

一阶艾里导数光束的艾里变换*

陈嘉昊¹⁾ 高鸿飞¹⁾ 贺坚¹⁾ 王飞²⁾ 周益民¹⁾徐一清¹⁾ 蔡阳健³⁾ 周国泉^{1)†}

1) (浙江农林大学光机电工程学院, 杭州 311300)

2) (苏州大学物理科学与技术学院, 苏州纳米科技协同创新中心, 苏州 215006)

3) (山东师范大学物理与电子科学学院, 山东省光场调控工程技术中心, 山东省光学与光子器件技术重点实验室, 济南 250014)

(2025 年 2 月 7 日收到; 2025 年 3 月 23 日收到修改稿)

艾里变换是一种能实现高斯光束与艾里光束相互转换的神奇光学变换. 一阶艾里导数光束, 作为艾里光束的进阶型, 在经过艾里变换后会产生怎样的光束? 这就是本文所要研究的内容. 当艾里系数大于负的横向比例因子时, 一阶艾里导数光束的艾里变换在任意一个横向上的光场是偏心艾里光束和偏心一阶艾里导数光束之和. 当艾里系数等于负的横向比例因子时, 一阶艾里导数光束的艾里变换在任意一个横向上的光场是两个偏心优美厄米-高斯光束之和. 此外, 分别导出了一阶艾里导数光束经艾里变换后的质心和光束半宽在上述两种情形下的解析表达式. 最后, 实验上实现了一阶艾里导数光束的艾里变换, 并测量了艾里系数对光强分布、质心和光束半宽的影响. 一阶艾里导数光束艾里变换的研究拓宽了特殊形态分布光束的获取途径, 有望应用于光通信和分束技术等领域.

关键词: 一阶艾里导数光束, 艾里变换, 艾里系数, 质心, 光束半宽

PACS: 42.55.-f, 42.60.-v, 42.60.Jf

DOI: 10.7498/aps.74.20250153

CSTR: 32037.14.aps.74.20250153

1 引言

艾里光束具有的奇异特性驱使研究人员寻找更多基于艾里函数拓展的艾里类光束. 在此背景下, 一种被称之为艾里导数光束的宽泛光束模型应运而生^[1]. 圆艾里导数光束表现出非凡的自聚焦能力, 并且其自聚焦能力随着导数阶数的增加而变强. 若圆艾里导数光束被部分阻挡, 尽管拥有自修复能力, 但其自聚焦能力还是不出所料地下降^[2]. 当圆艾里导数光束嵌入啁啾时, 其自聚焦能力增强^[3]. 除了上传啁啾之外, 圆艾里导数光束还可以进行其他方式的修饰, 比如上载旋转对称功率指数相位涡

旋^[4]. 当导数阶数为零时, 此时的艾里导数光束就是耳熟能详的艾里光束. 若导数阶数为 1, 对应的艾里导数光束就是别具一格的一阶艾里导数光束. 一阶艾里导数光束在自由空间传输时会匪夷所思地衍生出艾里光束, 满足一定的条件下会产生干涉增强效应^[5]. 当水平偏振的一阶艾里导数光束入射到空气-电介质界面, 在布鲁斯特角附近反射时存在显著增强的空间古斯-汉欣位移^[6]. 先椭圆化后上载涡旋对一阶艾里导数光束的双重修饰也不会破坏其自聚焦能力^[7]. 通过施加高阶光谱相位可控分数薛定谔方程中一阶艾里导数光束光强峰值的位置和强度^[8]. 若干个一阶艾里导数光束可以组成一阶艾里导数光束阵列^[9]. 即使阵列中只有四个光

* 国家自然科学基金 (批准号: 12374281, 12274311) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: 19920006@zafu.edu.cn

束, 一阶艾里导数光束阵列仍具有自聚焦能力^[10]. 环形一阶艾里导数光束阵列的自聚焦能力取决于阵列中光束的数目^[11]. 环形一阶艾里导数光束阵列中引入恰当的一阶啁啾可以提高其自聚焦能力同时实现其聚焦位置后移^[12]. 圆一阶艾里导数光束即使在手性介质、克尔介质和抛物线势场中传输时亦展现自聚焦特性^[13–15]. 通过无量纲半径的选择^[16]、涡旋的嵌入^[17,18]和傅里叶空间的调制^[19], 可实现圆一阶艾里导数光束自聚焦能力的调控.

艾里变换作为一种重要的光学调控手段, 能够实现高斯光束与艾里光束的相互转换^[20]. 该特性推动研究人员通过艾里变换操作对多种激光束进行相位重构而成功制备出艾里类光束^[21–35]. 值得注意的是, 将单个艾里变换拓展至多重艾里变换后, 能够通过多级相位调制实现新型光束的构建^[36]. 然而, 现有研究对一阶艾里导数光束的特性仍存在着显著的研究空白——当前研究仅关注于其自聚焦动力学特性, 尚未系统地探究其在艾里变换作用下的演化规律. 本文通过构建一阶艾里导数光束的相位调控模型, 深入地解析艾里变换系数对光束特性的调控机制, 定量地研究变换过程中光强分布演化、质心偏移特征及光束半宽变化规律. 本研究不仅为揭示一阶艾里导数光束的独特传播动力学特性提供理论依据, 更为拓展复杂结构光场的生成方法学开辟新的技术路径.

2 一阶艾里导数光束艾里变换的推导

艾里变换依次由一个输入平面、一个焦距为 f 的薄凸透镜、一个空间光调制器 (SLM)、另一个相同的薄凸透镜和一个输出平面组成, 如图 1 所示^[20]. 输入和输出平面之间的距离为 $4f$, 这意味着艾里变换是一个 $4f$ 系统, 而 SLM 位于这个 $4f$ 系统的中央. SLM 的作用是将立方相位上载至入射光束. 第一个凸透镜放置于输入平面和 SLM 的中

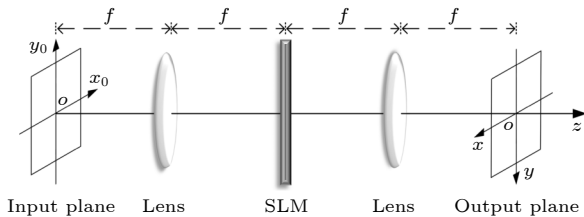


图 1 艾里变换示意图

Fig. 1. A diagrammatic sketch of Airy transformation.

间, 而另一个凸透镜位于 SLM 和输出平面的中间. 因此, 艾里变换总共经历两次傅里叶变换. 在输入平面和输出平面上分别建立了直角坐标系, 从输入平面指向输出平面的垂直方向是由这两个直角坐标系共享的 z 轴.

2.1 光强的推导

输入平面 $z = 0$ 上的输入光束是一阶艾里导数光束, 其形式为^[5]

$$E(x_0, y_0) = \exp(ax_0/w_0) \text{Ai}'(x_0/w_0) \times \exp(ay_0/w_0) \text{Ai}'(y_0/w_0), \quad (1)$$

式中, x_0 和 y_0 是输入平面上直角坐标系的两个横向坐标; a 与 w_0 分别为衰减因子和横向比例因子, 其中 a 作为模拟真实情况下光束有限能量的衰减参数, 范围为 $0 < a \ll 1$; $\text{Ai}'(\cdot)$ 是一阶艾里导数函数. 一阶艾里导数光束的艾里变换为^[20,21]

$$E(x, y) = E(x)E(y) = \frac{1}{|bc|} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(x_0, y_0) \text{Ai}[(x - x_0)/b] \times \text{Ai}[(y - y_0)/c] dx_0 dy_0, \quad (2)$$

式中, x 和 y 是输出平面上直角坐标系的两个横向坐标. b 与 c 分别是艾里变换两个横向上的艾里系数. 由于 (1) 式在两个横向上是分离的, 故 (2) 式中的积分在两个横向上也是可分离的. 因此, 先计算 x 方向上的光场 $E(x)$. $E(x)$ 可表示为

$$E(x) = \frac{1}{|b|} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(\frac{ax_0}{w_0}\right) \text{Ai}'\left(\frac{x_0}{w_0}\right) \text{Ai}\left(\frac{x - x_0}{b}\right) dx_0 = \frac{1}{|b|} \int_{-\infty}^{\infty} f_1^*(x_0) f_2(x_0) dx_0, \quad (3)$$

