

高磁场下⁷Li 原子的 d 波 Feshbach 共振*陈钟之¹⁾ 赖海健¹⁾ 齐燃²⁾ 俞振华^{1)†}

1) (中山大学物理与天文学院, 珠海 519082)

2) (中国人民大学物理系, 北京 100872)

(2024 年 11 月 16 日收到; 2025 年 2 月 10 日收到修改稿)

Feshbach 共振是在特定外场下原子间发生共振相互作用的现象, 主要表现为在共振附近量化低能散射性质的广义散射长度随外场趋于发散. 近年来, 随着冷原子物理的发展, s 波及高分波的 Feshbach 共振相继被发现, 为研究共振相互作用在多体物理中的效应提供了宝贵的途径. 本文基于多通道量子缺陷理论 (MQDT), 预言在 1039.24 和 1055.64 G ($1\text{ G} = 10^{-4}\text{ T}$) 外磁场下, ⁷Li 原子间存在两个 d 波 Feshbach 共振, 并确定了共振的各项参数, 如共振宽度等. 同时, 估计了磁偶极矩相互作用对这两个共振的影响. 本文的结果拓展了在 ⁷Li 原子气体中研究 d 波共振相互作用的契机.

关键词: Feshbach 共振, 多通道量子缺陷理论**PACS:** 61.05.Np, 67.85.-d**DOI:** 10.7498/aps.74.20241602**CSTR:** 32037.14.aps.74.20241602

1 引言

理解物质间的相互作用, 并实现操控它们, 一直是物理学研究的重要目标之一. 近一百年以来, 随着量子力学的发展, 人类获得了研究微观世界的强有力工具. 在相互作用较弱的情况下, 微扰论^[1]能够较为精确地描述原子间的相互作用效应, 但在强相互作用体系下, 微扰论则不再适用. 冷原子物理的发展为研究可调控的强相互作用提供了理想平台. 通过激光冷却技术^[2,3], 人们可以在抑制热能效应的同时, 通过磁场或电场对原子间相互作用的强度进行精确调控, 甚至达到共振相互作用^[4]. 在这些共振附近, 无论是 Feshbach 共振^[5]还是形状共振^[6], 原子间的相互作用会发生显著变化. 这些共振的发现为调控原子间的相互作用提供了新的途径.

近几十年中, 人们对 Feshbach 共振的研究逐渐深入. 除了最常见的原子-原子体系, 如⁶Li 的 s 波共

振^[7,8], ⁴⁰K 的 p 波共振^[9]等, 在分子-原子体系^[10], 甚至半导体体系^[11]中都发现了 Feshbach 共振. 将 Feshbach 共振作为控制原子相互作用的重要手段, 人们进一步研究了多体量子系统的性质^[12-14]. 另一方面, 描述原子间 Feshbach 共振存在多种理论框架: 耦合通道方法^[15] (coupled-channel)、有效场论^[16] (effective field theory) 和多通道量子缺陷理论^[17,18] (MQDT) 等. 其中耦合通道方法由于具有高精度性, 其结果经常与 Feshbach 共振实验进行对比^[19].

耦合通道方法的关键是建立原子间相互作用势具体的形式; 该形式的确立通常需要利用光缔合谱等实验数据^[20]. 使用确立的原子间相互作用势在实空间求解各个通道耦合在一起的薛定谔方程需要更多的计算资源. 相比之下, MQDT 优势在于仅靠引入若干可由实验确定的参数即可相当精确地描述 Feshbach 共振的特征. 该方法在寻找和预言 Feshbach 共振方面被广泛应用.

本文采用 MQDT 方法, 预言⁷Li 在高于 1000 G ($1\text{ G} = 10^{-4}\text{ T}$) 磁场下存在两个 d 波 Feshbach 共

* 国家自然科学基金 (批准号: 12474270) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: huazhenyu2000@gmail.com

振; 它们分别位于 1039.24 和 1055.64 G, 共振宽度分别为 0.6 和 61.5 mG. 之前关于 ^7Li 的实验主要关注入射通道 aa 在 736.8 G 的 s 波共振 (见表 A1), 未将磁场扫到超过 1000 G 的范围. 另一方面本文预言的两个 d 波共振宽度分别为 0.6 和 60 mG 左右, 在理论预言的指导下, 需在特定磁场范围内进行仔细扫描才能发现. 同时计算了表征 Feshbach 共振的各项参数及在共振点附近闭通道中两体束缚态的性质. 并进一步估算了 d 波中磁偶极矩相互作用导致的共振劈裂.

2 理论模型

应用 MQDT 预测 ^7Li 原子发生 Feshbach 共振的外磁场值, 并给出描述 Feshbach 共振的各项参数. 在一般外磁场下, 对于电子处于空间基态轨道的单个 ^7Li 原子, 其内态可处于不同的超精细态. 我们将两个原子的内态定义为通道, 它们的内态能量和相对动能的总和称为通道能量. 两个入射原子所处的内态被定义为入射通道. 内态能量高于入射通道能量的通道定义为闭通道, 更低或相等则为开通道. 由于在实验中, 往往选取入射通道为内态能量最低的通道, 因此只需考虑一个开通道, 即入射通道. 在碰撞的过程中, 原子间的相互作用可以在各通道中的概率幅发生转换. 若闭通道中存在一个和入射通道能量相同的束缚态, 两原子会发生共振散射, 这就是 Feshbach 共振.

