离子阱的空间静电势分布情况由加载电压幅值和电极图形确定.

有研究通过迭代射频电极图形坐标参数改变空间静电势分布以实现鞍点移动, 设计不对称的射频电极图形使鞍点移动^[31], 迭代优化结电极图形调节轴向传输路径中的鞍点轨迹^[32,33]. 然而, 这种迭代过程耗费大量时间成本, 并且伴随着复杂和尖锐电极图形要求, 高精度的制造工艺是不可避免的^[34].

单射频电极结构的表面阱中, 调节射频电极的加载电压幅值, 势场强度会按幅值权重整体变化, 但径向面内电势场始终对称分布, 无法改变鞍点的位置^[30]. 多射频场协同调控方法对射频电极分段处理后, 各射频电极的电压幅值可独立调节, 当径向面内两侧电极的电压幅值不同时, 电势分布的对称状态被改变, 离子囚禁鞍点会在新的位置达到平衡, 这使得多射频场能实时驱动鞍点的独立移动^[27,35].

本文对常规五线阱结构^[30] 的射频电极分段处理, 得到图 1(a) 所示包含射频电极组 RFi ($i = 0-2$) 的仿真结构, 电极 $RF0$ 施加固定的电压幅值为

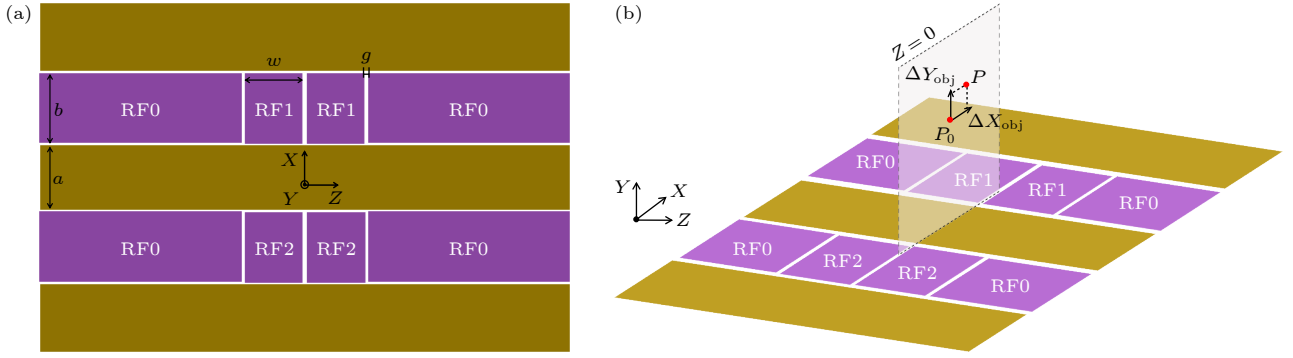


图1 建立多射频场驱动鞍点移动的基本电极结构 (a) 射频电极经分段处理的表面离子阱结构; (b) 调节多射频电压幅值驱动鞍点径向移动

Fig. 1. Establishing the basic electrode structure for multi-RF field driven saddle point movement: (a) Surface ion trap structure after radio frequency electrode segmentation treatment; (b) adjusting the amplitude of multiple RF voltages to drive the radial movement of the saddle point.

表面阱提供基本径向囚禁势, 通常希望设计电极 RF0 尽可能往外延伸, 以降低边缘效应的影响. 电极 RF1, RF2 作为驱动鞍点径向移动的基本结构, 加载频率固定、幅值可变的射频电压. 电极间隙宽度 $g = 7 \mu\text{m}$, 紫色电极为 RF 电极, 其宽度 $b = 120 \mu\text{m}$, 幅值可调电极 RF1, RF2, 尺寸为 $200 \mu\text{m} \times 120 \mu\text{m}$, 黄铜色电极为中心地电极或 DC 电极, 中心地电极宽度 $a = 100 \mu\text{m}$, 黄铜色电极可分段设置为 DC 电极组, 用于形成轴向囚禁势. 本文仅研究射频电场对离子鞍点的径向囚禁影响, 暂时不考虑 DC 电极及其轴向囚禁作用, 因此图中略去 DC 电极的画出. 电极平面设定为 XZ 面, 垂直于电极表面向外的方向设定为 Y 轴, 坐标原点建在阱电极中心. 常规五线阱结构中, 调节 RF 电压幅值无法改变鞍点高度 Y 及横向 X 位置^[30]. 将射频电极分段后, 可以通过调节射频电极 RF1, RF2 的电压幅值大小, 实现径向面内鞍点位置的独立移动.

如图 1(b) 所示, 在 $Z = 0$ 处对多射频场协同调节赝势分布以实现鞍点移动原理进行研究, 利用赝势近似方法^[36]将时变的射频电场的捕获效应等效表示为准静态形式, 计算赝势分布获取鞍点位置. 当加载电压 $V_{\text{RF0}} = V_{\text{RF1}} = V_{\text{RF2}}$ 时, 鞍点的初始位置为 $P_0(X_0, Y_0, 0)$, 同五线阱鞍点位置. 加载电压 $V_{\text{RF1}}, V_{\text{RF2}}$ 改变后, 赝势不再对称分布, 鞍点移动到新的目标位置:

$$P(X, Y, 0) = (X_0 + \Delta X_{\text{obj}}, Y_0 + \Delta Y_{\text{obj}}, 0),$$

其中 ΔX_{obj} 和 ΔY_{obj} 为鞍点沿两个方向的目标移动量. 依次将相同编号的 RF 电极施加单位电压且其他电极接地处理后, 通过边界元软件 CPO (char-

ged particle optics)^[28,29]进行数值计算得一组射频电极空间电场分布的基函数, 编号 i 的 RF 电极施加单位电压的情况下空间静电势为 $\varphi_{\text{RF}i}$. 计算过程中, 使用的离子为 $^{171}\text{Yb}^+$, 固定射频电压幅值为 $V_{\text{RF0}} = 300 \text{ V}$, 可调射频电压幅值为 $V_{\text{RF1}}, V_{\text{RF2}}$, 频率 $\Omega_{\text{RF}i}$ 均为 30 MHz .

