

高能离子在稠密等离子体中的能量沉积 和电子离子能量分配*

李子健 林成亮† 吴勇‡ 王建国

(北京应用物理与计算数学研究所, 计算物理全国重点实验室, 北京 100088)

(2024 年 12 月 24 日收到; 2025 年 2 月 26 日收到修改稿)

高能粒子在等离子体中的能量沉积及其导致的电子离子能量分配对理解惯性约束聚变的点火和燃烧过程至关重要. 基于量子动理学的 T 矩阵扩展模型, 本文研究了宽广温度密度区间的能量沉积和电子能量分配因子. 相较于基于小角度散射的阻止本领模型, T 矩阵扩展模型能考虑由大角度库仑散射及其累积过程带来的横向偏转效应. 首先研究了横向偏转效应对电子能量分配因子的影响, 然后计算了宽温度密度区间的电子能量分配因子, 基于这些数据的分析发展了适用于惯性约束聚变模拟的电子能量分配因子拟合表达式. 研究发现, 考虑横向偏转效应会给电子能量分配因子带来约 27.5% 的差异. 这一结论表明, 准确描述高能粒子能量沉积过程中的大角度库仑散射及其累积效应带来的横向偏转会影响惯性约束聚变点火和燃烧模拟的精确性.

关键词: 能量沉积, 电子离子能量分配, 非理想等离子体, 惯性约束聚变**PACS:** 34.50.Bw, 52.50.Gj, 52.20.Hv, 52.57.-z**DOI:** 10.7498/aps.74.20241763**CSTR:** 32037.14.aps.74.20241763

1 引言

惯性约束聚变的主要思想是利用内爆来快速压缩和加热热核燃料, 使其达到高温高密度等离子体状态并发生核聚变反应, 进而利用聚变产物的动能使等离子体自加热, 加速并持续燃烧^[1-5]. 在这一过程中, 当聚变过程产生的能量超过各种物理过程导致的能量损失总和时, 不需要进一步的外部加热就能使热核燃料保持燃烧^[4,5]. 以聚变产生的 α 粒子为例, 在 α 粒子的输运过程中, α 粒子通过频繁与等离子体中的电子和离子碰撞将能量沉积给能量较低的等离子体, 进而加热等离子体. 另一方面, 由于等离子体中电子和离子质量的差异, 高能 α 粒子沉积给等离子体中电子和离子的能量份

额是有显著差异的^[6,7]. 上述过程会影响聚变点火和燃烧过程中中心热斑的温度演化, 进而影响热核燃料自持燃烧的过程和聚变反应率等. 因此, 高能聚变产物的能量沉积和电子离子能量分配对聚变平衡燃烧和非平衡燃烧物理的研究均有着重要应用价值.

在惯性约束聚变点火和自持燃烧阶段, 中心热斑中电子体系的能量密度 E_e 的变化可以由下述方程给出^[4,8,9]:

$$\frac{dE_e}{dt} = F_e P_{\text{dep}} + P_{\text{ie}} - P_{\text{re}} - P_{\text{he}} - P_{\text{me}}, \quad (1)$$

式中 P_{dep} 为聚变产生并沉积的功率密度; F_e 为沉积给电子的能量份额; P_{ie} 是离子向电子转移能量的功率密度; P_{me} , P_{re} 和 P_{he} 则分别为机械做功、韧致辐射和热传导损失的功率密度. 如果只考虑电子

* 国家重点研发计划 (批准号: 2022YFA1602500) 和国家自然科学基金 (批准号: 12474277, U2430208) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: lin_chengliang@iapcm.ac.cn

‡ 通信作者. E-mail: wu_yong@iapcm.ac.cn

体系动能的贡献, 即 $E_e = 3n_e k_B T_e / 2$, 则可以得到中心热斑内电子的温度演化方程. 这里 n_e 和 T_e 分别为电子的密度和温度, k_B 是玻尔兹曼常数. 离子的温度演化方程也由类似的方程描述, 详细的细节可参考文献 [8,10]. 本文聚焦在方程 (1) 中电子能量分配因子 F_e . 这一关键参数上, 它与高能离子的阻止本领和能量沉积密切相关. 在前人的研究 [11] 中, 基于高能 α 粒子能量沉积的理论模型计算电子能量分配因子 F_e 后, 对计算结果进行简单插值拟合可以得到以下的近似形式 [11,12] (该表达式中温度的单位均为 keV):

$$F_e = \frac{T_0}{T_0 + T_e}, \quad (2)$$

式中 T_0 为某一特征温度, 它与所采用的组织本领模型密切相关; T_e 是电子温度. 在这一拟合中, F_e 被定义为在能量沉积过程中转移给电子的能量占初始 α 粒子能量的比例. 基于阻止本领的经典两体碰撞模型 [13], Fraley 等 [11] 给出了电子能量分配拟合公式 (2) 中 $T_0 = 32$. 在两体碰撞模型中, 特征温度 T_0 的确定与描述粒子碰撞的库仑对数模型密切相关. 基于不同的两体碰撞库仑对数, Atzeni 和 Meyerter-Vehn [4] 得到的电子能量分配中 $T_0 = 25$, 而 Stanton 和 Murillo [6] 结合经典两体碰撞模型、德拜势能模型和依赖于高能粒子入射速度的屏蔽长度给出 $T_0 = 16$.

基于方程 (2) 的能量分配因子被广泛地应用于惯性约束聚变点火和燃烧的模拟中. 然而, 这一简单的拟合表达式存在多方面的不足. 首先, 电子能量分配因子对密度的依赖关系被忽略了 [12]. 因聚变等离子体涉及的温度密度区间广, 采用不依赖于密度的近似会明显忽略稠密等离子体中密度效应带来的影响, 因此不利于惯性约束聚变点火和燃烧过程的精确模拟. 其次, 目前电子离子能量分配因子的研究主要集中在 1—50 keV 的区间 [4,6,10,11,14], 只有少量研究将温度区间扩展到了百 keV 的量级 [15–17]. 在聚变燃烧阶段等离子体的温度会上升至百 keV, 这一过程中 α 粒子的能量沉积和等离子体升温是同时存在的 [4]. 此外, 以 $p + B \rightarrow 3\alpha$ 作为燃料的聚变中, 点火温度约为 300 keV [2]. 因此有必要研究 α 粒子在百至千 keV 区间的能量沉积和电子能量分配. 最后, 之前的研究大都采用基于小角度散射假设的阻止本领理论来研究电子离子能量分配 [10,14–16]. 现有研究均表明, 大角度散射对高能

粒子的能量沉积有着不可忽视的影响, 尤其是在射程的尾端 [7,18]. 因此, 在能量沉积和电子粒子能量分配因子的研究中必须考虑大角度库仑散射及其累积诱发的横向偏转效应.