MQDT 将原子间相互作用分为长程和短程两部分: 在原子间距 $r > r_0$ 的长程部分, 相互作用的形式可以很好地近似为 van der Waals 势; 对于 $r < r_0$ 短程部分的效应, 则引入量子缺陷矩阵 $\mathbf{K}$ 来参数化. 该矩阵 $\mathbf{K}$ 确定了波函数及在 r_0 处的边界条件. 与有效场论相比, MQDT 的处理方式通过严格求解 $r > r_0$ 处的薛定谔方程从而记入 van der Waals 势的效应, 进而使得该理论在很大能量范围尺度内都可靠 [21]. 在 $r > r_0$ 处, 描述两个相对角动量 l 分波中 ^7Li 原子内态和相对距离 r 自由度的哈密顿量为

$$\hat{H} = \frac{\hbar^2}{2\mu} \left[-\frac{1}{r} \frac{d^2}{dr^2} + \frac{l(l+1)}{r^2} \right] - \frac{C_6}{r^6} + \hat{H}_{hz,1} + \hat{H}_{hz,2}, \quad (1)$$

式中 μ 是约化质量, C_6 是 van der Waals 势能的参数. 对于处在具有外磁场 $\mathbf{B}$ 下的具有超精细多

重态的原子, 其内态哈密顿量 $\hat{H}_{hz,j} (j = 1, 2)$ 为

$$\hat{H}_{hz,j} = A \mathbf{I}_j \cdot \mathbf{J}_j - (\gamma_I \mathbf{I}_j + \gamma_S \mathbf{S}_j) \cdot \mathbf{B}, \quad (2)$$

式中 A , γ_I 和 γ_S 分别是原子的超精细结构常数、核磁旋比和电子磁旋比, $\mathbf{I}_j$ 和 $\mathbf{S}_j$ 分别是第 j 个原子的核自旋和电子自旋. 本征内态 $|\alpha\rangle$ 满足 $(\hat{H}_{hz,1} + \hat{H}_{hz,2})|\alpha\rangle = E_\alpha|\alpha\rangle$, 其中 E_α 即为内态能量. 图 1 给出了 ^7Li 的本征内态 (用字母 a—h 表示) 对应的内态能量随外磁场的变化.

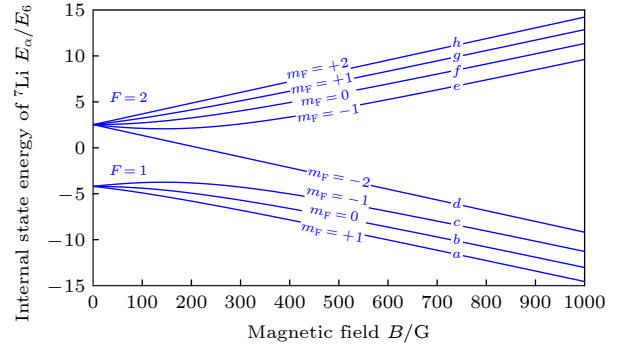


图 1 ^7Li 原子内态能量随外磁场的变化 ($E_6 \equiv E_{\text{vdw}}/4$)

Fig. 1. Internal state energies of ^7Li atoms vs. the external magnetic field B , where $E_6 \equiv E_{\text{vdw}}/4$.

如此, 在通道 $|\alpha\rangle$ 中的相对距离的空间波函数 $u_{l,\alpha}(r)$ 满足

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} + \frac{\beta_6^4}{r^6} + \bar{\epsilon}_\alpha \right] u_{l,\alpha}(r) = 0, \quad (3)$$

其中 $\beta_6 \equiv (2\mu C_6/\hbar^2)^{1/4}$ 并且 $\bar{\epsilon}_\alpha \equiv 2\mu\epsilon_\alpha/\hbar^2$, ϵ_α 是通道能量. 这里将入射通道能量定义为能量零点. 由于实验中的入射动能及不同通道的内能差别通常远小于 van der Waals 能量, $E_{\text{vdw}} \equiv \hbar^2/(2\mu R_{\text{vdw}}^2)$, 其中 $R_{\text{vdw}} \equiv \frac{1}{2} \left(\frac{2\mu C_6}{\hbar^2} \right)^{1/4}$ 是 van der Waals 长度, 可以将 $\epsilon_\alpha/E_{\text{vdw}}$ 作为小量逐级展开 [22], 得到两组线性独立的解 $f_{l,\alpha}(r)$ 和 $g_{l,\alpha}(r)$. 详尽的数学解法参见文献 [21].