赝势近似是分析射频电场的有效方法^[33,36], 能将直流电压幅值为 V_{RF} 产生的空间静电势 $\varphi_{\text{RF}}(x, y, z)$ 转化为射频电压 $V_{\text{RF}} \cdot \cos(\Omega_{\text{RF}}t)$ 产生的等效势, 赝势的计算公式为

$$\psi_{\text{PP}}(x, y, z) = \frac{e}{4m\Omega_{\text{RF}}^2} |\nabla \varphi_{\text{RF}}(x, y, z)|^2, \quad (2)$$

其中, e 为离子电荷量, m 为离子质量, Ω_{RF} 为射频频率. 设置 $V_{\text{RF0}} = V_{\text{RF1}} = V_{\text{RF2}}$ 产生初始囚禁赝势分布, 见图 2(a). 赝势近似后的势能最低点为离子囚禁鞍点, 即标注的红点, 并以此鞍点位置作为初始位置 $(X_0, Y_0, Z_0) = (0, 92.6 \mu\text{m}, 0)$ 进行后续分析. 黄色逃逸点为赝势极大值点, 离子逃逸点与囚禁鞍点的赝势能差值为表面阱的阱深 ψ_{depth} , 当离子受到的外部扰动超出阱深时, 离子会从逃逸点处越过势垒发生逃逸. 此处基本囚禁势场中阱深约为 0.2534 eV , 满足离子囚禁实验的基本要求^[28,37]. 调节分段射频电极的加载电压幅值 $V_{\text{RF1}}, V_{\text{RF2}}$, 可改变赝势的对称分布, 驱动鞍点在径向面内独立移动^[27].

囚禁鞍点对应赝势极小值点, 由 (2) 式中电势梯度的平方和项, 可知赝势零点与各方向电场均处平衡状态的点是条件等价的. 为建立多射频电压幅值与鞍点径向位置间的模型, 先利用数值计算得到射频电极组 $\text{RF}i$ ($i = 0-2$) 中各电极电场分布的

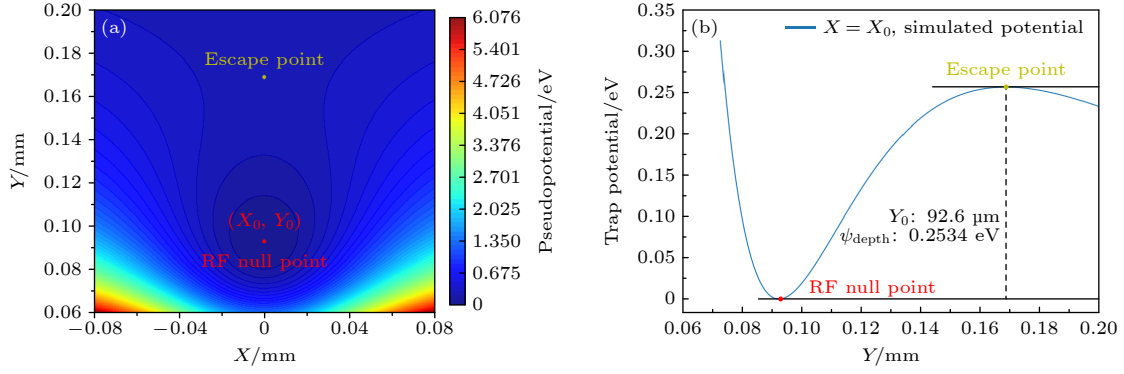


图 2 赝势分布情况 (a) 研究对象 $Z = 0$ 处初始赝势分布; (b) 径向面内赝势梯度变化最小方向上的赝势分布

Fig. 2. Pseudopotential distribution: (a) Initial pseudopotential distribution on the radial plane $Z = 0$; (b) pseudopotential distribution in the direction with the smallest pseudopotential gradient change in the radial plane.

基函数, 即 V_{RFi} 依次设置 1 V, 其余电极接地时产生的电场分布, 如图 3 所示。

通过多项式拟合处理数值计算所得的基函数, 可将离散的电场数据按不同径向进行公式化, 得到射频电极组各电极依次加载单位电压时不同径向电场 (E_X 或 E_Y) 与径向坐标 (X, Y) 间的函数表达式。其中, 相同编号 i 的电极均有两个函数式: $E_{XRFi}(X, Y)$, $E_{YRFi}(X, Y)$, $i = 0, 1, 2$ 。按编号依次加载电压幅值 V_{RFi} 时得到实际电场分布表达式: $V_{RFi} \cdot E_{XRFi}(X, Y)$, $V_{RFi} \cdot E_{YRFi}(X, Y)$ 。由电场的矢量关系和叠加原理, 径向面内 X 方向的总电场强度分布为 $\sum_{i=0}^2 V_{RFi} \cdot E_{XRFi}(X, Y)$, 径向面内 Y 方向的总电场分布为 $\sum_{i=0}^2 V_{RFi} \cdot E_{YRFi}(X, Y)$ 。由 (2) 式中赝势零点与电场平衡条件等价, 可建立平衡模型描述多射频场协同驱动下鞍点所处空间位置 $(X, Y) = (X_0 + \Delta X_{obj}, Y_0 + \Delta Y_{obj})$ 与射频电压幅值 V_{RFi} 间的关系:

$$\begin{cases} V_{RF0} \cdot E_{XRF0}(X, Y) + V_{RF1} \cdot E_{XRF1}(X, Y) \\ + V_{RF2} \cdot E_{XRF2}(X, Y) = 0, \\ V_{RF0} \cdot E_{YRF0}(X, Y) + V_{RF1} \cdot E_{YRF1}(X, Y) \\ + V_{RF2} \cdot E_{YRF2}(X, Y) = 0, \end{cases} \quad (3)$$