本文将基于之前发展的 T 矩阵扩展模型 [7], 研究高能粒子在宽广温度密度区间等离子体中的能量沉积和电子粒子能量分配因子. 在 T 矩阵扩展模型中可以自洽地考虑偏转效应对能量沉积和电子粒子能量分配的影响. 本文的结构如下: 首先在第 2 节中简要回顾阻止本领和能量沉积的 T 矩阵扩展模型, 以及电子离子能量分配因子的理论; 在第 3 节中讨论 $p^{11}B$ 和 DT 等离子体中电子能量分配因子以及偏转效应对电子能量分配因子的影响, 并给出适用于惯性约束聚变模拟的电子能量分配因子的拟合表达式; 第 4 节对本文的研究工作做简短的总结和展望.

2 理论方法

2.1 阻止本领和能量沉积的 T 矩阵扩展方法

当高能聚变产物或高能粒子束入射到等离子体中时, 入射粒子会经受与背景等离子体中带电粒子的大量碰撞. 这些碰撞的累积不仅会使得入射粒子沿初始速度方向减速, 还会使入射粒子获得垂直于入射方向的动能而产生偏转. 为描述这一过程, 可以将入射粒子的动能 ε_T 和动量 $\mathbf{p}_T$ 按平行和垂直于初始入射方向分解, 即 $\varepsilon_T = p_T^2 / (2m_T) = [(p_T^{\parallel})^2 + (p_T^{\perp})^2] / (2m_T)$. 因而, 入射粒子动能随时间的平均变化率可以表述为 [7]

$$\frac{d}{dt} \left\langle \frac{p_T^2}{2m_T} \right\rangle = \frac{p_T^{\parallel}}{m_T} \cdot \frac{d}{dt} \langle p_T^{\parallel} \rangle + \frac{d}{dt} \left\langle \frac{(p_T^{\perp})^2}{2m_T} \right\rangle. \quad (3)$$

我们前期的研究 [7] 表明, 方程 (3) 左边描述入射粒子动能的变化率, 其与入射粒子的连续慢化 (continuous-slowing-down, CSD) 阻止本领 dE/ds 相关. 方程 (3) 右边第 1 项描述入射粒子平均动量的变化率, 它决定了入射粒子的线性能量转移 (linear-energy-transfer, LET) 阻止本领 dE/dx . 方程 (3) 右边第 2 项刻画的是入射粒子受背景等离子体作用后垂直初始运动方向的偏转 $\mathcal{D}_{\perp}$, 即入射粒子在速度空间的横向扩散, 它与入射粒子在等离子体中的热化有密切的联系 [19].

在量子动理学理论的框架下, 通过引入依赖于

入射粒子速度的屏蔽势能模型, 发展了描述高能粒子阻止本领的 T 矩阵扩展模型^[7]. 在这一模型中, LET 阻止本领 $\frac{dE}{dx} = \frac{\mathbf{p}_T^2}{v_T m_T} \cdot \frac{d}{dt} \langle \mathbf{p}_T^2 \rangle$ 由下式给出:

$$\frac{dE}{dx} = \sum_c \frac{m_c h_{Tc}}{\sqrt{\pi} \mu_{Tc}} \int_0^\infty \frac{dz}{z^2} \mathcal{L}_{Tc}(u, z) \mathcal{F}_M(u, z), \quad (4)$$

$$\mathcal{F}_M(u, z) = e^{-u^2 - z^2} [\sinh(2uz) - 2uz \cosh(2uz)]. \quad (5)$$

等离子体中不同类粒子阻止本领贡献 dE_c/dx 可从方程 (4) 中得到, 即方程 (4) 表征的是 $dE/dx = \sum_c dE_c/dx$. 在方程 (4) 中 $h_{Tc} = z_T^2 e^2 \omega_{pl,c}^2 / (4\pi\epsilon_0 v_T^2)$, $\mu_{Tc} = m_T m_c / (m_T + m_c)$. m_T, z_T 和 v_T 分别为入射粒子的质量、电荷数和速度. m_c, z_c, n_c, T_c 和 $\omega_{pl,c}^2 = z_c^2 e^2 n_c / (\epsilon_0 m_c)$ 分别为等离子体中 c 类粒子的质量、电荷数、密度、温度和等离子体频率. $u = v_T / v_{th,c}$ 和 $z = v_{Tc} / v_{th,c}$ 为相对于 $v_{th,c} = \sqrt{2k_B T_c / m_c}$ 的约化速度. $\mathcal{L}_{Tc}(u, z)$ 为描述粒子之间散射的库仑对数, 它与两体碰撞过程中的动量转移截面 $Q_{Tc}(v_T, p)$ 之间的关系为

$$\mathcal{L}_{Tc}(u, z) = \frac{Q_{Tc}(v_T, v_{Tc})}{4\pi b_{Tc}^2}, \quad (6)$$

式中 $b_{Tc} = z_T z_c e^2 / (4\pi\epsilon_0 \mu_{Tc} v_{Tc}^2)$ 是库仑散射下的经典碰撞参数. 在本文所讨论的温度密度范围内, 等离子体中的离子都可以看作经典粒子来处理, 因此我们采用经典散射理论计算离子-离子碰撞的动量转移截面:

$$Q_{Tc}^{cl}(v_T, p) = 2\pi \int_0^\infty db b (1 - \cos \chi), \quad (7)$$

式中 b 是碰撞参数; χ 是散射角,

$$\chi = \pi - 2b \int_{r_0}^\infty \frac{dr}{r^2} \left[1 - \frac{b^2}{r^2} - \frac{2\mu_{Tc}}{p^2} V_{Tc}^S(v_T, r) \right]^{-\frac{1}{2}}, \quad (8)$$

其中 r_0 是经典转折点. 散射过程中的相互作用势采用依赖于速度的德拜势, 形式为

$$V_{Tc}^S(v_T, r) = \frac{z_T z_c e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \exp \left[-\frac{r}{\lambda_s(v_T)} \right]. \quad (9)$$