这些线性独立解的相对系数则由近程相互作用决定. MQDT 引入矩阵 $\mathbf{K}^c$, 即近程的 $\mathbf{K}$ 矩阵来参数化近程相互作用的效应 [21,23]. 由于在近程, 原子间相互作用被认为正比于 $\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2$, 且是典型电子能量的量级, 所以 $\mathbf{K}^c$ 在总自旋单态 $|S=0\rangle$ 和三态 $|S=1\rangle$ 的基矢下是对角的 [18], $\mathbf{K}^c = K_S^c |S=0\rangle\langle S=0| + K_T^c |S=1\rangle\langle S=1|$. 参数 K_S^c 和 K_T^c 可由实验中测得的零磁场下单态散射长度 a_s 和三态散射长度 a_t 确定. 当把闭通道都“积分”积去后, 可以得到开通道

中的等效量子缺陷^[24]

$$K_{\text{eff}}^c = K_{oo}^c + \sum_{\alpha \in c} K_{o\alpha}^c \langle \alpha | (\chi_l^c - K^c)^{-1} | \alpha \rangle K_{\alpha o}^c, \quad (4)$$

这里 α 求和所有的闭通道 c , χ_l^c 由闭通道中的 $f_{l,\alpha}(r)$ 和 $g_{l,\alpha}(r)$ 组成^[25], 矩阵元 $K_{\alpha\beta}^c = \langle \alpha | K^c | \beta \rangle$.

对于 l 分波的散射相移 δ_l 做有效程展开,

$$\lim_{k \rightarrow 0} k^{2l+1} \cot \delta_l = -\frac{1}{a_l} + \frac{1}{2} r_{e,l} k^2 + \mathcal{O}(k^4 \ln k), \quad (5)$$

其中 a_l 和 $r_{e,l}$ 是对应不同分波数的广义散射长度和有效距离. 在 $k \rightarrow 0$ 的情况下, 只需要考虑首项与量子缺陷 K_{eff}^c 的联系^[26]

$$a_l(B) = \bar{a}_l \left[(-1)^l + \frac{1}{K_{\text{eff}}^c(B)} \right], \quad (6)$$

其中 $\bar{a}_l = \bar{a}_{s,l} \beta_6^{2l+1}$, 并且

$$\bar{a}_{s,l} = \frac{\pi^2}{2^{4l+1} [\Gamma(l/2 + 1/4) \Gamma(l + 3/2)]^2}.$$

当外磁场 B 趋向于 $K_{\text{eff}}^c(B)$ 某个零点 B_0 时, 可以得到

$$a_l(B) = a_{l,\text{bg}} \left(1 - \frac{\Delta}{B - B_0} \right), \quad (7)$$

其中 $a_{l,\text{bg}}$ 为广义的背景散射长度, B_0 即是发生共振的磁场值, Δ 表征共振的宽度.

进一步, 可以计算在闭通道中导致 Feshbach 共振的低能两体束缚态的能量 E_b , 该能量满足^[27]

$$\det[\chi_l^c(B) - K_{cc}^c] = 0, \quad (8)$$

其中, $K_{cc}^c = P_c K^c P_c$, 闭通道投影算符 $P_c = \sum_{\alpha \in c} |\alpha\rangle \langle \alpha|$. 在共振磁场附近, 可以做线性展开

$$E_b = \delta\mu(B - B_0), \quad (9)$$

式中 $\delta\mu$ 是闭通道束缚态与开通道中两个原子的磁矩差.

此外, Feshbach 共振可区分为宽共振和窄共振^[28]. 通常而言, 共振宽度 Δ 并不能直接定义共振的宽窄, 而是由无量纲强度参数 s_{res} 决定. 考虑到磁矩差、背景散射长度对共振的影响, 它被定义为 $s_{\text{res}} = \frac{a_{l,\text{bg}}}{\bar{a}_l} \frac{\Delta \delta\mu}{\bar{E}}$, 其中 $\bar{E} = \frac{\hbar^2}{2\mu \bar{a}_l^2}$ 是与 $\bar{a}_l$ 相关的能量尺度. 若 $s_{\text{res}} \gg 1$, 称该共振属于入射通道主导的共振, 也就是宽共振 (broad), 反之则为闭通道主导的共振, 也称窄共振 (narrow). 通过 s_{res} 可以确定 Feshbach 共振的若干性质, 例如在共振磁场附近闭通道的权重 $Z = \frac{1}{\zeta} \left| \frac{B - B_0}{\Delta} \right|$, 其中 $\zeta \equiv \frac{1}{2} s_{\text{res}} \left| \frac{a_{l,\text{bg}}}{\bar{a}_l} \right|$.

Z 表征当磁场偏离共振点时, Feshbach 分子态脱离入射通道主导的速率; 对于窄共振而言, Z 在共振附近的变化率远大于宽共振, 即 ζ 值远小于 1.

3 计算结果

本文采用 MQDT 方法, 计算发现 ^7Li 在大于 1000 G 磁场下入射通道 aa (即内态最低能级, 参看图 1) 中存在两个 d 波 Feshbach 共振: 其中一个共振位于 1039.24 G, 另一个位于 1055.64 G. 图 2(a) 和图 2(b) 给出了 d 波广义散射长度 $a_2(B)$ 在共振点附近随磁场的变化. 各物理量的计算结果如表 1 所列. 计算得到这两个 Feshbach 共振 Δ 分别为 6.397×10^{-4} 和 6.15×10^{-2} G. 极小的 s_{res} 和 ζ 也表明了这两个共振都属于窄共振. 为确认 MQDT 数值计算的可靠性, 计算了先前已在实验中确认的 Feshbach 共振与之比对 (详见附录 A). 通过对比理论计算得到的 Feshbach 共振磁场 B_0 与实验观测到的共振磁场 B_{ext} , 表明本文方法的精度在 0.2% 的水平. 并且我们对用于确定 K^c 的参数 a_s , a_t 和 C_6 进行了优化 (详见附录 B).