式中, 上标星号表示复共轭, $f_1(x_0)$ 和 $f_2(x_0)$ 分别定义为

$$f_1(x_0) = \exp(ax_0/w_0) \text{Ai}'(x_0/w_0), \quad f_2(x_0) = \text{Ai}[(x - x_0)/b]. \quad (4)$$

(3) 式不能通过使用现有的数学手册直接积分以获得解析结果. 然而, 通过间接的方法比如傅里叶变换法可获得 (3) 式的解析结果. 傅里叶变换法主要借助于如下公式^[37]:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_1^*(x_0) f_2(x_0) dx_0 = \int_{-\infty}^{\infty} F_1^*(\xi) F_2(\xi) d\xi, \quad (5)$$

式中, $F_1(\xi)$ 和 $F_2(\xi)$ 分别是 $f_1(x_0)$ 和 $f_2(x_0)$ 的傅里

叶变换,

$$F_1(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(\frac{ax_0}{w_0}\right) \text{Ai}'\left(\frac{x_0}{w_0}\right) \exp(i\xi x_0) dx_0 = -\frac{a + iw_0\xi}{2\pi} \exp\left[\frac{1}{3}(a + iw_0\xi)^3\right], \quad (6)$$

$$F_2(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \text{Ai}\left(\frac{x - x_0}{b}\right) \exp(i\xi x_0) dx_0 = -\frac{b}{2\pi} \exp\left(\frac{ib^3\xi^3}{3} + i\xi x\right). \quad (7)$$

因此, 一阶艾里导数光束经艾里变换后 x 方向上的光场可表示为

$$E(x) = \frac{b}{4\pi^2 |b|} \exp\left(\frac{a^3}{3}\right) \int_{-\infty}^{\infty} (a - iw_0\xi) \exp\left[\frac{i(w_0^3 + b^3)\xi^3}{3} - aw_0^2\xi^2 + i(x - a^2w_0)\xi\right] d\xi. \quad (8)$$

当 $b \neq -w_0$ 时, 利用积分公式^[37,38]:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(\frac{iu^3}{3} + ipu^2 + iqu\right) du = 2\pi \exp\left(\frac{2ip^3}{3} - ipq\right) \text{Ai}(q - p^2), \quad (9)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} u \exp\left(\frac{iu^3}{3} + ipu^2 + iqu\right) du = -2\pi \exp\left(\frac{2ip^3}{3} - ipq\right) [p\text{Ai}(q - p^2) + i\text{Ai}'(q - p^2)]. \quad (10)$$

一阶艾里导数光束经艾里变换后 x 方向上的光场可解析地表示为

$$E(x) = \frac{bw_0h_x}{2\pi |b| e_x^2} \exp\left(\frac{g_x x}{e_x}\right) \left[\frac{b^3 g_x}{w_0^3} \text{Ai}\left(\frac{x}{e_x} - \frac{b^3 g_x^2}{w_0^3}\right) - \text{Ai}'\left(\frac{x}{e_x} - \frac{b^3 g_x^2}{w_0^3}\right) \right], \quad (11)$$

式中, p 和 q 是实数; u 是积分变量; 辅助参数 e_x , g_x 和 h_x 分别定义为

$$e_x = (w_0^3 + b^3)^{1/3}, \quad g_x = \frac{aw_0^2}{e_x^2}, \quad h_x = \exp\left[\frac{a^3 b^3 (b^3 - w_0^3)}{3e_x^6}\right]. \quad (12)$$

e_x 是新的横向比例因子且 $e_x > 0$, 故而 $b > -w_0$. g_x 是新的衰减因子, 因分子中 $a > 0$, 故而 $g_x > 0$, 此时 (11) 式才有物理意义. 若 $b = 0$ 时, 删去 $b/|b|$, 则 (11) 式退化为 (1) 式. (11) 式可改写为

$$E(x) = \frac{bw_0h_x}{2\pi |b| e_x^2} \exp\left(\frac{a^2 b^3 w_0 g_x}{e_x^4}\right) \left\{ \frac{ab^3}{w_0 e_x^2} \times \underbrace{\exp\left[\frac{g_x}{e_x} \left(x - \frac{a^2 b^3 w_0}{e_x^3}\right)\right] \text{Ai}\left[\frac{1}{e_x} \left(x - \frac{a^2 b^3 w_0}{e_x^3}\right)\right]}_{E_{\text{Ai}}(x-d_1)} - \underbrace{\exp\left[\frac{g_x}{e_x} \left(x - \frac{a^2 b^3 w_0}{e_x^3}\right)\right] \text{Ai}'\left[\frac{1}{e_x} \left(x - \frac{a^2 b^3 w_0}{e_x^3}\right)\right]}_{E_{\text{Ap}}(x-d_1)} \right\}. \quad (13)$$

(13) 式右侧的 $E_{\text{Ai}}(x - d_1)$ 和 $E_{\text{Ap}}(x - d_1)$ 分别表示偏心艾里光束和偏心一阶艾里导数光束. 当 $b > -w_0$ 时, 艾里一阶导数光束的艾里变换是偏心艾里光束和偏心一阶艾里导数光束之和, 对应的权重系数分别为 $ab^3/(w_0 e_x^2)$ 和 -1 , 偏心位置 d_1 等于 $a^2 b^3 w_0 / e_x^3$.

当 $b = -w_0$ 时, 利用积分公式^[37]:

$$\int_{-\infty}^{\infty} u^m \exp(-p^2 u^2 - qu) du = \frac{\sqrt{\pi}}{2^m \Gamma(m+1)} H_m\left(-\frac{iq}{2p}\right) \exp\left(\frac{q^2}{4p^2}\right). \quad (14)$$

(8) 式可解析地表示为

$$E(x) = \frac{-\sqrt{a}}{4\pi\sqrt{\pi}w_0} \exp\left(\frac{a^3}{3}\right) \times \left\{ \underbrace{H_0\left(\frac{x - a^2 w_0}{w'}\right) \exp\left[\frac{-(x - a^2 w_0)^2}{w'^2}\right]}_{\text{EHGB}_0(x-d_2)} + \frac{1}{2a\sqrt{a}} \underbrace{H_1\left(\frac{x - a^2 w_0}{w'}\right) \exp\left[\frac{-(x - a^2 w_0)^2}{w'^2}\right]}_{\text{EHGB}_1(x-d_2)} \right\}, \quad (15)$$

式中, m 是整数, $H_m(\cdot)$ 是 m 阶厄米多项式; $w' = 2\sqrt{a}w_0$; EHGB 表示优美厄米-高斯光束, 下标 0 和 1 表示横向模数. 当 $b = -w_0$, 艾里一阶导数光束的艾里变换为零阶与一阶偏心优美厄米-高斯光束之和, 对应的权重系数分别为 1 与 $1/2a\sqrt{a}$ 的, 偏心位置 d_2 为 $a^2 w_0$.

同理可得一阶艾里导数光束经艾里变换后 y 方向上的解析光场:

$$E(y) = \frac{cw_0h_y}{2\pi|c|e_y^2} \exp\left(\frac{g_y y}{e_y}\right) \left[\frac{c^3 g_y}{w_0^3} \text{Ai}\left(\frac{y}{e_y} - \frac{c^3 g_y^2}{w_0^3}\right) - \text{Ai}'\left(\frac{y}{e_y} - \frac{c^3 g_y^2}{w_0^3}\right) \right], \quad c > -w_0, \quad (16)$$

$$E(y) = \frac{-1}{8\pi\sqrt{\pi}aw_0} \exp\left(\frac{a^3}{3}\right) \left(a + \frac{y}{aw_0}\right) \exp\left[\frac{-(y - a^2w_0)^2}{4aw_0^2}\right], \quad c = -w_0, \quad (17)$$

式中, 辅助参数 e_y , g_y 和 h_y 分别定义为

$$e_y = (w_0^3 + c^3)^{1/3}, \quad g_y = \frac{aw_0^2}{e_y^2}, \quad h_y = \exp\left[\frac{a^3c^3(c^3 - w_0^3)}{3e_y^6}\right]. \quad (18)$$

因此, 一阶艾里导数光束经艾里变换后的光强可通过下式计算:

$$I(x, y) = I(x)I(y) = |E(x, y)|^2 = |E(x)|^2|E(y)|^2. \quad (19)$$

2.2 质心及光束半宽的推导

为了探究一阶艾里导数光束艾里变换后的光束特性, 下面研究其质心和光束半宽. 一阶艾里导数光束经艾里变换后 x 方向上的质心与光强的一阶矩有关^[39-45]:

$$X_c = \int_{-\infty}^{\infty} xI(x)dx / \int_{-\infty}^{\infty} I(x)dx. \quad (20)$$