此处的屏蔽长度是

$$\lambda_s(v_T) = \frac{1}{\kappa_s} \sqrt{1 + \frac{e}{2} \{1 + \tanh[0.3(x_T - 2.5)]\} x_T^2}, \quad (10)$$

式中 $x_T = v_T \kappa_s / \omega_{pl,e}$, $\kappa_s^2 = \frac{e^2 n_e}{2\epsilon_0 k_B T_e} \frac{F_{-1/2}(\eta_e)}{F_{1/2}(\eta_e)}$, $F_a(y) = \int_0^\infty \frac{x^a}{\exp(x-y)+1} dx$. 对于离子和电子的碰撞, 由

于电子自身的量子特性以及散射过程中可能会形成共振态, 因此需要采用量子散射理论计算. 对应的离子-电子碰撞动量转移截面形式为

$$Q_{Tc}^{qm}(v_T, p) = \frac{4\pi}{p^2} \sum_{l=0}^\infty (l+1) \sin^2 [\delta_l(p) - \delta_{l+1}(p)], \quad (11)$$

式中 $\delta_l(p)$ 是连续态电子的相移, 需要通过求解薛定谔方程得到, 具体细节见参考文献 [7, 20–22].

在 T 矩阵扩展模型中, 入射粒子的横向偏转 $\mathcal{D}_\perp = \frac{1}{v_T} \cdot \left\langle \frac{(\mathbf{p}_T^\perp)^2}{2m_T} \right\rangle$ 的表达式如下:

$$\mathcal{D}_\perp = \sum_c \frac{2m_c h_{Tc}}{\sqrt{\pi} m_T} \int_0^\infty dz \mathcal{L}_{Tc}(u, z) \mathcal{F}_\perp(u, z), \quad (12)$$

$$\mathcal{F}_\perp(u, z) = e^{-(u^2 + z^2)} \sinh(2uz). \quad (13)$$

入射粒子的 CSD 阻止本领 $\frac{dE}{ds} = \frac{1}{v_T} \cdot \frac{d}{dt} \left\langle \frac{\mathbf{p}_T^2}{2m_T} \right\rangle$ 则由下式决定:

$$\frac{dE}{ds} = \sum_c \frac{m_c h_{Tc}}{\sqrt{\pi} \mu_{Tc}} \int_0^\infty \frac{dz}{z^2} \mathcal{L}_{Tc}(u, z) \mathcal{F}_E(u, z), \quad (14)$$

$$\mathcal{F}_E(u, z) = \mathcal{F}_M(u, z) + 2z^2 \frac{\mu_{Tc}}{m_T} \mathcal{F}_\perp(u, z). \quad (15)$$

方程 (15) 右边第 2 项描述的是 CSD 和 LET 阻止本领之间统计权重的差异: 不同的权重作用在相同的动量转移截面后积分会得到不同的阻止本领. 从这一项可以看出, 横向偏转强烈依赖于 μ_{Tc}/m_T , 因而高能离子的横向偏转只能是由等离子体中的离子引起的. 在以往的研究中通常假设高能离子沿直线运动, 横向偏转带来的影响被认为是不显著的. 然而, 在高速粒子的能量沉积过程中, 带电粒子之间的大角度库仑散射可以起到关键作用. 尤其是在高能粒子射程的尾端, 大角度库仑散射及其累积的多重散射效应会导致 CSD 和 LET 阻止本领之间出现显著的差异.

本文讨论的横向偏转效应在文献 [10, 23] 中均有讨论, 然而并没有给出描述横向偏转效应的显示表达式. 此外, 上述文献中对横向偏转的讨论是针对弱耦合等离子体进行的, 相应的阻止本领模型, 如 BPS 模型^[10] 是基于微扰展开建立的, 因而只适用于弱耦合的全电离等离子体. 此外, 常用的 Li-Petrasso 阻止本领模型^[14] 与 CSD 模型一样, 描述的都是入射粒子动能的阻滞和衰减, 无法描述由多次散射诱发的横向偏转. 当入射粒子的能量非常高时, 入射粒子与等离子体的散射引发的横向偏转并

不剧烈, 此时 CSD 和 LET 阻止本领的结果之间的差异很小. 随着入射粒子能量的减小, 其与等离子体中的离子之间的碰撞起主导作用, 这些强碰撞会诱发大角度散射, 导致入射粒子产生显著的横向偏转. 我们之前的研究表明, 只有考虑了横向偏转效应带来的影响, 才能揭示低能端能损理论预测和实验测量之间的差异^[7]. 此外, 相较于其他理论模型, T 矩阵扩展模型对中等耦合区间等离子体中的能量沉积也能给出更准确的描述.

2.2 电子离子能量分配因子

基于高能粒子阻止本领的理论模型, 可以计算高能粒子慢化过程中沉积给等离子体中 c 类粒子的能量, 如下式所示^[15]

$$E_c = \int_0^{E_c} dE = \int_{E_{\min}}^{E_0} dE \frac{dE_c/dx}{dE/dx}, \quad (16)$$

式中, dE_c/dx 是等离子体中 c 类粒子的阻止本领, dE/dx 是总阻止本领, E_0 是高能粒子的初始能量, $E_{\min}$ 是需要选取的 α 粒子的最低能量. 在方程 (16) 中分别采用 LET 阻止本领 (4) 和 CSD 阻止本领 (14) 可以考察横向偏转效应对能量分配的影响. 根据方程 (16) 可得分配给等离子体中 c 类粒子的能量份额为 $F_c = E_c/E_0$. 如果简单地认为高能粒子将能量完全沉积给等离子体, 则 $F_e + F_i = 1$, 其中 F_i 为分配给等离子体中不同离子的总份额. 这一近似意味着 $E_{\min} = 0$, 因而忽略了高能粒子慢化过程中的热化. 考虑热化后, 可分配给等离子体的能量为 $E_{\text{dep}} = E_0 - E_{\min}$, 且 $F_e + F_i = E_{\text{dep}}/E_0 < 1$. 因此, 在满足 $F_e + F_i = 1$ 的约束下, 等离子体中 c 类粒子的能量分配因子的定义应修正为

$$F_c = \frac{E_c}{E_{\text{dep}}} = \frac{E_c}{E_0 - E_{\min}}. \quad (17)$$

后续的计算需要确定 $E_{\min}$, 其与给定温度密度条件下等离子体中能量沉积的量有关. 当等离子体的温度远小于入射粒子的能量时, $E_{\min} = 0$ 是一个简单有效的近似. 高能粒子在等离子体中慢化过程时, 并不能变为完全静止的状态. 当高能粒子的能量低于等离子体的热力学动能时, 它会因与等离子体粒子的碰撞吸收能量而热化, 即入射粒子会被等离子体加热. 这一事实反映在图 1(a) 中, 当高能粒子的速度低于某一值时, 其阻止本领会发生符号

的变化, 且不同等离子体粒子阻止本领符号发生变化时对应的速度或能量有明显差异. 因此能量截止点 $E_{\min}$ 选取的不正确会导致电子离子能量分配因子计算的错误.