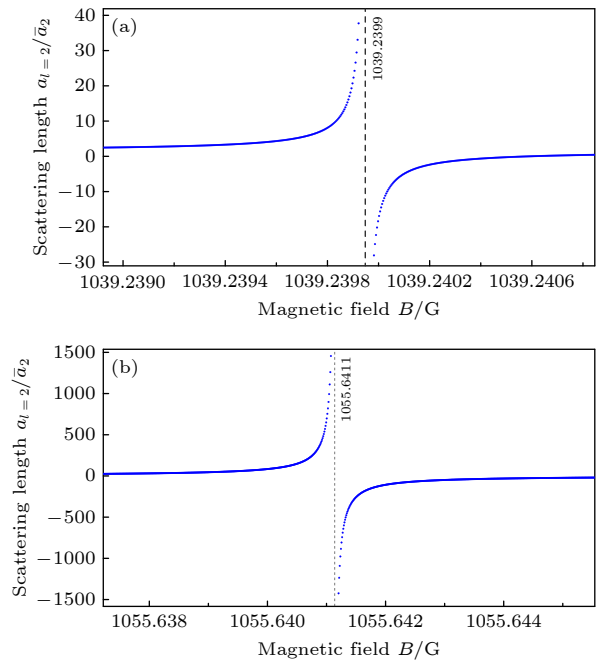


图 2 ^7Li 原子 d 波广义散射长度 a_2 在两个共振磁场 (a) 1039.24 和 (b) 1055.64 G 附近随磁场的变化. 图中黑色虚线标注出了共振的位置

Fig. 2. The d-wave generalized scattering length a_2 for ^7Li atoms vs. the external magnetic field B in the vicinity of two resonances at (a) 1039.24 and (b) 1055.64 G. The black dashed lines represent the resonance points.

表 1 ${}^7\text{Li}$ 的 d 波 Feshbach 共振
 Table 1. d-wave Feshbach resonances in ${}^7\text{Li}$.

B_0/G	$a_{2,\text{bg}}/\bar{a}_2$	Δ/G	$\delta\mu/\mu_0$	s_{res}	ζ
1039.24	1.529	6.397×10^{-4}	3.924	2.19×10^{-4}	6.49×10^{-11}
1055.64	1.529	0.0615	3.953	0.021	6.29×10^{-9}

从表面上看, 本文的计算结果似乎显示出共振宽度随磁场变大而变宽的趋势. 表 A1 中 ${}^{23}\text{Na}$ 的两个 s 波共振也具有相同的趋势. 但在已知的其他 Feshbach 共振中存在违反该趋势的情况: ${}^6\text{Li}$ 和 ${}^{40}\text{K}$ 原子间 aa 通道在 157.6 和 168.2 G 的 s 波 Feshbach 共振宽度分别为 0.25 和 0.15 G^[29]. 共振磁场与宽度之间没有单一的趋势, 正反映出 Feshbach 共振现象中多通道耦合而导致的复杂性.

除了散射性质外, Feshbach 共振的另一特征是共振点附近存在低能束缚态. 对于 s 波 Feshbach 共振, 束缚态的能量为 $E_b(B) = -\frac{\hbar^2}{2\mu a_{l=0}(B)^2}$ ^[29]. 对于高分波 ($l \neq 0$), 通过将 (5) 式解析延拓到负能量可知, 低能束缚态能量 E_b 应与散射长度 a_l 成反比. 因此, E_b 在共振点附近 ($B \rightarrow B_0$) 时, 与磁场呈线性关系. 图 3(a) 和图 3(b) 是利用 (8) 式计算

得到的闭通道中导致共振的低能束缚态 E_b 在共振附近的行为, 其的确呈现出线性变化. 当考虑开通道时, $E_b > 0$ 的区间对应的是“准”束缚态, 即具有有限的寿命. 这类“准”束缚态的性质已在之前 p 波 Feshbach 共振的实验中被测量^[30].

其次, 在之前高分波的共振实验中, 当分辨率足够高时, 发现共振会发生劈裂, 即在若干个相近的磁场发生共振^[6]. 这一劈裂的主要原因是磁偶极矩相互作用

$$H_{\text{dd}} = a_d \frac{1 - 3 \cos^2 \theta}{r^3}, \quad (10)$$

其中, a_d 是磁偶极矩相互作用常数, θ 是相对运动方向和偶极矩方向的夹角, r 是两个原子间的距离. 由于磁偶极矩相互作用远弱于之前考虑的原子间相互作用, 本文采用了一阶定态微扰的方法来估算劈裂的大小.