其中, X_0, Y_0 分别为鞍点初始位置的值, $\Delta X_{obj}, \Delta Y_{obj}$ 分别为 X, Y 方向上预设的鞍点目标移动量。将预设的鞍点目标位置 (X, Y) 代入 (3) 式模型中, 可计算出射频电极组所需的电压幅值加载情况。将反解得到的可调射频电压幅值 V_{RF1}, V_{RF2} , 施加到相应分段射频电极上, 能大大简化实验中电压参数调节的周期。

3 模型有效范围的验证与讨论

为验证这套建模方法的有效性, 设定鞍点的目标位置坐标为 (X, Y) , 反解 (3) 式得到应加载的射频电压幅值 V_{RF1}, V_{RF2} , 再利用数值方法计算加载 V_{RF1}, V_{RF2} 时鞍点的位置 (X', Y') , 通过计算鞍点位置误差 $(X_{err}, Y_{err}) = (X', Y') - (X, Y) = (X_0 + \Delta X_{BEM}, Y_0 + \Delta Y_{BEM}) - (X_0 + \Delta X_{obj}, Y_0 + \Delta Y_{obj}) = (\Delta X_{BEM} - \Delta X_{obj}, \Delta Y_{BEM} - \Delta Y_{obj})$, 得到目标位置与数值计算结果之间的偏差, 对模型构建的准确程度进行判断。其中, 鞍点目标位置 $(X, Y) = (X_0 + \Delta X_{obj}, Y_0 + \Delta Y_{obj})$, 模拟位置 $(X', Y') = (X_0 + \Delta X_{BEM}, Y_0 + \Delta Y_{BEM})$, X_0, Y_0 分别为鞍点初始位置处 X, Y 方向的坐标值, $\Delta X_{obj}, \Delta Y_{obj}$ 分别为鞍点从初始位置沿不同径向 X, Y 的目标移动量, $\Delta X_{BEM}, \Delta Y_{BEM}$ 分别为数值计算中鞍点从初始位置沿不同径向 X, Y 的模拟移动量。

本节中选取 $\Delta X_{obj} \in [-18, 18] \mu\text{m}$, $\Delta Y_{obj} \in [-6, 30] \mu\text{m}$ 两组鞍点目标移动量 (步长均为 $3 \mu\text{m}$, 每组共 13 个数值), 遍历两个方向鞍点目标移动量组合, 作为样本点集合。由图 3 所示, 射频电极组各电极对径向面 $Z = 0$ 处电势场的贡献情况不同, 构建 (3) 式模型的公式化过程中, 会涉及到变量 X, Y 阶数选取。下面通过径向 X, Y 的电场贡献, 利用样本点集合对不同拟合条件下所构模型的有效性进行验证和讨论。

由图 3 的电场分布趋势, 结合评估指标: 调整后拟合优度 (Adj R-sq), 将变量 X, Y 的阶数按表 1 设置, 得到射频电极组各电极不同径向 X, Y 的电场分布公式: $E_{XRFi}(X, Y)$, $E_{YRFi}(X, Y)$, $i = 0$,