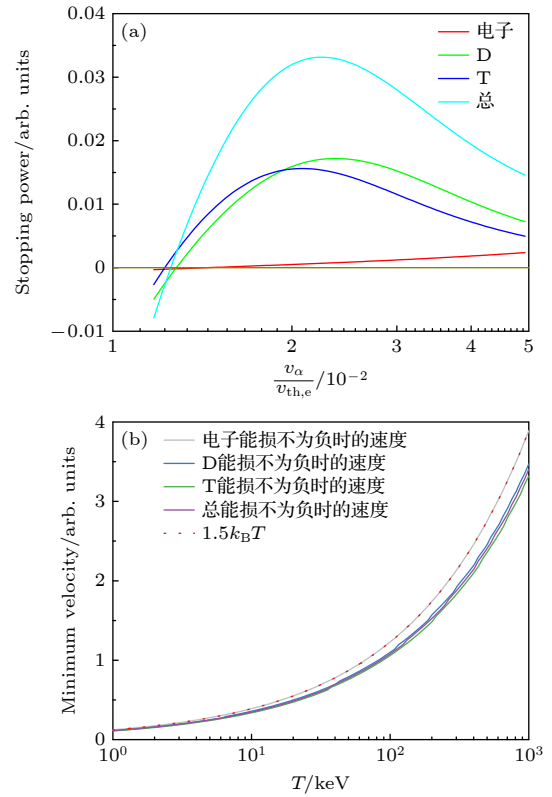


图 1 (a) 温度为 200 keV 和电子密度为 10^{25} cm^{-3} 的 DT 等离子体中, 不同类型的等离子体粒子对能量为 $E_0 = 3.54 \text{ MeV}$ 的 α 粒子 CSD 阻止本领的贡献; (b) 电子密度为 10^{25} cm^{-3} 的 DT 等离子体中, 不同阻止本领为 0 时 α 粒子的速度, 红色虚线对应能量为 $E_{\min} = 3k_B T/2$ 时 α 粒子的速度

Fig. 1. (a) Partial and total CSD stopping power of α particle with $E_0 = 3.54 \text{ MeV}$ in a DT plasma with $T = 200 \text{ keV}$ and $n_e = 10^{25} \text{ cm}^{-3}$; (b) the characteristic velocity of α particle for the case of partial and total stopping power equal to 0 in DT plasmas with $n_e = 10^{25} \text{ cm}^{-3}$. The red dash line represents the velocity of α particle when $E_\alpha = E_{\min} = 3k_B T/2$.

图 1(b) 给出了电子密度为 10^{25} cm^{-3} 的 DT 等离子体中, 不同电子温度下不同 CSD 阻止本领的零点. 可以发现, 在该条件下的 DT 等离子体中, 电子阻止本领的零点最大, 且与入射粒子动能为 $3k_B T/2$ 对应的速度相近. 更细致的对比发现, 在本文研究的温度密度范围内, $3k_B T/2$ 对应的速度始终略大于电子阻止本领的零点. 因此, 在后面的计算中采用 $E_{\min} = 3k_B T/2$.

3 结果与讨论

本节主要讨论 α 粒子的能量沉积及其沉积给等离子体中电子的能量份额, 其中 α 粒子的初始能量为 3.54 MeV. 假设电子的温度和离子的温度是相等的. 能量沉积导致的电子离子温度脱离和温度平衡过程^[24,25], 以及其对热斑演化和聚变反应率的影响十分复杂, 将在后续研究中持续深入开展. 本文聚焦在能量沉积过程中的电子离子能量分配因子上.

3.1 $p^{11}\text{B}$ 和 DT 等离子体中电子能量分配因子

首先研究相同电子密度条件下 $p^{11}\text{B}$ 和 DT 等离子体中电子能量分配因子随温度的变化, 结果如图 2 所示. 可以发现, 在同种等离子体中, 本文中的 CSD 模型预测的电子能量分配因子与 BPS 阻止本领模型给出的结果基本相符合. 这是因为在图 2 研究的温度范围内, 等离子体均处于弱耦合等离子体区间. 在弱耦合等离子体区间, 对阻止本领起主导作用的是粒子之间的库仑散射和等离子体集体激发效应. 虽然处理的细节不一样, 但 CSD 模型和 BPS 模型对这两种效应均能给出准确的描述, 因而给出的电子能量分配因子之间的差异不大.

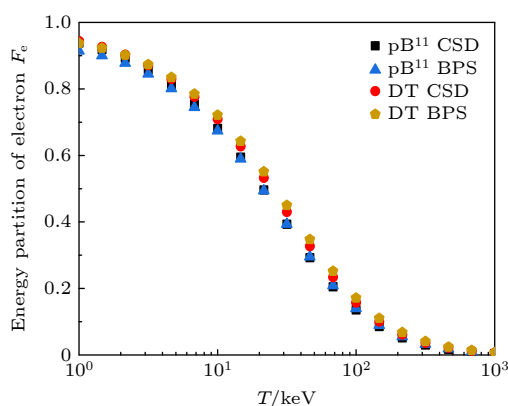


图 2 电子密度为 10^{26} cm^{-3} 的 DT 与 $p^{11}\text{B}$ 等离子体中的电子能量分配因子. 方形和三角形符号分别对应 $p^{11}\text{B}$ 等离子体中 CSD 和 BPS 模型计算的结果, 而圆形和五边形分别对应 DT 等离子体中 CSD 和 BPS 模型计算的结果

Fig. 2. Energy partition of electrons in DT and $p^{11}\text{B}$ plasmas at a fixed electron density 10^{26} cm^{-3} . The square and triangle symbols displays the predictions from CSD and BPS stopping power for $p^{11}\text{B}$ plasmas, while the circles and pentagons correspond to CSD and BPS results for DT plasmas.