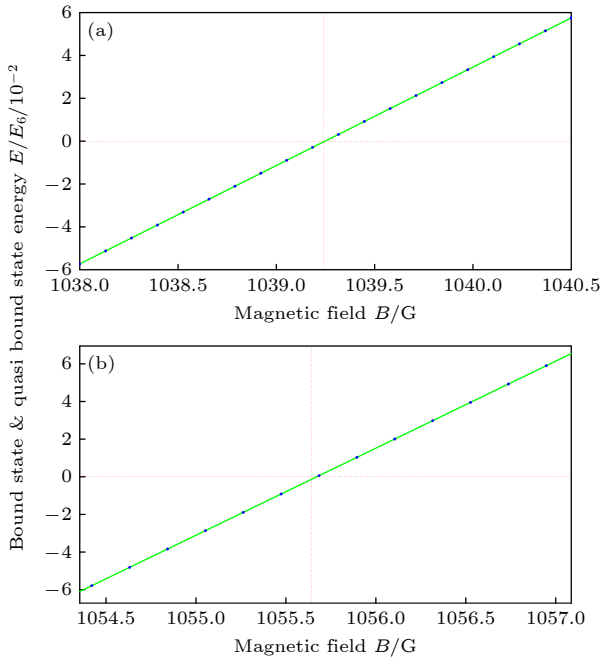


图 3 闭通道中低能束缚态能量 E_b 在两个共振磁场 (a) 1039.24 和 (b) 1055.64 G 附近随磁场的变化. 蓝色点为计算的数据点, 绿色线是线性拟合的数据, 红色虚线标记共振点的位置

Fig. 3. Energy E_b of the low energy bound state in the closed channels vs. the external magnetic field B in the vicinity of the two resonances at (a) 1039.24 and (b) 1055.64 G.

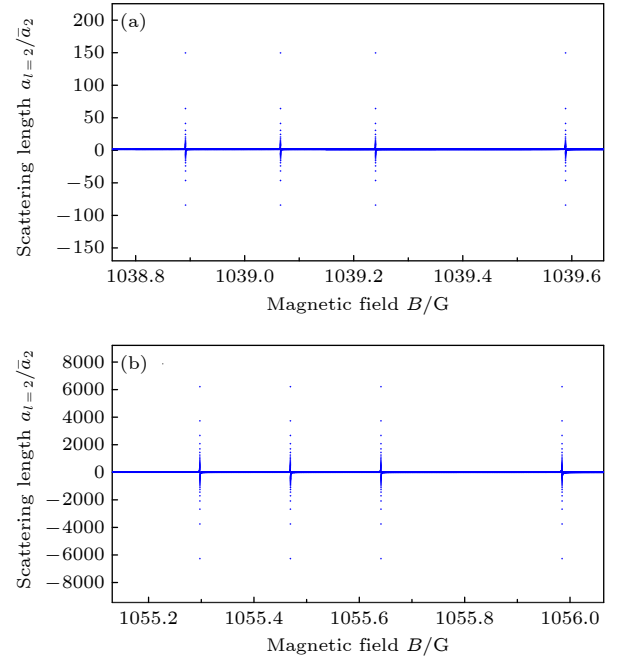


图 4 磁偶极矩相互作用导致的共振点劈裂. 两子图中 a_2 发散的磁场从小到大分别对应于 $m=0$, $m=1$, 不考虑劈裂, $m=2$ 的共振点位置

Fig. 4. Resonance splittings due to the magnetic dipole-dipole interaction. In the plots the divergences of a_2 correspond to the resonances of $m=0$, $m=1$, no splitting, and $m=2$ from small B to big B .

我们发现, 对于 ^7Li 的 d 波 Feshbach 共振, 由于磁偶极矩相互作用, 共振点的位置发生了一定的变化, 如图 4(a) 和图 4(b) 所示. 对于 1039.24 G 的共振, $m = 0, 1, 2$ 的 B_0 变化量分别为 -0.349 , -0.174 和 0.349 G; 对于 1055.64 G 的共振, $m = 0, 1, 2$ 的 B_0 变化量分别为 -0.344 , -0.172 和 0.344 G.

4 总结与展望

通过 MQDT 方法的计算, 发现 ^7Li 在磁场大于 1000 G 时存在两个 d 波 Feshbach 窄共振. 给出了表征这些共振性质的物理参数, 并计算得到了共振点附近闭通道中低能束缚态的行为. 此外, 估算了磁偶极矩相互作用导致的共振劈裂. 与宽共振相比, 窄共振由于通道间耦合相对较弱及耦合的通道数较少, 导致窄共振的半高宽较窄, 散射效应对磁场依赖更为敏感, 在量子精密测量中具有应用前景. 作为计算方法, MQDT 还可拓展研究其他原子 (详见附录 C) 或其他系统的 Feshbach 共振研究, 如分子-原子^[10]、离子-原子^[31], 甚至空穴-激子^[32]等系统.

附录A 与已知若干碱金属原子 Feshbach 共振的比对

为了确认 MQDT 数值计算的可靠性, 计算了 ^7Li 和 ^{23}Na 原子的 s 波 Feshbach 共振, 并与实验结果进行比对. 选择入射通道为 aa 和 ac, 计算结果总结在表 A1 中. 考虑到实际实验条件, 只计算了磁场在 0—1200 G 之间的共振. 计算得到的共振磁场值与实验中观测到的值 B_{ext} 很好地符合.

附录B 数值优化

我们发现对 MQDT 的参数值进行优化, 可以使计算结果更好与实验结果相符合, 从而提升其可靠性. 对计算结果有显著影响的主要有 3 个参数: 电子的单态和三态的 s 波散射长度 a_s , a_t , 以及 van der Waals 常数 C_6 . 将现有精度下实验观测反推出的 a_s , a_t , C_6 数值作为初始值, 利用实

验已观测到的 Feshbach 共振作为限制来优化 a_s , a_t , C_6 的取值, 从而确定共振矩阵 K^c 的取值, 最后利用优化后 K^c 的取值预测其他分波的新共振.