当 $b > -w_0$ 时, 一阶艾里导数光束经艾里变换后 x 方向上的质心为

$$X_c = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} F_4^*(\xi)F_3(\xi)d\xi}{\int_{-\infty}^{\infty} F_3^*(\xi)F_3(\xi)d\xi} = \frac{4a^2b^3w_0e_x^2 + 4a^3(2w_0^6 + 2w_0^3e_x^3 - b^6) + 16a^5b^3w_0e_x^2 + 16a^6w_0^6 - 3e_x^6}{4aw_0^2e_x^3(1 + 4a^3)}, \quad (21)$$

式中, $F_3(\xi)$ 和 $F_4(\xi)$ 分别是 (11) 式表示的 $E(x)$ 与 $xE(x)$ 的傅里叶变换:

$$F_3(\xi) = \frac{bw_0h_x}{4\pi^2|b|e_x} \left(\frac{b^3g_x}{w_0^3} + g_x + ie_x\xi\right) \exp\left(\frac{b^3g_x^2e_x}{w_0^3}\right) \exp\left[\frac{(g_x + ie_x\xi)^3}{3} + i\frac{b^3g_x^2e_x}{w_0^3}\xi\right], \quad (22)$$

$$F_4(\xi) = \frac{bw_0h_x}{4\pi^2|b|} \left\{1 + \left(\frac{b^3g_x}{w_0^3} + g_x + ie_x\xi\right) \left[(g_x + ie_x\xi)^2 + \frac{b^3g_x^2}{w_0^3}\right]\right\} \exp\left(\frac{b^3g_x^2e_x}{w_0^3}\right) \times \exp\left[\frac{(g_x + ie_x\xi)^3}{3} + i\frac{b^3g_x^2e_x}{w_0^3}\xi\right]. \quad (23)$$

当 $b = -w_0$ 时, 一阶艾里导数光束经艾里变换后 x 方向上的质心可简洁地表示为

$$X_c = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \left(a^2x + \frac{2x^2}{w_0} + \frac{x^3}{a^2w_0^2}\right) \exp\left[\frac{-(x - a^2w_0)^2}{2aw_0^2}\right] dx}{\int_{-\infty}^{\infty} \left(a^2 + \frac{2x}{w_0} + \frac{x^2}{a^2w_0^2}\right) \exp\left[\frac{-(x - a^2w_0)^2}{2aw_0^2}\right] dx} = w_0 \frac{5a^2 + 4a^5}{1 + 4a^3}. \quad (24)$$

一阶艾里导数光束经艾里变换后 x 方向上的光束半宽与光强的二阶矩相关^[39-45]:

$$W_x = \left[\frac{\int_{-\infty}^{\infty} (x - X_c)^2 I(x) dx}{\int_{-\infty}^{\infty} I(x) dx} \right]^{1/2} = \left[\frac{\int_{-\infty}^{\infty} x^2 I(x) dx}{\int_{-\infty}^{\infty} I(x) dx} - X_c^2 \right]^{1/2}. \quad (25)$$

当 $b > -w_0$ 时, 一阶艾里导数光束经艾里变换后 x 方向上的光束半宽为

$$W_x = \left[\frac{\int_{-\infty}^{\infty} F_4^*(\xi) F_4(\xi) d\xi}{\int_{-\infty}^{\infty} F_3^*(\xi) F_3(\xi) d\xi} - X_c^2 \right]^{1/2} = \frac{[3e_x^6 + 8a^3(10w_0^3e_x^3 + 3b^6) + 16a^6e_x^6 + 128a^9w_0^6]^{1/2}}{2\sqrt{2}w_0^2a(1+4a^3)}. \quad (26)$$

当 $b = -w_0$ 时, 一阶艾里导数光束经艾里变换后 x 方向上的光束半宽可简洁地表示为

$$W_x = \frac{w_0\sqrt{3a+16a^7}}{1+4a^3}. \quad (27)$$

同理可得一阶艾里导数光束经艾里变换后 y 方向上的质心和光束半宽:

$$Y_c = \frac{4a^2c^3w_0e_y^2 + 4a^3(2w_0^6 + 2w_0^3e_y^3 - c^6) + 16a^5c^3w_0e_y^2 + 16a^6w_0^6 - 3e_y^6}{4aw_0^2e_y^3(1+4a^3)}, \quad c > -w_0, \quad (28)$$

$$Y_c = w_0 \frac{5a^2 + 4a^5}{1+4a^3}, \quad c = -w_0, \quad (29)$$

$$W_y = \frac{[3e_y^6 + 8a^3(10w_0^3e_y^3 + 3c^6) + 16a^6e_y^6 + 128a^9w_0^6]^{1/2}}{2\sqrt{2}w_0^2a(1+4a^3)}, \quad c > -w_0, \quad (30)$$

$$W_y = \frac{w_0\sqrt{(3a+16a^7)}}{1+4a^3}, \quad c = -w_0. \quad (31)$$

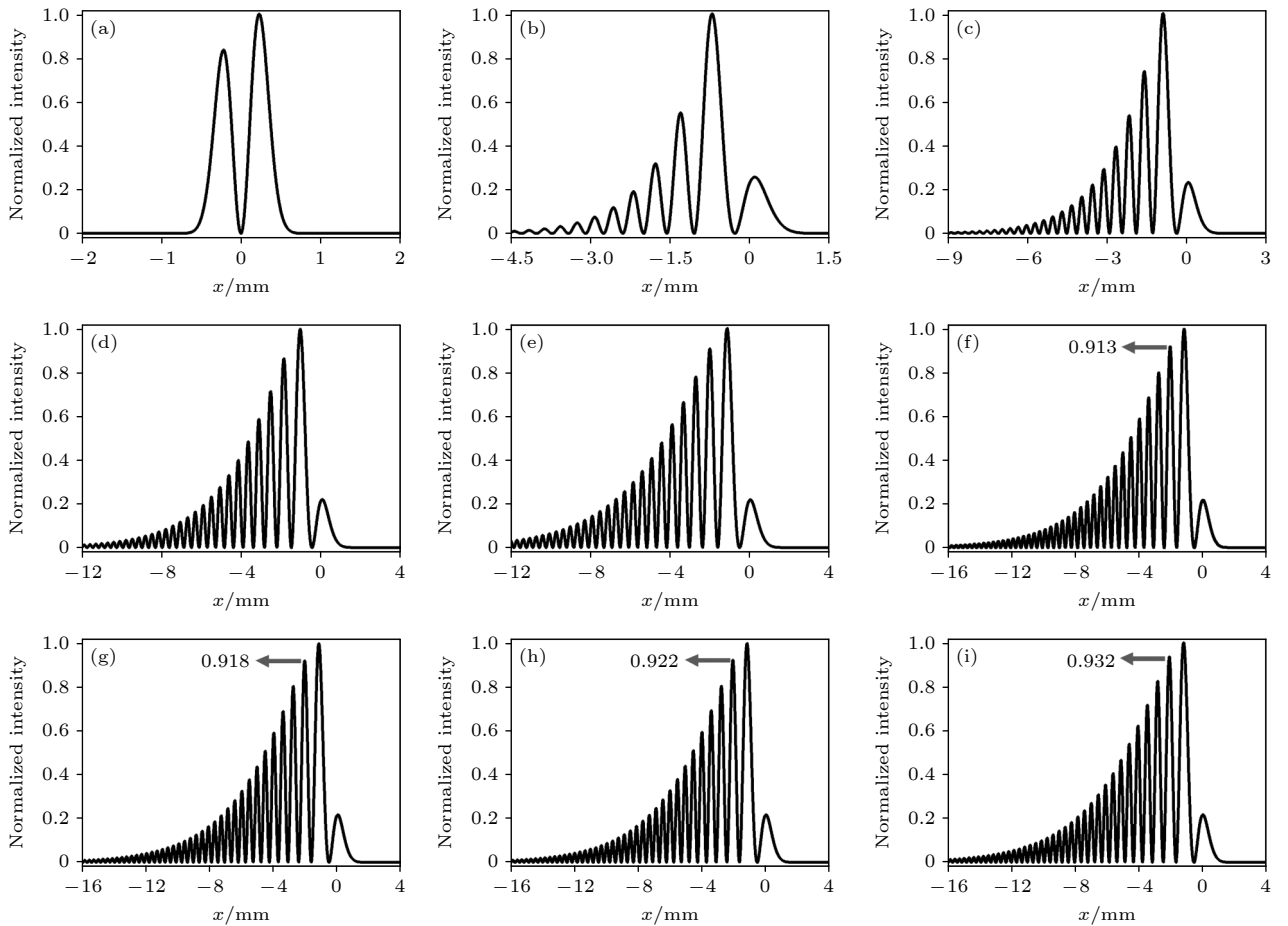


图2 一阶艾里导数光束经不同艾里变换后 x 方向上的归一化光强分布 (a) $b = -0.50$ mm; (b) $b = -0.45$ mm; (c) $b = -0.40$ mm; (d) $b = -0.30$ mm; (e) $b = -0.20$ mm; (f) $b = -0.10$ mm; (g) $b = 0.00$ mm; (h) $b = 0.10$ mm; (i) $b = 0.20$ mm