从图 2 还可以发现, 在相同电子密度和温度的 $p^{11}\text{B}$ 和 DT 等离子体中, 根据 CSD 阻止本领计算的电子能量分配因子之间的差异要小于 BPS 模型的结果. 此外, 相同电子密度的 $p^{11}\text{B}$ 和 DT 等离子体中, 依据 CSD 阻止本领模型计算的能量分配因子在 10—100 keV 的区间呈现出最大约 5% 的差异. 这一差异主要来源于 DT 与 $p^{11}\text{B}$ 等离子体中离子质量和电荷的区别. 如何精确描述混合等离子体中离子质量和电荷的差异带来的影响, 并进一步发展便于应用的理论模型, 需要进一步开展更深入的研究. 总的来讲, 图 2 的结果表明, 相同电子密度和温度条件下, 常用聚变燃料的差异 (DT 和 $p^{11}\text{B}$) 对电子的能量分配因子的影响相对较小. 接下来将进一步研究 DT 等离子体中的电子能量分配因子.

3.2 偏转效应对电子能量分配因子的影响

首先研究了偏转效应对阻止本领的影响. 图 3 给出了 α 粒子在电子密度为 10^{26} cm^{-3} , 温度为 1 keV 的 DT 等离子体中的 CSD 和 LET 阻止本领. 如图 3 所示, 电子阻止本领在高能区占主导地位, 表现为在 $v_a/v_{\text{th},e} \approx 1$ 时存在一个阻止本领的峰值; 而离子阻止本领在低能区占主导地位, 表现为 $v_a/v_{\text{th},e} \approx m_{\text{DT}}^{-1/2}$ 处的离子布拉格峰. 随着 α 粒子能量的衰减, CSD (dE/ds) 和 LET (dE/dx) 阻止本领之间的差异越来越显著, 尤其是在射程的尾端, 两者之间的变化趋势有着明显的区别. CSD 中多重散射诱发的偏转效应的缺失会对低能区域的阻止本领有显著的影响, 特别是在离子峰附近, LET

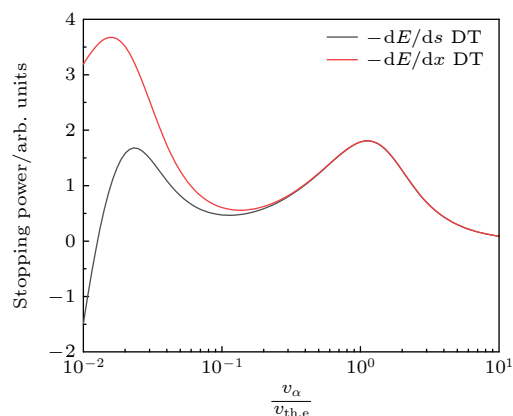


图 3 α 粒子在电子密度 10^{26} cm^{-3} , 温度为 1 keV 的 DT 等离子体中的 CSD (dE/ds) 和 LET (dE/dx) 阻止本领

Fig. 3. CSD and LET stopping power for α particle in a DT plasma with $n_e = 10^{26} \text{ cm}^{-3}$ and $T_e = 1 \text{ keV}$.

离子阻止本领显著大于 CSD 离子阻止本领. 这会导致沉积给离子的能量变多而沉积给电子的能量变少, 电子能量分配因子也会对应变少. 因此, 偏转效应会显著地影响高能离子能量沉积过程中分配给电子的能量份额. 此外, 不同于 LET 阻止本领, CSD 阻止本领在某个临界速度处会发生符号的变化, 也就是说 α 粒子不再会往等离子体中沉积能量, 而是会从等离子体中获取能量. 有研究表明, 在电子离子双组分等离子体中, 这一过程与等离子体中不同体系之间的能量弛豫有关^[19]. 对与多组分混合等离子体, 这一问题需要更细致的研究分析.

为具体研究偏转对电子能量分配因子的具体影响, 研究了 $n_e = 10^{26} \text{ cm}^{-3}$ 的 DT 等离子体中, 电子能量分配因子 F_e 随温度的变化, 并给出了不同模型之间的对比, 如图 4 所示. 可以看出, Li-Petrasso 模型^[14] 给出的电子能量分配因子要低于 BPS 模型^[10,15] 及基于介电函数的阻止本领模型^[16] 给出的结果. 在温度大于 100 keV 时, 是否考虑入射粒子的反冲效应会带来显著差异. 此外, 通过 BPS2012 和 BPS(E_0) 对比发现, 其在温度约为 200 keV 时出现拐点. 这一非物理的行为是由于在 (17) 式中采用 $E_{\min} = 0$ 以及在积分 (16) 式中采用总阻止本领为零时的能量作为积分下限导致的. 由此可见, 错误的能量截断 $E_{\min}$ 会导致不合理的电子能量分配因子. 采用 $E_{\min} = 3k_B T/2$ 后的计算表明, 基于 CSD 组织本领 (14) 的电子能量分配因子在 $T = 1\text{--}1000 \text{ keV}$ 的范围与 BPS 模型的结果符合得比较好. 此外, (2) 式中取 $T_0 = 25$ 在温度区间 $T = 5\text{--}50 \text{ keV}$ 内能很好地复现这一密度下 CSD 和 BPS 的计算结果.

进一步的对比可以发现, 大角度散射及其累积效应诱发的横向偏转效应会使得入射粒子将更多的能量沉积给等离子体中的离子体系. 在常用的能量沉积模型如 Li-Petrasso^[14], BPS^[10,15] 等模型中, 都只考虑了小角度散射对偏转以及能量分配的影响, 而忽略了大角度库仑散射带来的贡献^[7,18]. 从图 4 可以看出, 横向偏转效应对电子离子能量分配有显著的影响. 在 $n_e = 10^{26} \text{ cm}^{-3}$, $T = 100 \text{ keV}$ 的 DT 等离子体中, 不考虑偏转效应会高估电子能量分配因子, 高估的比例约达到 27.5%. 因此, 在惯性约束聚变的点火和燃烧研究中, 应充分考虑阻止本领模型的精确性以及电子离子能量分配因子的准确性带来的影响.