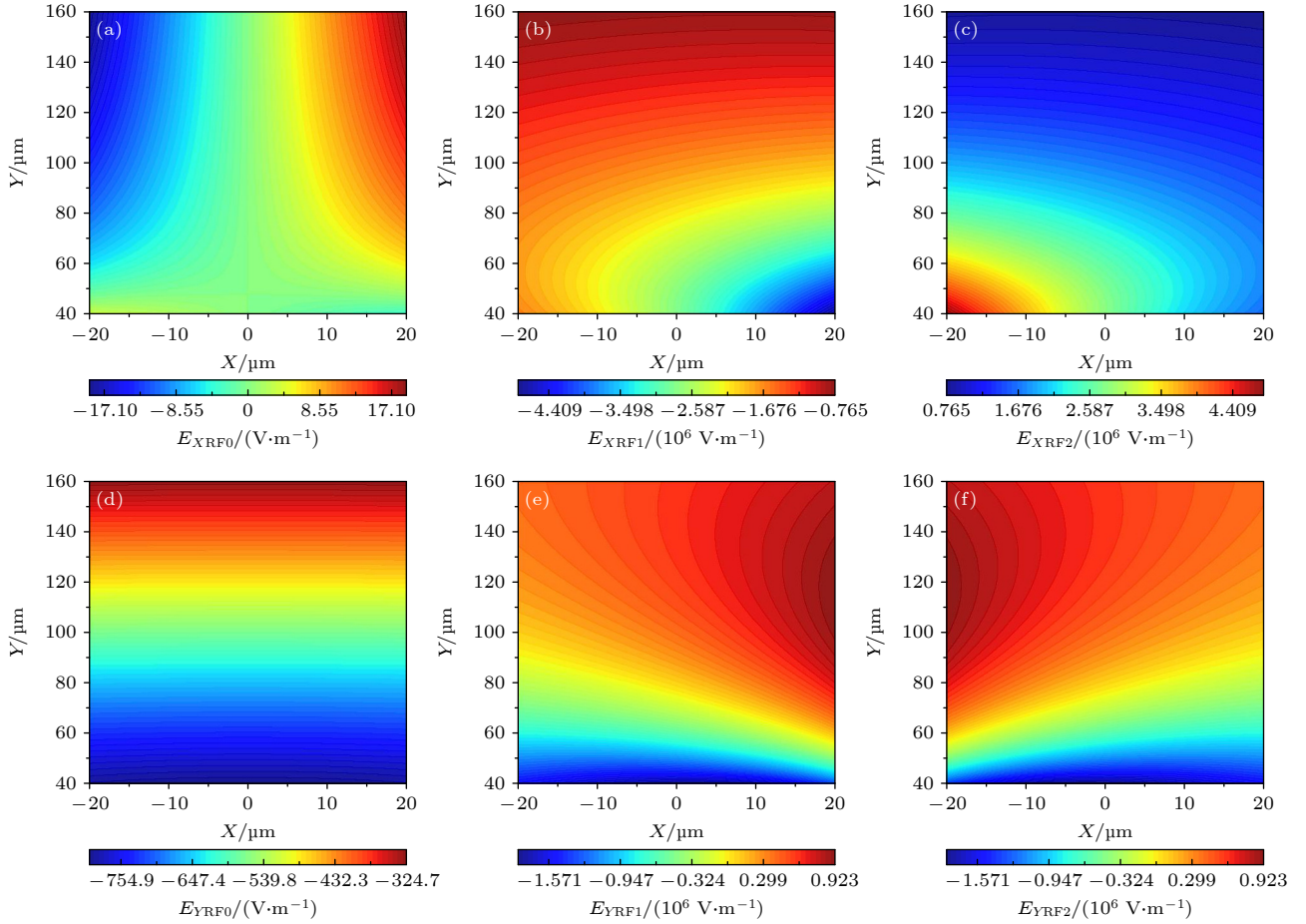


图3 射频电极组各电极RF i ($i = 0-2$)依次施加单位电压时, $Z = 0$ 处电场分布情况 (a) RF0作用下X方向的电场分布 E_{XRF0} ; (b) RF1作用下X方向的电场分布 E_{XRF1} ; (c) RF2作用下X方向的电场分布 E_{XRF2} ; (d) RF0作用下Y方向的电场分布 E_{YRF0} ; (e) RF1作用下Y方向的电场分布 E_{YRF1} ; (f) RF2作用下Y方向的电场分布 E_{YRF2}

Fig. 3. When unit voltage is applied to each electrode RF i ($i = 0-2$) of the RF electrode group in turn, the electric field distribution at $Z = 0$: (a) Electric field distribution E_{XRF0} in the X direction under the action of electrode RF0; (b) electric field distribution E_{XRF1} in the X direction under the action of electrode RF1; (c) electric field distribution E_{XRF2} in the X direction under the action of electrode RF2; (d) electric field distribution in the Y direction under the action of electrode RF0; (e) electric field distribution in the Y direction under the action of electrode RF1; (f) electric field distribution in the Y direction under the action of electrode RF2.

1, 2, 均满足: Adj R-sq > 0.99, 说明射频电极组中各电极 X, Y方向的电场分布均取得较好的初步拟合, 见表1.

图4显示鞍点目标移动量 $\Delta X_{obj} \in [-18, 18] \mu\text{m}$, $\Delta Y_{obj} \in [-6, 30] \mu\text{m}$ 对应范围内的误差分布情况. 由图4(a)中 X_{err} 分布可知 $X_{err}(-\Delta X_{obj}, \Delta Y_{obj}) = -X_{err}(\Delta X_{obj}, \Delta Y_{obj})$, 任意指定高度条件下, 鞍点目标移动量 ΔX_{obj} 越大, 绝对误差 $|X_{err}|$ 越大, 模型对鞍点目标位置在 X 方向上的预测准确性越差, 最大偏差量 $|X_{err}|_{max}$ 约为 $8.2 \mu\text{m}$, 样本点集合 X 方向上的平均绝对误差 $MAD_X = \sum_{k=1}^n |X_{err,k}|$ ($n = 13^2$) 约为 $1.598 \mu\text{m}$; 由图4(b)中 Y_{err} 分布可知 $Y_{err}(-\Delta X_{obj}, \Delta Y_{obj}) = Y_{err}(\Delta X_{obj}, \Delta Y_{obj})$, 任意指

定高度条件下, 鞍点目标移动量 ΔX_{obj} 越大, 误差 Y_{err} 的数值越大, 最大偏差量 $|Y_{err}|_{max}$ 约为 $2.7 \mu\text{m}$, 样本点集合 Y 方向上的平均绝对误差 $MAD_Y = \sum_{k=1}^n |Y_{err,k}|$ ($n = 13^2$) 约为 $0.942 \mu\text{m}$.

实验中光学焦点与离子囚禁鞍点错位程度增大会造成激光冷却离子效果明显减弱, 为提高计算模型准确预测鞍点位置的能力, 在更大的调节范围内实现精准调控. 下面将对表1所得的拟合公式 $E_{XRFi}(X, Y)$, $E_{YRFi}(X, Y)$, $i = 0, 1, 2$, 引入修正项提高射频电极组各电极电场分布公式化的准确程度, 以实现模型精度及适用范围的提高.

前面分析赝势分布时, 分析过表面阱的囚禁离子受扰动时更易从垂直阱表面的 Y 方向逃逸.

表 1 初步拟合 1 的拟合情况
Table 1. The fitting situation of the preliminary fit 1.

	$E_{XRF0}(X, Y)$	$E_{XRF1}(X, Y)$	$E_{XRF2}(X, Y)$	$E_{YRF0}(X, Y)$	$E_{YRF1}(X, Y)$	$E_{YRF2}(X, Y)$
X阶数	1	2	2	1	2	2
Y阶数	3	3	3	1	3	3
Adj R-sq	0.9979	0.9977	0.9977	0.9992	0.9963	0.9963