Fig. 2. Normalized light intensity distribution in the x -direction of an Airyprime beam after different Airy transformation: (a) $b = -0.50$ mm; (b) $b = -0.45$ mm; (c) $b = -0.40$ mm; (d) $b = -0.30$ mm; (e) $b = -0.20$ mm; (f) $b = -0.10$ mm; (g) $b = 0.00$ mm; (h) $b = 0.10$ mm; (i) $b = 0.20$ mm.

3 艾里系数影响的理论分析

基于第2节得到的公式, 本节重点分析艾里系数对一阶艾里导数光束艾里变换的影响. 不失一般性, 一阶艾里导数光束的光束参数设置如下: $a = 0.10$, $w_0 = 0.50$ mm 和 $\lambda = 532$ nm. 由于一阶艾里导数光束经艾里变换后两个横向光场的形式相似, 所以先研究光强在其中之一例如 x 方向上的演化规律. 艾里系数对一阶艾里导数光束经艾里变换后归一化光强分布的影响如图2所示. 当 $b = -w_0 = -0.50$ mm 时, 归一化光强分布仅出现两个峰, 其中右峰的峰值略高于左峰, 并且两个峰值之间的谷底位于 $x = 0$ 处. 当 b 从 -0.50 mm 逐渐增大但仍小于 0 时, 归一化光强分布的范围扩大, 峰的数目增多. 输入平面上的归一化光强分布如图2(e)所示. 为了区分图2(f)—(i), 标注了归一化光强分布

中第二高峰的光强值. 随着 b 从 -0.10 mm 增大, 第二高峰和左侧剩余各峰的光强值也逐渐增大. 强的艾里特征表现在具有大量侧峰. 因此, 随着艾里系数 b 的增大, 一阶艾里导数光束的艾里变换拥有更强的艾里特征.

当 $b > -w_0$ 时, 一阶艾里导数光束经艾里变换的总光强可表示为

$$I(x) = I_{\text{Ai}}(x) + I_{\text{Ap}}(x) + I_{\text{cr}}(x), \quad (32)$$

式中, $I_{\text{Ai}}(x) = |E_{\text{Ai}}(x - d_1)|^2$ 为偏心艾里光束的光强, $I_{\text{Ap}}(x) = |E_{\text{Ap}}(x - d_1)|^2$ 是偏心一阶艾里导数光束的光强, $I_{\text{cr}}(x) = E_{\text{Ai}}^*(x - d_1)E_{\text{Ap}}(x - d_1) + E_{\text{Ap}}^*(x - d_1)E_{\text{Ai}}(x - d_1)$ 为交叉项的光强. 偏心艾里光束、偏心一阶艾里导数光束和交叉项对总光强的贡献如图3所示, 其中 $I_{\text{Ai}}(x)$, $I_{\text{Ap}}(x)$ 和 $I_{\text{cr}}(x)$ 是基于总光强的归一化后所呈现的. 当 $b = -0.45$ mm 时, $I_{\text{Ai}}(x)$, $I_{\text{Ap}}(x)$ 和 $I_{\text{cr}}(x)$ 的最大值分别为 0.03,

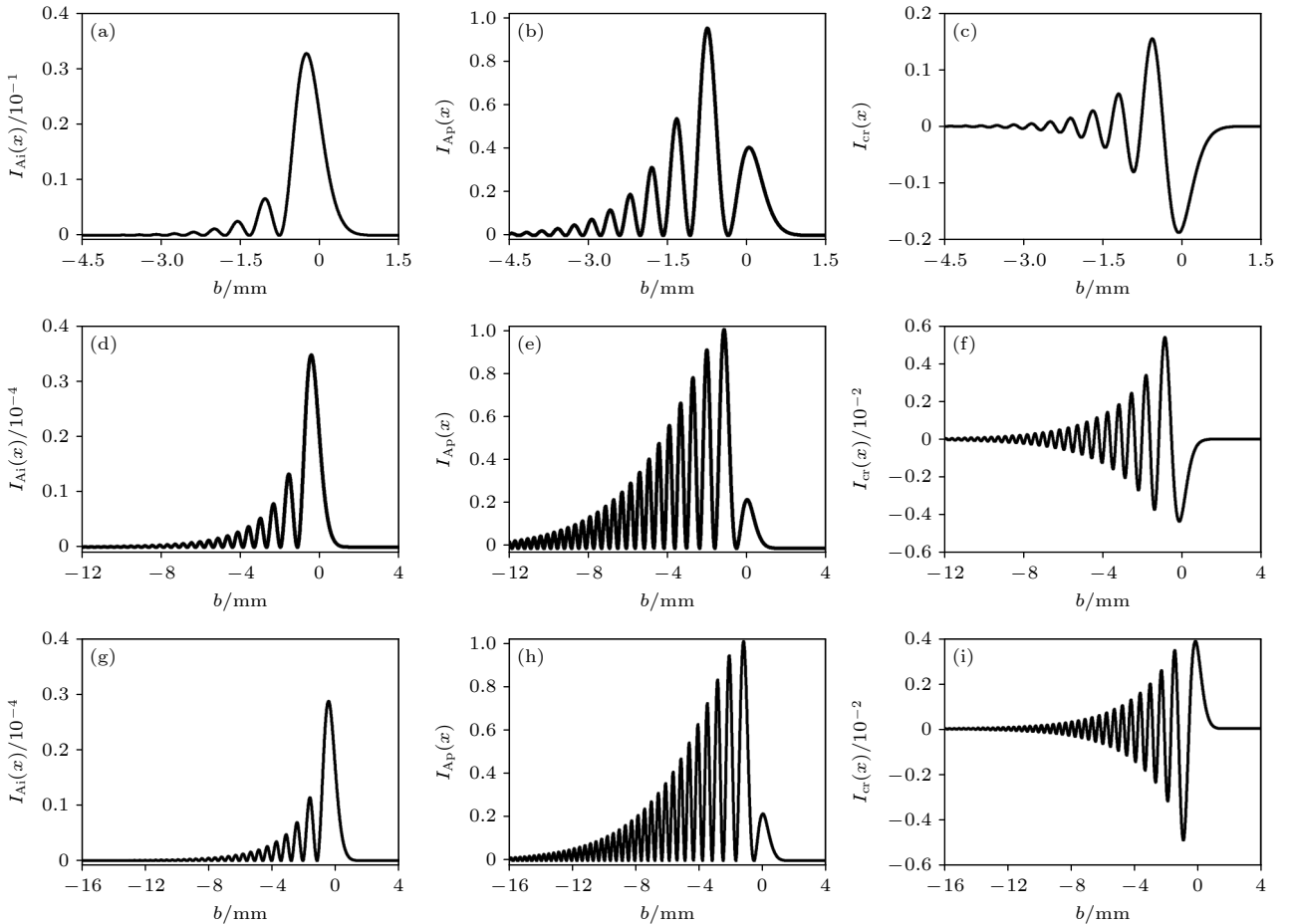


图3 偏心艾里光束、偏心一阶艾里导数光束和交叉项在 x 方向上的光强分布 (a)—(c) $b = -0.45$ mm; (d)—(f) $b = -0.20$ mm; (g)—(i) $b = 0.20$ mm

Fig. 3. Light intensity distribution in the x -direction of the eccentric Airy beam, the eccentric Airyprime beam, and the cross term: (a)—(c) $b = -0.45$ mm; (d)—(f) $b = -0.20$ mm; (g)—(i) $b = 0.20$ mm.