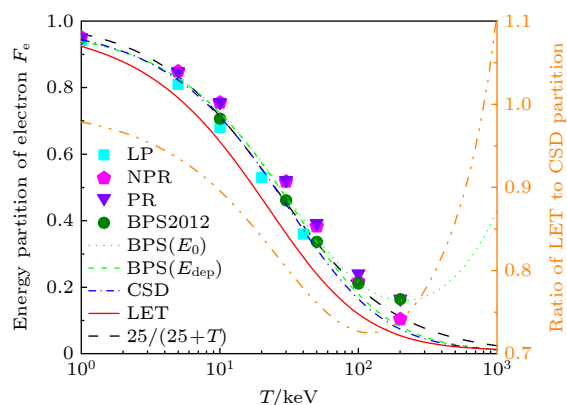


图 4 左轴: 电子密度为 10^{26} cm^{-3} 的 DT 等离子体中, 电子能量分配因子 F_e 随温度的变化. 方形和圆形分别对应 Li-Petrasso 模型^[14] 和 BPS 模型^[10] 的结果, 而五角星和三角符号表示不考虑和考虑入射粒子反冲效应的结果^[16]. BPS(E_0) 和 BPS(E_{dep}) 分别表示 $E_{\min} = 0, 3k_B T/2$ 对应的结果. CSD (蓝色点虚线) 和 LET (红色实线) 之间的差异表征偏转效应的贡献. 黑色虚线对应方程 (2) 中取 $T_0 = 25$ 的结果. 右轴: LET 和 CSD 阻止本领对应的电子能量分配因子之间的比值

Fig. 4. Left axis: energy partition of electron F_e in DT plasmas with $n_e = 10^{26} \text{ cm}^{-3}$ at different temperatures. Square and circle symbols denotes the results of Li-Petrasso^[14] and BPS^[10] models, while pentagram and triangle symbols represent the results without and with projectile recoil based on dielectric formalism of stopping power^[16]. BPS(E_0) and BPS(E_{dep}) are predictions with $E_{\min} = 0, 3k_B T/2$, respectively. The difference between LET (red solid line) and CSD (blue dotted-dash line) describes the influence of deflection effect. The black dash line displays the results calculated with $T_0 = 25$ in Eq. (2). Right axis: the ratio of energy partition F_e from LET and CSD stopping power.

3.3 电子能量分配因子的拟合

为了进一步地获得便于应用的电子分配因子, 需要深入分析温度和密度对电子能量分配因子的影响. 因此, 在 CSD 和 LET 阻止本领的框架下计算了宽广温度密度区间 ($n_e = 10^{22}\text{--}10^{27} \text{ cm}^{-3}$, $T = 1\text{--}1000 \text{ keV}$) 内的电子分配因子, 并建立了适用的拟合表达式. 这一温度密度涵盖了大多数 DT 聚变等离子体的情况^[2,4,26,27].

之前的研究表明^[7], 高能粒子的阻止本领随密度的变化基本上呈线性变化, 这是因为碰撞截面基本上与参与散射过程的粒子数目成正比. 根据方程 (16) 和方程 (17) 可知, 电子能量分配因子由电子的阻止本领和总的阻止本领之比确定, 故而电子能量分配因子受密度变化的影响很弱. 然而, 温度的变化对电子能量分配因子的影响很强^[11,12]. 根

据 T 矩阵扩展模型, 如方程 (14), 温度的变化不仅会影响动量转移截面, 还会显著改变粒子分布函数的形状, 进而改变相应阻止本领的被积函数. 因为电子和离子之间质量的差异, 分布函数的极值位置有显著差别, 因而会影响对高能离子能量沉积的贡献. 综上所述, 温度的变化对电子能量分配因子的影响很强, 而密度变化带来的影响很弱. 因此, 我们建议采用如下的拟合公式:

$$F_e(n_e, T) = a_1 \left[\frac{a_1}{a_2 + a_3 \tilde{T}^{a_4}} + \tilde{T}^{a_5} \right]^{-1}, \quad (18)$$

式中温度的单位为 keV, 即 $\tilde{T} = T/\text{keV}$. 拟合参数 a_i 均为密度的函数, 并假定由如下拟合公式给出:

$$a_i(n_e) = b_i^0 + b_i^1 \tilde{n}_e + b_i^2 \tilde{n}_e^2, \quad (19)$$

式中约化密度 $\tilde{n}_e$ 定义为 $\tilde{n}_e = \lg(n_e/\text{cm}^{-3})$. 图 5 展现了基于 CSD 阻止本领计算的电子能量分配因子 F_e 及其拟合. 图 5(a) 给出了电子密度为 $n_e = 10^{26} \text{ cm}^{-3}$ 的 DT 等离子体中电子能量分配因子 F_e

随温度的变化. 可以看出, 基于方程 (18) 的拟合公式在本文所关心的温度区间都表现优异, 最大的拟合误差约 1% 左右. 图 5(b) 给出了对应的参数 a_i 随密度的变化. 可以发现, a_i 参数随密度的变化均呈现出较弱的变化, 如 a_1 在 $n_e = 10^{22} - 10^{27} \text{ cm}^{-3}$ 的密度区间有约 2 倍的变化. 参数 a_i 可采用方程 (19) 进行拟合, 相应的拟合参数见表 1. 表 1 也列出了基于 BPS 阻止本领^[10]的电子能量分配因子的拟合参数.

由于能量分配因子对密度变化的弱依赖性, LET 阻止本领给出的电子能量分配因子与 CSD 的结果之间的比例基本不随密度变化, 而其随温度的变化如图 4 中右轴所示. 因此, 基于 LET 阻止本领的电子能量分配因子可以利用下式来计算:

$$F_e^{\text{LET}}(n_e, T) = g(x) F_e^{\text{CSD}}(n_e, T), \quad (20)$$

其中 $g(x)$ 的函数形式如下:

$$g(x) = c_0 + c_1 x + c_2 x^2 + c_3 x^3 + c_4 x^4, \quad (21)$$

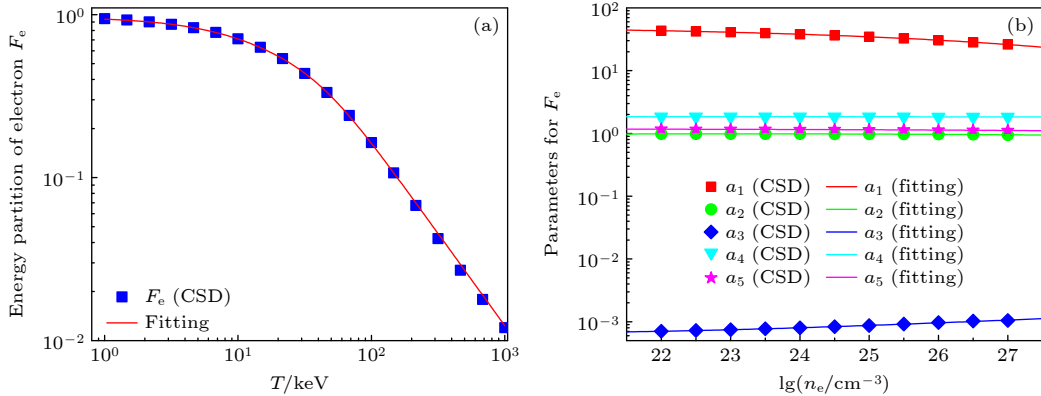


图 5 (a) 电子密度为 10^{26} cm^{-3} 的 DT 等离子体中, 基于 CSD 阻止本领计算的电子能量分配因子 F_e 及其拟合; (b) CSD 模型中, 电子能量分配因子 F_e 拟合参数 a_i 随密度的变化及其拟合

Fig. 5. (a) Fitting for energy partition of electron F_e based on the CSD stopping power in a DT plasma with $n_e = 10^{26} \text{ cm}^{-3}$; (b) the corresponding fitting parameters a_i for the CSD F_e .

表 1 基于 CSD 和 BPS 阻止本领的电子能量分配因子 F_e 的拟合参数, 见方程 (18) 和方程 (19). 其中符号 $x(y)$ 表示 $x \times 10^y$

Table 1. Fitting parameters in Eqs. (18) and (19) for F_e based on CSD and BPS stopping power. The symbol $x(y)$ means $x \times 10^y$.

模型	CSD			BPS		
	b_i^0	b_i^1	b_i^2	b_i^0	b_i^1	b_i^2
a_1	-4.3914(1)	9.9935(0)	-2.7411(-1)	1.4686(1)	5.0738(0)	-1.6737(-1)
a_2	-2.0193(-1)	1.0276(-1)	-2.2237(-3)	3.2581(-1)	5.9071(-2)	-1.3240(-3)
a_3	3.6309(-3)	-2.9969(-4)	7.5755(-6)	8.6989(-4)	-5.5310(-5)	2.1109(-6)
a_4	1.5664(0)	2.5995(-2)	-5.9935(-4)	1.6985(0)	1.3887(-2)	-3.4874(-4)
a_5	5.7808(-1)	5.6886(-2)	-1.3692(-3)	1.0067(0)	1.9037(-2)	-5.4891(-4)

式中 $x = \log_{10} \tilde{T}$, 各参数取值分别为 $c_0 = 0.98387$, $c_1 = -0.034894$, $c_2 = 0.029982$, $c_3 = -0.10916$, $c_4 = 0.034865$. 拟合式 (20) 在宽广温度密度区间 ($n_e = 10^{22} - 10^{27} \text{ cm}^{-3}$, $T = 1 - 1000 \text{ keV}$) 内的最大误差约为 2%.

在上述拟合公式中, 均没有考虑等离子体中离子质量和电荷的差异带来的影响. 这主要是因为相同电子密度和温度下, 惯性约束聚变中常用燃料之间的差异对电子能量分配因子的影响较小, 如第 3.1 节中所讨论的那样. 在以前的研究中, 我们发现等离子体中 c 类粒子对入射粒子横向偏转的贡献正比于 $z_c^2 m_c^{1/2} / m_T$ [7]. 因此可以预期, 离子能量分配因子会因自身质量和电荷的差异呈现出明显的区别, 同样也会影响拟合公式 (20) 中 $g(x)$ 的形式. 后续将在本文工作的基础上进一步开展混合等离子体中离子能量分配因子的研究.

4 结 论

本文研究了 3.54 MeV α 粒子在等离子体中的阻止本领和电子能量分配因子. 通过宽温度密度区间的计算, 发展了适用于惯性约束聚变应用研究的电子分配因子拟合公式. 研究发现, 在电子能量分配因子的计算中采用不正确的能量截断会导致电子能量分配因子随温度变化出现非物理的拐点. 这一现象的出现是因为高能粒子慢化中的热化过程没有被正确地纳入计算中. 此外, 本文的研究发现高能粒子慢化过程中的偏转效应会导致高能粒子将更多的能量沉积给等离子体中的离子. 这一发现表明, 基于小角度散射的阻止本领模型无法完备地描述高能粒子的能量沉积和能量分配, 大角度库仑散射及其累积效应对能量沉积和电子离子能量分配过程有明显的影响. 在本文的研究中忽略了能量沉积过程导致的电子离子温度脱离及其平衡过程. 这一处理忽略了非平衡效应带来的影响. 后续将进一步开展双温稠密等离子体中电子离子能量分配以及非平衡温度演化对能量沉积、电子离子能量分配以及热斑演化的影响.