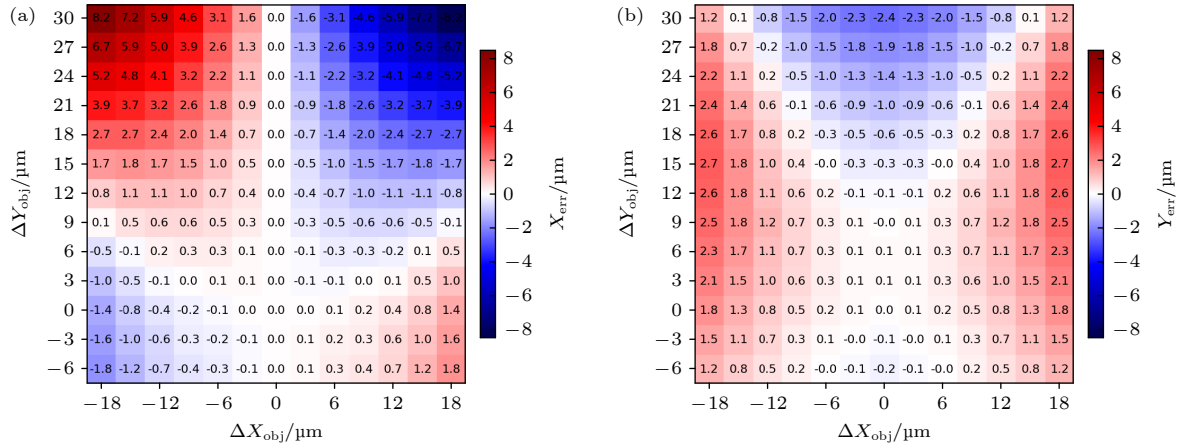


图 4 鞍点模拟移动量 ΔX_{BEM} , ΔY_{BEM} 与目标移动量 ΔX_{obj} , ΔY_{obj} 间的误差情况 (a) 模型 1 的 X_{err} 分布; (b) 模型 1 的 Y_{err} 分布
Fig. 4. Error between the simulated displacements of the saddle point (ΔX_{BEM} , ΔY_{BEM}) and the target displacements (ΔX_{obj} , ΔY_{obj}): (a) X_{err} distribution of model 1; (b) Y_{err} distribution of model 1.

表 2 拟合 2 的拟合情况
Table 2. The fitting situation of the fit 2.

	$E_{XRF0}(X, Y)$	$E_{XRF1}(X, Y)$	$E_{XRF2}(X, Y)$	$E_{YRF0}(X, Y)$	$E_{YRF1}(X, Y)$	$E_{YRF2}(X, Y)$
X阶数	1	2	2	1	2	2
Y阶数	4	4	4	1	4	4
Adj R-sq	0.9996	0.9997	0.9997	0.9992	0.9994	0.9994

这说明鞍点受到 Y 方向的电场扰动时, 会有更明显的位置偏移. 按表 2 提高变量 Y 阶数以引入修正项, $E_{XRFi}(X, Y)$, $E_{YRFi}(X, Y)$, $i = 0, 1, 2$ 的拟合均满足: Adj R-sq > 0.999.

图 5 为对平衡模型引入四阶修正项后, 鞍点目标移动量 $\Delta X_{obj} \in [-18, 18] \mu\text{m}$, $\Delta Y_{obj} \in [-6, 30] \mu\text{m}$ 范围内的误差分布. 图 5(a) 中 $|X_{err}|_{\max}$ 为 $0.6 \mu\text{m}$, 相较图 4(a) 中 X_{err} 最大偏差量 $8.2 \mu\text{m}$ 降低超过一个数量级; 图 5(b) 中 $|Y_{err}|_{\max}$ 为 $1.6 \mu\text{m}$, 相较图 4(b) 中 Y_{err} 最大偏差量 $2.7 \mu\text{m}$, 同样得到优化. 此外, 样本点集合 X, Y 两个方向上的平均绝对误差 MAD_X , MAD_Y 分别降至约为 $0.285 \mu\text{m}$, $0.364 \mu\text{m}$, 整体误差水平明显下降, 模型预测鞍点移动的有效范围明显增大.

此外, 如果进一步提高变量 X, Y 拟合的阶数 (表 3), $E_{XRFi}(X, Y)$, $E_{YRFi}(X, Y)$, $i = 0, 1, 2$ 的拟合均满足: Adj R-sq > 0.9999. 结果如图 6 所示,

鞍点目标移动量 $\Delta X_{obj} \in [-18, 18] \mu\text{m}$, $\Delta Y_{obj} \in [-6, 30] \mu\text{m}$ 范围内的误差分布情况. 图 6(a) 中 $|X_{err}|_{\max}$ 为 $0.4 \mu\text{m}$, 图 6(b) 中 $|Y_{err}|_{\max}$ 最大偏差量为 $0.4 \mu\text{m}$, 样本点集合 X, Y 两个方向上的平均绝对误差 MAD_X , MAD_Y 分别约降至 $0.127 \mu\text{m}$, $0.153 \mu\text{m}$.

本节探讨了 3 种不同拟合条件下, 所构建数学模型的正确性和有效范围. 综合图 4—图 6 的结果, 可以发现鞍点移动时的误差基本随移动量的增大而增大, 拟合阶数低时误差最大 (图 4 拟合 1), 拟合阶数越高误差越小 (图 5 拟合 2 和图 6 拟合 3), 甚至在图 5 的拟合 2 结果中, 误差下降可以超过一个数量级. 相比拟合 2 的结果, 拟合 3 中最大偏差量和平均绝对误差下降程度较低, 因此说明利用四阶多项式即可在较大范围内对电场进行精确描述, 且随着所使用拟合参数的阶数提高, 结果越精确, 模型预测鞍点移动的有效范围就越大.