考虑到 a_s , a_t 以及 C_6 对共振点位置和宽度的映射是不寻常的多值函数, 同时缺乏解析的梯度表达式, 本文采用了 Nelder-Mead 单纯形法^[35], 它在解决这类问题时比数值梯度下降法更具优势. 应注意到的一点是, 电子的单态和三态的 s 波散射长度 a_s, a_t 表征具有不同空间对称性的电子之间的相互作用强度, 而 van der Waals 常数 C_6 表示原子和原子间的相互作用强度, 对于不同的分波数 l 而言, 它们以上三个参数均相同. 因此, 在理论计算中, 利用已知的

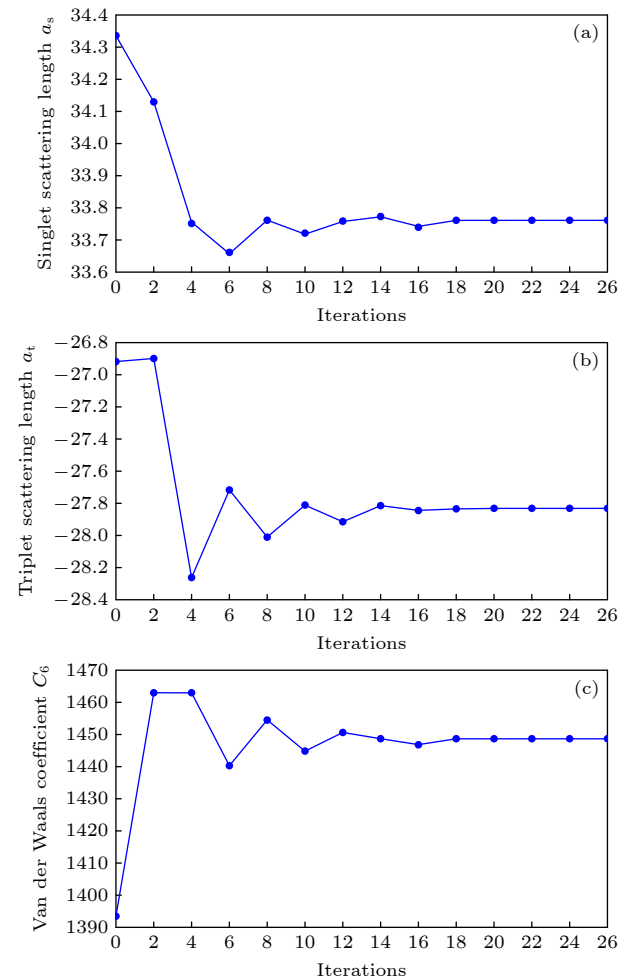


图 B1 三个参数 a_s , a_t 以及 C_6 根据迭代次数的变化

Fig. B1. Three parameters a_s , a_t and C_6 vs. the number of iterations for optimization.

表 A1 ^7Li 和 ^{23}Na 的 Feshbach 共振
Table A1. Feshbach resonances in ^7Li and ^{23}Na .

元素	入射通道	l	B_0/G	$a_{0,\text{bg}}/\bar{a}_0$	Δ/G	$\delta\mu/\mu_0$	B_{ext}/G	数据来源
^7Li	aa	s	738.2	-0.6753	-159.9	1.93	736.8	[33]
^{23}Na	aa	s	851.04	1.459	0.009674	3.8	853	[34]
		s	908.4	1.434	1.085	3.8	907	[34]

Feshbach 共振位置对这些参数进行优化是充分且合理的. 本文的 MQDT 计算能给出之前实验中已观测到的“三个”s 波 Feshbach 共振磁场位置在 0.2% 左右的误差, 不仅说明了 MQDT 方法的价值, 并佐证了实际计算的可靠性. 最终, 对于这两个新的 d 波 Feshbach 共振的预言归根结底需要通过实验来验证.

具体来说, 首先选择了 ^7Li 的 s 波共振点, 它的共振磁场为 $B_0 = 736.8 \text{ G}$ [36]. 以这个共振点的位置作为目标进行优化, 选择被优化的输出函数形式为

$$f(B) = (B_0 - B)^2 W, \quad (\text{B1})$$

其中 B 为每次迭代后的共振点位置, W 为权重函数.

对于 ^7Li 的 s 波共振, 由于共振点仅有一个, 选择 $W = 1$. 图 B1 给出了不同迭代次数时的系统状态, 系统在 20 次迭代后趋于稳定. 同时, 图 B2 给出了输出函数的变化, 它的值从初始化的 1918.14 迭代到最后的 0.0232. 可以看出在使用 Nelder-Mead 单纯形法的情况下, 输出函数在收敛非常快的同时, 收敛效果也非常好.

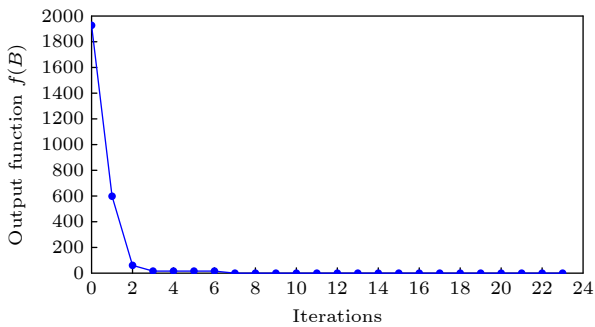


图 B2 输出函数 $f(B)$ 的迭代情况

Fig. B2. Iteration behavior of the output function $f(B)$.