参考文献

- [1] Jiang S E, Ding Y K, Miu W Y, Liu S Y, Zheng Z J, Zhang B H, Zhang J Y, Huang T X, Li S W, Chen J B, Jiang X H, Yi R Q, Yang G H, Yang J M, Hu X, Cao Z R, Huang Y X 2009 *Sci. Chin. Phys., Mech. Astron.* **39** 1571 (in Chinese) [江少恩, 丁永坤, 缪文勇, 刘慎业, 郑志坚, 张保汉, 张继彦, 黄天炬, 李三伟, 陈家斌, 蒋小华, 易荣清, 杨国洪, 杨家敏, 胡昕, 曹柱荣, 黄翼翔 2009 中国科学 G 辑: 物理学 力学 天文学 **39** 1571]
- [2] Hurricane O A, Patel P K, Betti R, Froula D H, Regan S P, Slutz S A, Gomez M R, Sweeney M A 2023 *Rev. Mod. Phys.* **95** 025005
- [3] Zhu S P, Luo M X 2024 *Physics* **53** 287 (in Chinese) [朱少平, 罗民兴 2024 物理 **53** 287]
- [4] Atzeni S, Meyer-ter Vehn J 2004 *The Physics of Inertial Fusion: Beam Plasma Interaction, Hydrodynamics, Hot Dense Matter* (Vol. 125) (Oxford: Oxford University Press)
- [5] Betti R, Christopherson A, Spears B, Nora R, Bose A, Howard J, Woo K, Edwards M, Sanz J 2015 *Phys. Rev. Lett.* **114** 255003
- [6] Stanton L G, Murillo M S 2021 *Phys. Plasmas* **28** 082301
- [7] Lin C, He B, Wu Y, Wang J 2023 *Nucl. Fusion* **63** 076018
- [8] Eliezer S, Martínez-Val J M 1998 *Laser Part. Beams* **16** 581
- [9] Son S, Fisch N 2006 *Phys. Lett. A* **356** 72
- [10] Brown L S, Preston D L, Singleton Jr R L 2005 *Phys. Rep.* **410** 237
- [11] Fraley G S, Linnebur E J, Mason R J, Morse R L 1974 *Phys. Fluids* **17** 474
- [12] Zylstra A, Hurricane O 2019 *Phys. Plasmas* **26** 062701
- [13] Butler S, Buckingham M 1962 *Phys. Rev.* **126** 1
- [14] Li C K, Petrasso R D 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 3059
- [15] Brown L S, Preston D L, Singleton Jr R L 2012 *Phys. Rev. E* **86** 016406
- [16] He B, Wang Z G, Wang J G 2018 *Phys. Plasmas* **25** 012704
- [17] Zhang Y N, Wang Z G, Zhao Y T, He B 2021 *Chin. Phys. B* **30** 015202
- [18] Zylstra A B, Rinderknecht H G, Frenje J A, Li C K, Petrasso R D 2019 *Phys. Plasmas* **26** 122703
- [19] Bernstein D J, Baalrud S D, Daligault J 2019 *Phys. Plasmas* **26** 082705
- [20] Landau L, Lifshitz E 1977 *Quantum Mechanics: Non-Relativistic Theory*, Chapter XVII (Oxford: Pergamon Press)
- [21] Joachain C J 1975 *Quantum Collision Theory*, Chapter 4 (North-Holland Publishing Company)
- [22] Lin C, He B, Wu Y, Wang J 2023 *Plasma Phys. Control. Fusion* **65** 055005
- [23] Zwicknagel G, Toepffer C, Reinhard P G 1999 *Phys. Rep.* **309** 117
- [24] Bernstein D J, Baalrud S D 2022 *Phys. Plasmas* **29** 072705
- [25] Lin C, He B, Wu Y, Zou S, Wang J 2023 *Nucl. Fusion* **63** 106005
- [26] Long K, Tahir N 1986 *Nucl. fusion* **26** 555
- [27] Gus'Kov S Y, Il'In D, Sherman V 2013 *EPJ Web of Conferences* **59** 02018

Energy deposition and electron-ion energy partition of high-energy ions in dense plasmas^{*}

LI Zijian LIN Chengliang[†] WU Yong[‡] WANG Jianguo

(National Key Laboratory of Computational Physics, Institute of Applied Physics and
Computational Mathematics, Beijing 100088, China)

(Received 24 December 2024; revised manuscript received 26 February 2025)

Abstract

Energy deposition of high-energy ions and the resulting electron-ion energy partition in dense plasmas are of essential importance in understanding the hot-spot ignition and burning of inertial confinement fusion. In this work, the energy deposition and electron-ion energy partition of high-energy ions are studied in a wide range of temperatures and densities based on the improved T-matrix model. Compared with the stopping power model based on the assumption of small-angle scattering, the improved T-matrix model can consistently take into account the large-angle Coulomb scattering and the resulting transversal deflection of the high-energy ions. We investigate the influence of the effect of transversal deflection on the electron-ion energy partition and propose a fitting formula for the energy partition fraction to plasma electrons. This formula is applicable to inertial confinement fusion simulations. It is found that when the effect of transversal deflection is considered, the relative energy deposited into electrons in plasma is reduced by about 27.5% at most. This conclusion suggests that the transversal deflection of energetic ions, induced by the large-angle Coulomb scattering and its cumulative effect, ought to be considered in accurately simulating the hot-spot ignition and burning of the fuel in inertial confinement fusion.

Keywords: energy deposition, electron-ion energy partition, nonideal plasmas, inertial confinement fusion

PACS: 34.50.Bw, 52.50.Gj, 52.20.Hv, 52.57.-z

DOI: [10.7498/aps.74.20241763](https://doi.org/10.7498/aps.74.20241763)

CSTR: [32037.14.aps.74.20241763](https://cstr.cn/32037.14.aps.74.20241763)

^{*} Project supported by the National Key Research and Development Program of China (Grant No. 2022YFA1602500) and the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12474277, U2430208).

[†] Corresponding author. E-mail: lin_chengliang@iapcm.ac.cn

[‡] Corresponding author. E-mail: wu_yong@iapcm.ac.cn



高能离子在稠密等离子体中的能量沉积和电子离子能量分配

李子健 林成亮 吴勇 王建国

Energy deposition and electron-ion energy partition of high-energy ions in dense plasmas

LI Zijian LIN Chengliang WU Yong WANG Jianguo

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 74, 093401 (2025) DOI: 10.7498/aps.74.20241763

CSTR: 32037.14.aps.74.20241763

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.74.20241763>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

动态响应和屏蔽效应对稠密等离子体中电子离子能量弛豫的影响

Analysis of dynamic response and screening effects on electron-ion energy relaxation in dense plasma

物理学报. 2025, 74(3): 035101 <https://doi.org/10.7498/aps.74.20241588>

高能质子在散裂靶中的能量沉积计算与实验验证

Calculation and verification for energetic proton energy deposition in spallation target

物理学报. 2021, 70(5): 052401 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201504>

快点火中质子的能量沉积和神光II升级装置上的质子束的产生

Proton beam energy deposition in fast ignition and production of protons on Shenguang II upgraded device

物理学报. 2023, 72(9): 095201 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20222005>

电子散射和能量分配方式对电子输运系数的影响

Influence of electron scattering and energy partition method on electron transport coefficient

物理学报. 2021, 70(13): 135101 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20202021>

飞秒激光辐照二硫化钨的超快动态响应及时域整形调制

Ultrafast dynamic response and temporal shaping modulation of tungsten disulfide irradiated by femtosecond laser

物理学报. 2021, 70(20): 205201 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210737>

电四极跃迁对电子束离子阱等离子体中离子能级布居的影响

Effects of electric quadrupole transitions on ion energy-level populations of in electron beam ion trap plasma

物理学报. 2022, 71(19): 195201 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220489>