0.95 和 0.15. 当 b 在 $-w_0$ 附近时, 交叉项对总光强的贡献不能忽略. 当 $b = -0.20$ mm 和 0.20 mm 时, $I_{Ai}(x)$ 和 $I_{cr}(x)$ 的值微乎其微, $I_{Ap}(x)$ 几乎等同于 $I(x)$. 当 b 远离 $-w_0$ 时, 偏心艾里光束和交叉项对总光强的贡献都可以忽略不计, 并且一阶艾里导数光束的艾里变换可近似为一偏心一阶艾里导数光束, 该偏心一阶艾里导数光束与输入的一阶艾里导数光束相比, 具有更小的衰减因子和更大的横向比例因子. 这意味着通过对一阶艾里导数光束进行艾里系数远离 $-w_0$ 的艾里变换, 可调控其衰减因

子、横向比例因子、偏心位置. 通过将单个光束升级为多光束的阵列结构, 其自聚焦能力能够得到进一步提升, 从而得到性能更高的可调节光束.

其次, 探究艾里系数对一阶艾里导数光束经艾里变换后二维光强分布的影响, 如图 4 所示. 图 4 中的后 4 个子图标注了光强在 y 方向上的分布范围, 为了节省空间, 省略了单位 mm. 光强在 x 方向上的分布范围与在 y 方向上的分布范围相同, 但在图 4 中没有标注. 当 $b = c = -w_0 = -0.50$ mm 时, 光斑由 4 个三个强度级别的波瓣组成, 这与四

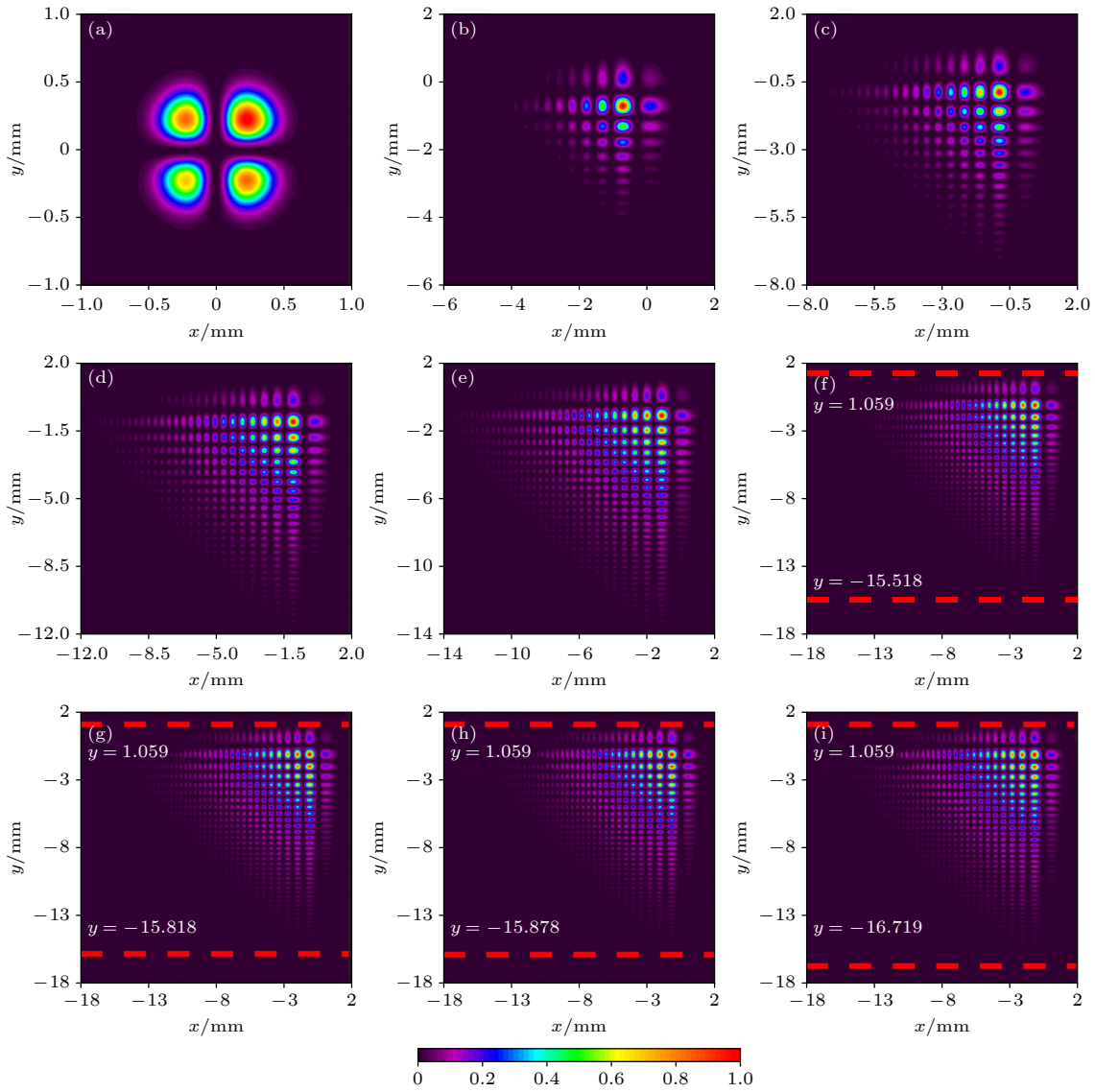


图 4 一阶艾里导数光束经不同艾里变换后的二维归一化光强分布 (a) $b = c = -0.50$ mm; (b) $b = c = -0.45$ mm; (c) $b = c = -0.40$ mm; (d) $b = c = -0.30$ mm; (e) $b = c = -0.20$ mm; (f) $b = c = -0.10$ mm; (g) $b = c = 0.00$ mm; (h) $b = c = 0.10$ mm; (i) $b = c = 0.20$ mm

Fig. 4. Two-dimensional normalized intensity distribution of an Airyprime beam after different Airy transformation: (a) $b = c = -0.50$ mm; (b) $b = c = -0.45$ mm; (c) $b = c = -0.40$ mm; (d) $b = c = -0.30$ mm; (e) $b = c = -0.20$ mm; (f) $b = c = -0.10$ mm; (g) $b = c = 0.00$ mm; (h) $b = c = 0.10$ mm; (i) $b = c = 0.20$ mm.

瓣高斯光束不同, 四瓣高斯光束的四瓣是同一强度等级. 因此, 一阶艾里导数光束经 $b = c = -w_0$ 的艾里变换后所得到的四瓣光束可作为原有四瓣高斯光束的补充和丰富, 可应用于微光学、光通信和分束技术. 当 b 和 c 逐渐从 $-w_0$ 增大时, 更多的波瓣逐渐出现在光强轮廓中. 当 b 和 c 从 -0.10 mm 增大至 0.20 mm 时, 光斑的变化具体表现为: 光强分布的头部位置保持不变, 而尾部位置延展 (见图 4(f)–(i)).

那为什么当 b 和 c 从 -0.10 mm 增大至 0.20 mm 过程中二维光强分布没有显著变化? 所以, 最后分析艾里系数对光束半宽的影响. 艾里系数 b 对 x 方向上的质心和光束半宽的影响如图 5 所示. 当 $b = -w_0 = -0.50$ mm 时, $X_c/w_0 = 0.05$, $W_x/w_0 = 0.55$. 当 b 从 -0.50 mm 增大至 0.50 mm 这一过程中, 质心 X_c 经历了先快速下降、其次缓慢减小、最后迅速减小这一历程, 而光束半宽 W_x 经历了先快速增大、接着缓慢增大、最后迅速增大这一变化. 当 b 从 -0.10 mm 增大至 0.20 mm, 光束半宽 W_x 恰好正处于缓慢变化的阶段. 当 $b = -0.10, 0.00, 0.10$ 和 0.20 mm 时, W_x/w_0 分别为 $6.13, 6.18, 6.23$ 和 6.57 . 因此, 图 5(b) 可以很好地解释图 3 和图 4 中最后四个子图的变化.