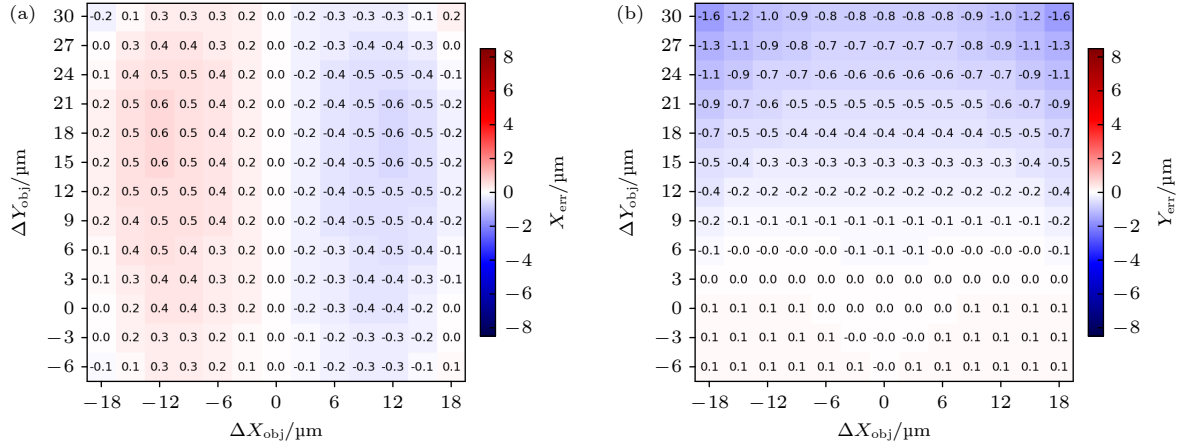


图 5 鞍点模拟位移量 ($\Delta X_{\text{BEM}}, \Delta Y_{\text{BEM}}$) 与目标移动量 ($\Delta X_{\text{obj}}, \Delta Y_{\text{obj}}$) 间的误差情况 (a) 模型 2 的 X_{err} 分布; (b) 模型 2 的 Y_{err} 分布
Fig. 5. Error between the simulated displacements of the saddle point ($\Delta X_{\text{BEM}}, \Delta Y_{\text{BEM}}$) and the target displacements ($\Delta X_{\text{obj}}, \Delta Y_{\text{obj}}$): (a) X_{err} distribution of model 2; (b) Y_{err} distribution of model 2.

表 3 拟合 3 的拟合情况

Table 3. The fitting situation of the fit 3.

	$E_{\text{XRF0}}(X, Y)$	$E_{\text{XRF1}}(X, Y)$	$E_{\text{XRF2}}(X, Y)$	$E_{\text{YRF0}}(X, Y)$	$E_{\text{YRF1}}(X, Y)$	$E_{\text{YRF2}}(X, Y)$
X阶数	5	5	5	5	5	5
Y阶数	5	5	5	5	5	5
Adj R-sq	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999

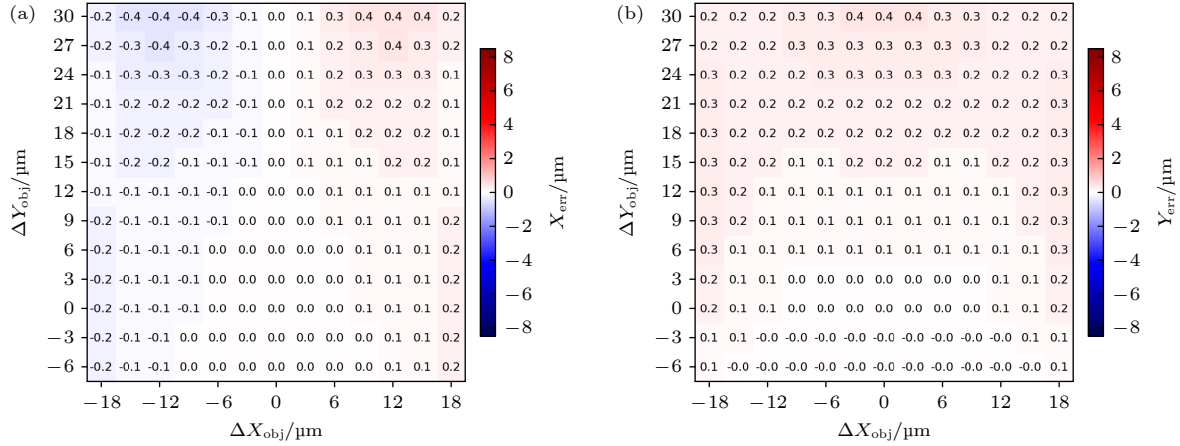


图 6 鞍点模拟位移量 ($\Delta X_{\text{BEM}}, \Delta Y_{\text{BEM}}$) 与目标移动量 ($\Delta X_{\text{obj}}, \Delta Y_{\text{obj}}$) 间的误差情况 (a) 模型 3 的 X_{err} 分布; (b) 模型 3 的 Y_{err} 分布
Fig. 6. Error between the simulated displacements of the saddle point ($\Delta X_{\text{BEM}}, \Delta Y_{\text{BEM}}$) and the target displacements ($\Delta X_{\text{obj}}, \Delta Y_{\text{obj}}$): (a) X_{err} distribution of model 3; (b) Y_{err} distribution of model 3.

未来, 我们希望将该理论应用拓展到多个鞍点联合调控的问题解决中^[27,38], 通过提高射频电极的分段数量、增加更多调控自由度, 使可同时处理的需精确控制空间位置的鞍点个数提高到 Z 轴向上的 N 个。

4 总 结

本研究对单条射频电极进行分割, 利用数值方

法对分割后得到的每个子电极进行计算、得到其产生的离散电场, 并通过这一组子电极产生电场的线性组合构建出多射频场驱动下鞍点移动的数学模型。该模型能准确、快速地反解出各子电极应加载的射频电压, 从而缩短实验中电压调节过程、减小实验过程中引起的相干性损失。本方法有利于研究人员使用表面离子阱开展量子计算、量子模拟研究, 对二维离子晶体及其相变的研究^[26]也可提供帮助。