本文中的初始数据 $a_s = 34.331$, $a_t = -26.92$, $C_6 = 1393.39$ [4], 迭代后的参数为 $a_s = 33.737$, $a_t = -27.896$, $C_6 = 1446.76$. 计算得出优化前和优化后的共振点分别为 $B_0 = 710.80 \text{ G}$ 和 $B = 738.249 \text{ G}$. 可见, 优化后的共振点位置明显优于优化前.

附录C 更多新发现的共振

本工作的主旨是运用 MQDT 理论方法预言 ^7Li 入射通道 aa 中的 d 波 Feshbach 共振. 为突出该理论方法具有广泛适用性, 我们提及了在计算过程中发现的其他原子及通道中之前未曾报道过的 Feshbach 共振. 我们希望其中的预言能给实验学家寻找新的 Feshbach 共振提供帮助. 这些共振的各种性质被列在表 C1 中. 考虑了 ^7Li 和 ^{23}Na 的三个低能量通道, 磁场从 0 G 到 1100 G, 罗列出了入射通道、分波、共振点位置、共振宽度和背景散射长度.

表 C1 不同原子的 Feshbach 共振

Table C1. Feshbach resonances in other alkali atoms.

元素	入射通道	l	B_0/G	$a_{l,\text{bg}}/\bar{a}_l$	A/G
^7Li	ab	p	977.12	1.1	121.1
		d	72.9	2.63	148.3
^7Li	bc	p	514.3	-1.235	-61.07
			1083	-1.3	-15.85
^{23}Na	aa	d	578.7	-1.179	-0.04575
			656.2	-8.462	-0.1149
^{23}Na	ab	s	977.1	1.464	3.689×10^{-3}
		p	880.1	1.753	0.1491
^{23}Na	bc	d	694.3	-1.147	-0.05086
		s	1017	-1.152	-0.0523

参考文献

- [1] Schrödinger E 1926 *Annalen der Physik* **79** 734
- [2] Chu S, Bjorkholm J E, Ashkin A, Cable A 1986 *Phys. Rev. Lett.* **57** 314
- [3] Phillips W D, Metcalf H 1982 *Phys. Rev. Lett.* **48** 596
- [4] Moerdijk A J, Verhaar B J, Axelsson A 1995 *Phys. Rev. A* **51** 4852
- [5] Feshbach H 1958 *Ann. Phys.* **5** 357
- [6] Yao X C, Qi R, Liu X P, Wang X Q, Wang Y X, Wu Y P, Chen H Z, Zhang P, Zhai H, Chen Y A, Pan J W 2019 *Nat. Phys.* **15** 570
- [7] Bartenstein M, Altmeyer A, Riedl S, Geursen R, Jochim S, Chin C, Denschlag J H, Grimm R, Simoni A, Tiesinga E, Williams C J, Julienne P S 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 103201
- [8] Strecker K E, Partridge G B, Hulet R G 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 080406
- [9] Regal C A, Ticknor C, Bohn J L, Jin D S 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 053201
- [10] Zhang R, Yan S, Song H, Guo H, Ning C 2024 *Nat. Commun.* **15** 3858
- [11] Schwartz I, Shimazaki Y, Kuhlenskamp C, Watanabe K, Taniguchi T, Kroner M, Inamoglu A 2021 *Science* **374** 336
- [12] Koch J, Menon K, Cuestas E, Barbosa S, Lutz E, Fogarty T, Busch T, Widera A 2023 *Nature* **621** 723
- [13] Margulis B, Horn K P, Reich D M, Upadhyay M, Kahn N, Christianen A, van der Avoird A, Groenenboom G C, Meuwly M, Koch C P, Narevicius E 2023 *Science* **380** 77
- [14] Yudkin Y, Elbaz R, D'Incao J P, Julienne P S, Khaykovich L 2024 *Nat. Commun.* **15** 2127
- [15] Köhler T, Góral K, Julienne P S 2006 *Rev. Mod. Phys.* **78** 1311
- [16] Bruun G M, Pethick C J 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 140404
- [17] Aymar M, Greene C H, Luc-Koenig E 1996 *Rev. Mod. Phys.* **68** 1015
- [18] Makrides C, Gao B 2014 *Phys. Rev. A* **89** 062718
- [19] Julienne P S, Hutson J M 2014 *Phys. Rev. A* **89** 052715
- [20] Stoof H T C, Koelman J M V A, Verhaar B J 1988 *Phys. Rev. B* **38** 4688
- [21] Gao B 1998 *Phys. Rev. A* **58** 1728
- [22] Cavagnero M J 1994 *Phys. Rev. A* **50** 2841
- [23] Gao B 1999 *Phys. Rev. A* **59** 2778
- [24] Gao B, Tiesinga E, Williams C J, Julienne P S 2005 *Phys.*