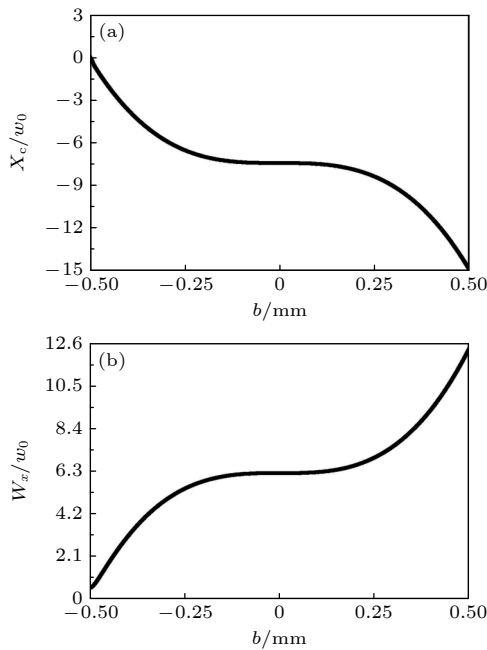


图 5 艾里系数 b 对一阶艾里导数光束经艾里变换后 x 方向上的质心 (a) 和光束半宽 (b) 的影响

Fig. 5. Effect of the Airy coefficient b on the centroid (a) and the beam half width (b) in the x -direction of an Airyprime beam after Airy transformation.

4 实验结果

图 6 为一阶艾里导数光束艾里变换的实验装置示意图. 激光器用以产生 532 nm 的高斯种子光束; 半波片 (HWP) 将高斯种子光束的偏振态调整为垂直偏振; 扩束镜 (BE) 将通过的高斯种子光束的直径放大 50 倍; 分束镜 (BS) 将高斯种子光束一分为二, 一半继续前行, 另一半偏转 90° 传输. 继续前行的那一半光束进入第一个空间光调制器 (SLM1; Holoeye LETO-3, 像素: $6.4 \mu\text{m} \times 6.4 \mu\text{m}$). SLM1 使用单像素棋盘法对一阶艾里导数光束的全息图进行编码, 如图 7(a) 所示, $0-255$ 表示灰度等级 P , 调制相位 φ 与灰度等级 P 的关系为 $\varphi = 2\pi P/255$. 来自 SLM1 的反射光束就是一阶艾里导数光束. SLM1 的反射表面是艾里变换的输入平面. 一阶艾里导数光束再次经过 BS, 然后偏转 90° 进入圆型光阑 (CA). CA 相邻第一个薄凸透镜 (L), 充当低通滤波器, 用以过滤掉源自 SLM1 的零阶衍射光斑. 过滤后的光束是纯的一阶艾里导数光束. 第一个薄凸透镜对一阶艾里导数光束进行傅里叶变换,

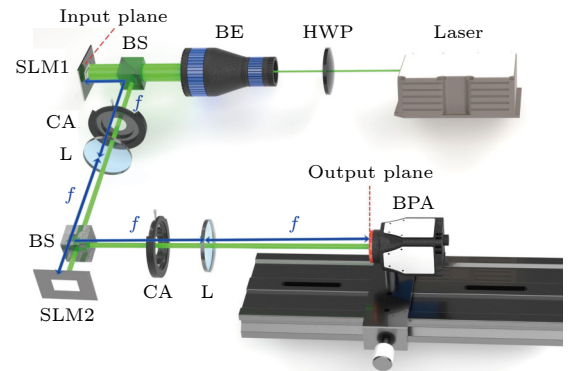


图 6 一阶艾里导数光束艾里变换的实验装置示意图

Fig. 6. Experimental setup of the Airy transformation of an Airyprime beam.

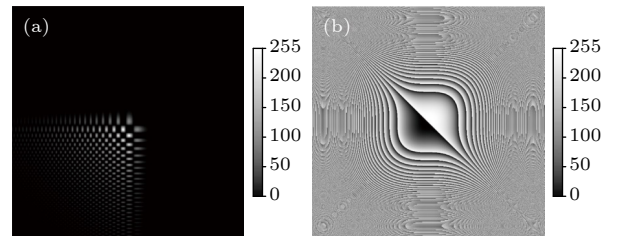


图 7 (a) 用于产生一阶艾里导数光束的相位光栅; (b) 上传到 SLM2 的立方相位图

Fig. 7. (a) Phase grating for generation of an Airyprime beam; (b) cubic phase pattern uploaded onto SLM2.

变换后的光束被第二个 BS 分束并进入第二个空间光调制器 (受实验设备所限, 我们选用了与 SLM1 精度相近的可使用的 SLM2; Holoeye Pluto-2, 像素: $8.0\ \mu\text{m} \times 8.0\ \mu\text{m}$). SLM1 和 SLM2 的作用不同, 前者产生一阶艾里导数光束, 后者对其进行艾里变换. 由于产生一阶艾里导数光束的要求较高, 故选用两者中精度较高的 SLM1. SLM2 加载了如图 7(b) 所示的立方相位图 $\psi(x, y) = [k^3(b^3x^3 + c^3y^3)/3]/f^3 - (2kf + \pi)$. 从 SLM2 反射回来的调制光束再次穿过第二个 BS, 并在偏转 90° 后进入第二个 CA. 第二个 CA 过滤掉来自 SLM2 的零阶衍射光斑. 第二个 CA 后面的第二个薄凸透镜与第一个薄凸透完

全相同, 其焦距 f 为 $40\ \text{cm}$. 第二个薄凸透镜对经第二个 CA 过滤的光束进行傅里叶变换, 它的后焦面是艾里变换的输出平面. 输入平面和输出平面构成一个 $4f$ 系统. 最后, 光束轮廓分析仪 (BPA; BGS-USB3-LT665, Ophir, 像素间距: $4.4\ \mu\text{m}$) 记录一阶艾里导数光束经艾里变换后的光强分布.

一阶艾里导数光束经艾里变换后的二维光强分布的实验记录如图 8 所示. 尽管使用了两个 SLM, 但经耐心地调整光路后实验质量仍然很高. 通过对比图 4 和图 8, 可以观察到: 随着艾里系数 b 和 c 的增大, 一阶艾里导数光束经艾里变换后二维光强分布演化的实验记录结果与理论计算结果一致.