参考文献

- [1] Siverns J D, Quraishi Q 2017 *Quantum Inf. Process.* **16** 314
- [2] Ding X Y, Yu Q, Lu X Q, Wang X H, Huo X M, Qian X 2023 *Anal. Chem.* **95** 2348
- [3] Papanastasiou D, Kounadis D, Lekkas A, et al. 2022 *J. Am. Soc. Mass Spectrom.* **33** 1990
- [4] Ozawa A, Davila-Rodriguez J, Bounds J R, Schuessler H A, Hänsch T W, Udem T 2017 *Nat. Commun.* **8** 44
- [5] Amitrano V, Roggero A, Luchi P, Turro F, Vespucci L, Pederiva F 2023 *Phys. Rev. D* **107** 023007
- [6] Monroe C, Campbell W C, Duan L M, et al. 2021 *Rev. Mod. Phys.* **93** 025001
- [7] Niroula P, Shayduln R, Yalovetzky R, Minssen P, Herman D, Hu S, Pistoia M 2022 *Sci. Rep.* **12** 17171
- [8] Pogorelov I, Feldker T, Marciniak C D, et al. 2021 *PRX Quantum* **2** 020343
- [9] Wang P P, Luan C Y, Qiao M, Um M, Zhang J H, Wang Y, Yuan X, Gu M L, Zhang J N, Kim K 2021 *Nat. Commun.* **12** 233
- [10] Manovitz T, Shapira Y, Gazit L, Akerman N, Ozeri R 2022 *PRX Quantum* **3** 010347
- [11] Mehta K K, Bruzewicz C D, McConnell R, Ram R J, Sage J M, Chiaverini J 2016 *Nature Nanotech.* **11** 1066
- [12] Ballance C J, Harty T P, Linke N M, Sepiol M A, Lucas D M 2016 *Phys. Rev. Lett.* **117** 060504
- [13] Rudolph M S, Toussaint N B, Katarbwa A, Johri S, Peropadre B, Perdomo-Ortiz A 2022 *Phys. Rev. X* **12** 031010
- [14] Fan H 2018 *Acta Physica Sinica* **67** 120301 (in Chinese) [范桁 2018 物理学报 **67** 120301]
- [15] Murali P, Debroy D M, Brown K R, Martonosi M 2022 *Commun. ACM* **65** 101
- [16] Pino J M, Dreiling J M, Figgatt C, Gaebler J P, Moses S A, Allman M, Baldwin C, Foss-Feig M, Hayes D, Mayer K 2021 *Nature* **592** 209
- [17] Ivory M, Setzer W J, Karl N, McGuinness H, DeRose C, Blain M, Stick D, Gehl M, Parazzoli L P 2021 *Phys. Rev. X* **11** 041033
- [18] Malinowski M, Allcock D T C, Ballance C J 2023 *PRX Quantum* **4** 040313
- [19] Romaszko Z D, Hong S, Siegle M, Puddy R K, Lebrun-Gallagher F R, Weidt S, Hensinger W K 2020 *Nat. Rev. Phys.* **2** 285
- [20] Wang Y H, Li Y, Yin Z Q, Zeng B 2018 *npj Quantum Inf.* **4** 46
- [21] Ryan-Anderson C, Bohnet J G, Lee K, et al. 2021 *Phys. Rev. X* **11** 041058
- [22] Mehta K K, Zhang C, Malinowski M, Nguyen T L, Stadler M, Home J P 2020 *Nature* **586** 533
- [23] Bao X Y, Cui J M, Fang D, Chen W B, Wang J, Huang Y F, Li C F, Guo G C 2023 *JUSTC* **53** 0705
- [24] Van Rynbach A, Maunz P, Kim J 2016 *Appl. Phys. Lett.* **109** 221108
- [25] Wang Z, Wang B R, Ma Q L, Guo J Y, Li M S, Wang Y, Rao X X, Huang Z Q, Luo L 2020 *arXiv: 2004.08845 [quant-ph]*
- [26] Holz P C, Auchter S, Stocker G, Valentini M, Lakhmanskiy K, Rössler C, Stampfer P, Sgouridis S, Aschauer E, Colombe Y, Blatt R 2020 *Adv. Quantum Technol.* **3** 2000031
- [27] Liu Y R, Wang Z, Xiang Z X, Wang Q K, Hu T Y, Wang X 2024 *Chip* **3** 100078
- [28] Hong S, Lee M, Cheon H, Kim T, Cho D I 2016 *Sensors* **16** 616
- [29] Read F H, Bowring N J 2011 *Nucl. Instr. and Meth. A* **645** 273
- [30] House M G 2008 *Phys. Rev. A* **78** 033402
- [31] Lauprêtre T, Achi B, Groult L, Carry É, Kersalé Y, Delehayé M, Hafiz M A, Lacroûte C 2023 *Appl. Phys. B* **129** 37
- [32] Zhang X, Ou B, Chen T, Xie Y, Wu W, Chen P 2020 *Phys. Scr.* **95** 045103
- [33] Zhang C, Mehta K K, Home J P 2022 *New J. Phys.* **24** 073030
- [34] Wang C X, He R, Li R R, Chen Y, Fang D, Cui J M, Huang Y F, Li C F, Guo G C 2022 *Acta Phys. Sin.* **71** 133701 (in Chinese) [王晨旭, 贺冉, 李睿睿, 陈炎, 房鼎, 崔金明, 黄运锋, 李传锋, 郭光灿 2022 物理学报 **71** 133701]
- [35] Kumph M, Holz P, Langer K, Meraner M, Niedermayr M, Brownnutt M, Blatt R 2016 *New J. Phys.* **18** 023047
- [36] Dehmelt H G 1968 *Adv. At. Mol. Phys.* **3** 53
- [37] Niedermayr M, Lakhmanskiy K, Kumph M, Partel S, Edlinger J, Brownnutt M, Blatt R 2014 *New J. Phys.* **16** 113068
- [38] Wu Y K, Duan L M 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 230302 (in Chinese) [吴宇恺, 段路明 2023 物理学报 **72** 230302]

A method of modeling saddle point movement driven by multiple radio frequency fields*