- Rev. A* **72** 042719
- [25] Gao B 2008 *Phys. Rev. A* **78** 012702
- [26] Gao B 2009 *Phys. Rev. A* **80** 012702
- [27] Gao B 2011 *Phys. Rev. A* **84** 022706
- [28] Góral K, Köhler T, Gardiner S A, Tiesinga E, Julienne P S 2004 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **37** 3457
- [29] Chin C, Grimm R, Julienne P, Tiesinga E 2010 *Rev. Mod. Phys.* **82** 1225
- [30] Gaebler J P, Stewart J T, Bohn J L, Jin D S 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 200403
- [31] Weckesser P, Thielemann F, Wiater D, Wojciechowska A, Karpa L, Jachymski K, Tomza M, Walker T, Schaetz T 2021 *Nature* **600** 429
- [32] Fey C, Schmelcher P, Imamoglu A, Schmidt R 2020 *Phys. Rev. B* **101** 195417
- [33] Strecker K E, Partridge G B, Truscott A G, Hulet R G 2002 *Nature* **417** 150
- [34] Inouye S, Andrews M, Stenger J, Miesner H J, Stamper-Kurn D M, Ketterle W 1998 *Nature* **392** 151
- [35] Lagarias J C, Reeds J A, Wright M H, Wright P E 1998 *SIAM J. Optim.* **9** 112
- [36] Pollack S E, Dries D, Junker M, Chen Y P, Corcovilos T A, Hulet R G 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 090402

d-wave Feshbach resonance of ^7Li atoms in high magnetic fields*

CHEN Zhongzhi¹⁾ LAI Haijian¹⁾ QI Ran²⁾ YU Zhenhua^{1)†}

¹⁾ (School of Physics and Astronomy, Sun Yat-Sen University, Zhuhai 519082, China)

²⁾ (Department of Physics, Renmin University of China, Beijing 100872, China)

(Received 16 November 2024; revised manuscript received 10 February 2025)

Abstract

Feshbach resonance is a fundamental phenomenon in cold atomic physics, where interatomic interactions can be precisely changed into a scattering resonance by varying an external magnetic field. This effect plays a crucial role in ultracold atomic experiments, enabling the control of interaction strength, the formation of molecular bound states, and the realization of strongly correlated quantum systems. With the rapid development of cold atom experiments, numerous Feshbach resonances corresponding to different partial waves, such as s-wave, p-wave, and even higher partial wave ones, have been experimentally identified. While s-wave resonances have been widely utilized due to their isotropic nature and strong coupling, and higher partial-wave resonances (including p-wave and d-wave resonances), provide unique opportunities for exploring anisotropic interactions and novel quantum phases. In this study, by using the multichannel quantum defect theory (MQDT), we predict that two d-wave Feshbach resonances are existent in ^7Li at 1039.24 G and 1055.64 G, respectively. Physical properties of the two resonances are presented, such as the resonance width and closed channel dimer energy. In addition, we optimize the computational parameters by using the Nelder-Mead algorithm and investigate the possible resonance splitting induced by dipole-dipole interactions in higher partial waves. The presence of these d-wave resonances at high magnetic fields provides a new platform for investigating the interplay between higher-order partial wave interactions and quantum many-body effects. Our results provide opportunities for investigating the effects of higher partial wave Feshbach resonances in high magnetic fields. Our theoretical predictions thus serve as a useful reference for future experimental studies of higher-order resonance phenomena in lithium and other atomic species.

Keywords: Feshbach resonance, multichannel quantum defect theory

PACS: 61.05.Np, 67.85.-d

DOI: 10.7498/aps.74.20241602

CSTR: 32037.14.aps.74.20241602

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 12474270).

† Corresponding author. E-mail: huazhenyu2000@gmail.com



高磁场下 ^7Li 原子的d波Feshbach共振

陈钟之 赖海健 齐燃 俞振华

d-wave Feshbach resonance of ^7Li atoms in high magnetic fields

CHEN Zhongzhi LAI Haijian QI Ran YU Zhenhua

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 74, 096101 (2025) DOI: 10.7498/aps.74.20241602

CSTR: 32037.14.aps.74.20241602

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.74.20241602>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于 ^7Li 冷原子操控的超高真空测量

Ultra-high vacuum measurement based on ^7Li cold atoms manipulation

物理学报. 2024, 73(22): 220601 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20241215>

用于冷原子的高精度磁场锁定系统

High-precision magnetic field locking system for cold atoms

物理学报. 2022, 71(14): 145205 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220399>

固态核磁共振量子控制及其应用

Quantum control based on solid-state nuclear magnetic resonance and its applications

物理学报. 2025, 74(7): 077402 <https://doi.org/10.7498/aps.74.20241709>

高温超导: 推动量子多体理论革命的引擎

High-temperature superconductivity: A driving force for the revolution in quantum many-body theory

物理学报. 2025, 74(7): 077403 <https://doi.org/10.7498/aps.74.20250313>

量子点耦合强度对手性Majorana费米子共振交换的调制

Chiral Majorana fermions resonance exchange modulated by quantum dot coupling strength

物理学报. 2024, 73(13): 130502 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20240739>

双通道结构光照明超分辨定量荧光共振能量转移成像系统

Dual-channel structured illumination super-resolution quantitative fluorescence resonance energy transfer imaging

物理学报. 2023, 72(20): 208701 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230853>