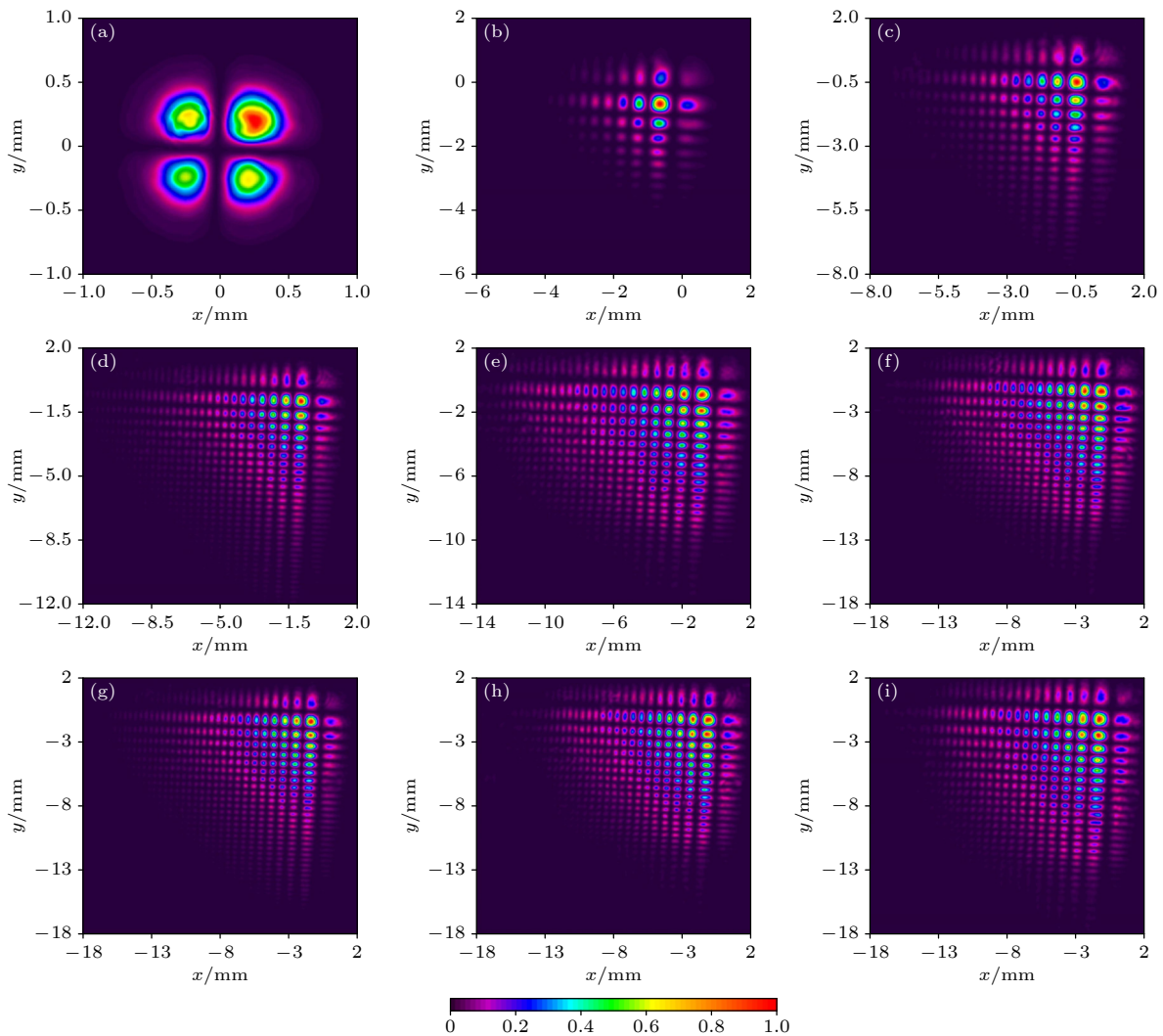


图 8 一阶艾里导数光束经不同艾里变换后二维光强分布的实验记录 (a) $b = c = -0.50\ \text{mm}$; (b) $b = c = -0.45\ \text{mm}$; (c) $b = c = -0.40\ \text{mm}$; (d) $b = c = -0.30\ \text{mm}$; (e) $b = c = -0.20\ \text{mm}$; (f) $b = c = -0.10\ \text{mm}$; (g) $b = c = 0.00\ \text{mm}$; (h) $b = c = 0.10\ \text{mm}$; (i) $b = c = 0.20\ \text{mm}$

Fig. 8. Experimental record of two-dimensional intensity profile of an Airyprime beam after different Airy transformation: (a) $b = c = -0.50\ \text{mm}$; (b) $b = c = -0.45\ \text{mm}$; (c) $b = c = -0.40\ \text{mm}$; (d) $b = c = -0.30\ \text{mm}$; (e) $b = c = -0.20\ \text{mm}$; (f) $b = c = -0.10\ \text{mm}$; (g) $b = c = 0.00\ \text{mm}$; (h) $b = c = 0.10\ \text{mm}$; (i) $b = c = 0.20\ \text{mm}$.

然后, 实验测量一阶艾里导数光束艾里变换后 x 方向上的质心和光束半宽. x 方向上的质心和光束半宽的测量过程如下. 首先, BPA 记录输出光束的光强分布. 每个光强分布图分割为一个 $N \times M$ 光强矩阵, 每个矩阵元的光强表示为 $I(x_i, y_j)$, (x_i, y_j) 表示该矩阵元的坐标, 其中 $i = 1, 2, 3, \dots$ 和 $j = 1, 2, 3, \dots$. 由于不同的艾里系数 b 和 c 导致不同的输出光斑尺寸, 所以每个光强分布图中 N 和 M 的具体数值也不同. 最后, 一阶艾里导数光束经艾里变换后 x 方向上的质心和光束半宽由以下两式计算得到:

$$X_c = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i I(x_i, y_j) / \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M I(x_i, y_j), \quad (33)$$

$$W_x = \left[\frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M (x_i - X_c)^2 I(x_i, y_j)}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M I(x_i, y_j)} \right]^{1/2}. \quad (34)$$

艾里系数 b 对一阶艾里导数光束经艾里变换后 x 方向上的质心和光束半宽影响的实验测量记录如

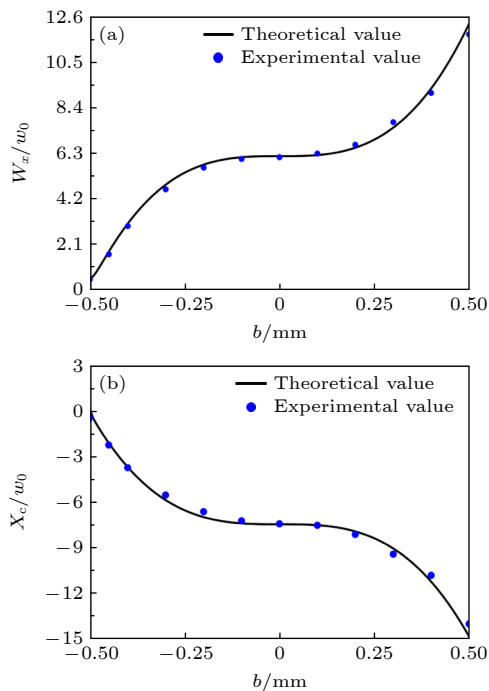


图9 艾里系数 b 对一阶艾里导数光束经艾里变换后 x 方向上的质心 (a) 和光束半宽 (b) 影响的实验测量

Fig. 9. Experimental measurement of the effect of the Airy coefficient b on the centroid (a) and the beam half width (b) in the x -direction of an Airyprime beam after Airy transformation.

图9表示, 图中的点和实线分别对应于实验值和理论值, 实验测量值与理论值相吻合, 质心和光束半宽随艾里系数 b 的变化呈现两边陡峭中间平坦的变化.

5 结 论

在两种情形下分别导出了一阶艾里导数光束经艾里变换后的解析光场. 第一种情形是 $b = c > -w_0$. 当 $b = c > -w_0$ 时, 一阶艾里导数光束的艾里变换在任意一个横向上的光场是偏心艾里光束和偏心一阶艾里导数光束之和. 当 b 和 c 逐渐远离 $-w_0$, 一阶艾里导数光束的艾里变换可近似为一偏心一阶艾里导数光束. 另一种情形是 $b = c = -w_0$. 当 $b = c = -w_0$ 时, 一阶艾里导数光束的艾里变换在任意一个横向上的光场是两个偏心优美厄米-高斯光束之和. 在上述两种情形下, 分别导出了一阶艾里导数光束经艾里变换后质心和光束半宽的解析表达式.

首先, 研究了艾里系数对 x 方向上归一化光强分布的影响. 当 b 从 $-w_0$ 开始增大时, 归一化光强分布的范围扩大, 并且出现更多的侧峰, 艾里特征增强. 在 $b > -w_0$ 的情况下, 分析了偏心艾里光束、偏心一阶艾里导数光束和交叉项对总光强的贡献. 当 b 在 $-w_0$ 附近时, 交叉项对总光强的贡献不能忽略. 当 b 远离 $-w_0$ 时, 偏心艾里光束和交叉项对总光强的贡献都可以忽略不计. 然后, 分析了艾里系数对二维归一化光强分布的影响. 当 b 和 c 开始从 $-w_0$ 增大时, 更多的波瓣逐渐出现在二维归一化光强分布中. 最后, 研究了艾里系数对质心和光束半宽的影响. 当 b 从 $-w_0$ 开始增大时, 质心经历了一个先快速减小、然后缓慢减小、最后快速减小的过程, 而光束半宽则经历了先快速增大、然后缓慢增大、最后快速增大的过程.

本文通过对一阶艾里导数光束的艾里变换实验的实现, 系统地定量表征了其光强分布、质心以及光束半宽的影响规律, 实验数据与理论计算结果呈现高度一致性. 研究证实, 经艾里变换操作的一阶艾里导数光束可以产生具有特殊形状分布的激光束, 这为复杂结构光场的制备提供了新的解决方案. 尤其值得注意的是, 当选取特征参数 $b = c = -w_0$ 时, 系统生成的四瓣型光束分布可以在微光学、空分复用光通信以及可编程光束分频技术等领域展现出独特的应用价值.