MAI Jun ^{1) #} WANG Zhao ^{2) 3) # †} YUAN Chang ¹⁾ XIAO Jie ⁴⁾

MA Wei ¹⁾ WANG Xu ^{4) ‡}

¹⁾ (College of Big Data and Information Engineering, Guizhou University, Guiyang 550025, China)

²⁾ (Shenzhen Institute for Quantum Science and Engineering, Southern University of Science and Technology, Shenzhen 518055, China)

³⁾ (International Quantum Academy, Shenzhen 518048, China)

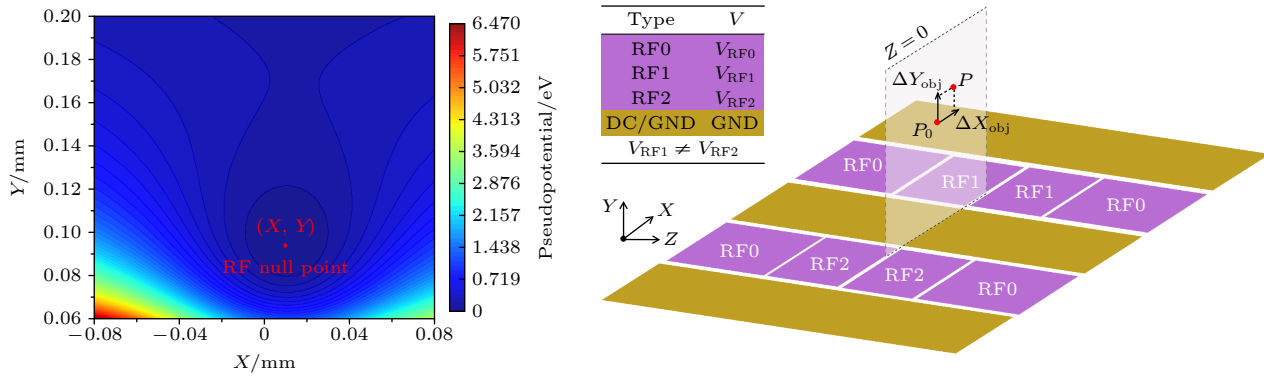
⁴⁾ (Key Laboratory of Advanced Manufacturing Technology, Ministry of Education, Guiyang 550025, China)

(Received 4 November 2024; revised manuscript received 27 December 2024)

Abstract

In an integrated ion trap with integrated optical modules, the problem of misalignment between the optical focus and the trapped ion saddle point is very likely to occur, which seriously hinders the practicality of the

experimental method. To solve this problem, the multi-RF field method can be used to compensate for and move the ion saddle point position. However, in the actual experimental process, the application of the multi-RF method requires the knowledge of the amplitude of the RF voltage to be loaded corresponding to the actual spatial position of the saddle point. Therefore, a set of mathematical models is established to describe the relationship. The accuracy of the model determines the control accuracy of the spatial position of the saddle point, and the simplicity of the model determines the speed of the solution process. Therefore, in this work, a mathematical model of the relationship between the multi-RF electric field voltage and the saddle point position is proposed based on the numerically simulated electric field distribution and the polynomial fitting method. It can quickly and accurately give a mathematical description between the two without considering the physical mechanism or model. Numerical method is adopted to verify and discuss the correctness and scope of application of the model, and can quickly and accurately provide the amplitude of the RF voltage to be loaded in the experiment, causing the saddle point to move and coincide with the optical focus. This method greatly reduces the time delay caused by the solution and improves the feedback loop bandwidth during the movement of the saddle point position.



Keywords: surface ion trap, saddle point movement, multiple RF fields control, boundary element analysis

PACS: 03.67.Lx, 37.10.Ty, 88.40.fc

DOI: 10.7498/aps.74.20241552

CSTR: 32037.14.aps.74.20241552

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12474422, 11904423), the 100-level Selection and Training of High-level Innovative Talents of Guizhou Province, China (Grant No. GCC[2023]090), and the Basic and Applied Basic Research Foundation of Guangdong Province, China (Grant No. 2020A1515010864).

These authors contributed equally.

† Corresponding author. E-mail: joeshardow@gmail.com

‡ Corresponding author. E-mail: xuwang@gzu.edu.cn

多射频场驱动下鞍点移动的建模方法

麦均 王钊 袁畅 肖杰 马伟 王旭

A method of modeling saddle point movement driven by multiple radio frequency fields

MAI Jun WANG Zhao YUAN Chang XIAO Jie MA Wei WANG Xu

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 74, 040304 (2025) DOI: 10.7498/aps.74.20241552

CSTR: 32037.14.aps.74.20241552

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.74.20241552>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

脉冲大电流直线驱动装置电-磁-热-结构多场耦合的局域建模方法

Local modeling method for multi-field coupling of electric-magnetic-thermal-structure of pulsed high current linear driving device

物理学报. 2024, 73(10): 108502 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20240235>

三维数值模拟射频热等离子体的物理场分布

Three-dimensional numerical simulation of physical field distribution of radio frequency thermal plasma

物理学报. 2021, 70(15): 155202 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20202135>

射频电场缀饰下铯Rydberg原子的电磁感应透明光谱

Electromagnetically induced transparency spectra of cesium Rydberg atoms decorated by radio-frequency fields

物理学报. 2024, 73(11): 113201 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20240355>

射频/直流驱动大气压氩气介质阻挡放电的一维仿真研究

One-dimensional simulation of Ar dielectric barrier discharge driven by combined rf/dc sources at atmospheric pressure

物理学报. 2022, 71(24): 245202 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20221361>

强关联电子相变氧化物材料及多场调控

Research on the electronic phase transitions in strongly correlated oxides and multi-field regulation

物理学报. 2024, 73(11): 117102 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20240289>

离子阱中以声子为媒介的多体量子纠缠与逻辑门

Phonon-mediated many-body quantum entanglement and logic gates in ion traps

物理学报. 2022, 71(8): 080301 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220360>