参考文献

- [1] Zang X, Dan W S, Zhou Y M, Lv H, Wang F, Cai Y J, Zhou G Q 2022 *Opt. Express* **30** 3804
- [2] Kumari A, Dev V, Pal V 2024 *Opt. Laser Technol.* **168** 109387
- [3] Yu J, Wang Y P, Bai Z Y, Wu L P, Fu C L, Liu S, Liu Y 2023 *Opt. Express* **31** 11053
- [4] Yu J, Tong S D, Long H H, Bai Z Y, Wu L P, Liu Y 2024 *Opt. Express* **32** 6178
- [5] Dan W S, Zang X, Wang F, Zhou Y M, Xu Y Q, Chen R P, Zhou G Q 2022 *Opt. Express* **30** 32704
- [6] Chen Z, Peng S Y, Zhang Z H, Liu J L, Meng Yang 2024 *Opt. Lett.* **49** 6453
- [7] Chen D H, Mo Z W, Liang Z H, Jiang J J, Tang H L, Sun Y D, Wang Z Y, Wei Q F, Chen Y R, Deng D M 2024 *Opt. Commun.* **554** 130109
- [8] Zhao S K, Li J C, Li T Q, Huang X W, Bai Y F, Fu X Q 2024 *Laser Phys.* **34** 095001
- [9] Zhao S K, Huang X W, Bai Y F, Fu X Q 2024 *Chaos, Solitons Fractals* **187** 115480
- [10] Zhou Y M, Zang X, Dan W S, Wang F, Chen R P, Zhou G Q 2023 *Opt. Laser Technol.* **162** 109303
- [11] Zang X, Dan W S, Wang F, Zhou Y M, Cai Y J, Zhou G Q 2022 *Opt. Lett.* **47** 5654
- [12] Zang X, Dan W S, Zhou Y M, Wang F, Cai Y J, Zhou G Q 2023 *Opt. Lett.* **48** 912
- [13] Wang W X, Mi Z W, Zhang L P, Wang B Y, Han K Z, Lei C X, Man Z S, Ge X L 2023 *Opt. Commun.* **549** 129879
- [14] Yang S, Yu P X, Wu J W, Zhang X, Xu Z, Man Z S, Ge X L, Fu S G, Lei C X, Chen C D, Deng D M, Zhang L P 2023 *Opt. Express* **31** 35685
- [15] Zhang L P, Yang S, Li S Y, Man Z S, Ge X L, Lei C X, He S, Zhang W F, Deng D M, Chen C D 2024 *Chaos, Solitons Fractals* **181** 114506
- [16] He J, Dan W S, Zang X, Zhou Y M, Wang F, Cai Y J, Zhou G Q 2024 *Opt. Laser Technol.* **168** 109932
- [17] Zang X, Wang F, Dan W S, Zhou Y, M Zhou G Q 2022 *Opt. Laser Technol.* **155** 108398
- [18] Chen C D, Zhang L P, Yang S, Li S Y, Deng D M 2024 *Opt. Lett.* **49** 2681
- [19] Zheng X Q, Yang Y Z, Liu Y J, Lin X J, Liang Z H, Liu J, Deng D M 2024 *Opt. Lett.* **49** 4393
- [20] Jiang Y F, Huang K K, Lu X H 2012 *Opt. Commun.* **285** 4840
- [21] Jiang Y F, Huang K K, Lu X H 2012 *J. Opt. Soc. Am. A*: **29** 1412
- [22] Ez-zariy L, Boufalah F, Dalil-Essakali L, Belafhal A 2018 *Optik* **171** 501
- [23] Yaalou M, El Halba E M, Hricha Z, Belafhal A 2019 *Opt. Quantum Electron.* **51** 64
- [24] Yaalou M, Hricha Z, El Halba E M, Belafhal A 2019 *Opt. Quantum Electron.* **51** 308
- [25] Yaalou M, Hricha Z, Lazrek M, Belafhal A 2020 *J. Mod. Opt.* **67** 771
- [26] Yaalou M, Hricha Z, Belafhal A 2020 *Opt. Quantum Electron.* **52** 165
- [27] Yaalou M, Hricha Z, Belafhal A 2020 *Opt. Quantum Electron.* **52** 461
- [28] Chu X C, Liu R J, Wang X, Han Z X, Ni Y H 2021 *Opt. Appl.* **LI** 473
- [29] Zhang Q, Liu Z R, Wang X 2022 *Results Phys.* **35** 105389
- [30] Huang H Q, Wu Y, Lin Z J, Xu D L, Jiang J J, Mo Z W, Yang H B, Deng D M 2022 *Waves Random Complex Medium* **35** 5007
- [31] Zhang Q, Liu Z R, Wang X 2022 *Phys. Scr.* **97** 115502
- [32] Zhang Q, Liu Z R, Wang X 2022 *Optik* **251** 168477
- [33] Tang H L, Fan Z J, Ouyang S G, Mo Z W, Xu D L, Huang H Y, Deng D M 2023 *Results Phys.* **50** 106552
- [34] Lin Q D, Zhang H, Hu Z Q, Lu X, Lu X Y, Cai Y J, Zhao C L 2023 *Photonics* **10** 974
- [35] Yaalou M, Hricha Z, Belafhal A 2023 *Opt. Quantum Electron.* **55** 875
- [36] Yaalou M, Hricha Z, Belafhal A 2023 *Opt. Quantum Electron.* **55** 138
- [37] Gradshteyn I S, Ryzhik I M 1980 *Table of integrals, series, and products* (New York: Academic Press)
- [38] Vallée O, Manuel S 2010 *Airy Functions and Applications to Physics* (London: Imperial College Press)
- [39] Martínez-Herrero R, Mejías P M 1993 *Opt. Lett.* **18** 1669
- [40] Nemes G, Serna J 1998 *OSA TOPS* **17** 200
- [41] Mei Z R, Zhao D M 2005 *Appl. Opt.* **44** 1381
- [42] Deng D M 2005 *Phys. Lett. A* **341** 352
- [43] Liu F, Ji X L 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 014216 (in Chinese) [刘飞, 季小玲 2011 物理学报 **60** 014216]
- [44] Yu J Y, Chen Y H, Cai Y J 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 214202 (in Chinese) [余佳益, 陈亚红, 蔡阳健 2016 物理学报 **65** 214202]
- [45] Mihoubi K, Bencheikh A, Manallah Ai 2018 *Opt. Laser Technol.* **99** 191

Airy transformation of Airyprime beam^{*}

CHEN Jiahao¹⁾ GAO Hongfei¹⁾ HE Jian¹⁾ WANG Fei²⁾ ZHOU Yimin¹⁾

XU Yiqing¹⁾ CAI Yangjian³⁾ ZHOU Guoquan^{1)†}

1) (*College of Optical, Mechanical and Electrical Engineering, Zhejiang A&F University, Hangzhou 311300, China*)

2) (*Collaborative Innovation Center of Suzhou Nano Science and Technology, School of Physical Science and Technology, Soochow University, Suzhou 215006, China*)

3) (*Shandong Provincial Engineering and Technical Center of Light Manipulation & Shandong Provincial Key Laboratory of Optics and Photonic Device, School of Physics and Electronics, Shandong Normal University, Jinan 250014, China*)

(Received 7 February 2025; revised manuscript received 23 March 2025)

Abstract

As a remarkable optical transformation enabling mutual conversion between Gaussian and Airy beams, the Airy transformation raises intriguing questions when applied to Airyprime beam—an advanced variant of conventional Airy beam. To answer these questions, numerical simulations and experimental verification are combined in this study. The results show two different operation regimes: when the Airy coefficient exceeds the negative transverse scale factor, the Airy-transformed optical field of Airyprime beam in any transverse direction becomes equivalent to the superposition of eccentric Airy beam and eccentric Airyprime beam; when the Airy coefficient equals the negative transverse scale factor, the transformed optical field equivalently corresponds to the sum of two displaced elegant Hermite-Gaussian beams. Analytical expressions for centroid and beam half width under both regimes are rigorously derived and validated experimentally by using Airy transformation of Airyprime beams to systematically measure the influences of Airy coefficient on intensity distribution, centroid displacement, and beam half width. This investigation provides a novel method for generating complex beam profiles while enhancing the potential application value of such beams in optical communication and beam-splitting technology.

Keywords: Airyprime beam, Airy transformation, Airy coefficients, centroid, beam half width

PACS: 42.55.-f, 42.60.-v, 42.60.Jf

DOI: [10.7498/aps.74.20250153](https://doi.org/10.7498/aps.74.20250153)

CSTR: [32037.14.aps.74.20250153](https://cstr.cn/32037.14.aps.74.20250153)

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12374281, 12274311).

[†] Corresponding author. E-mail: 19920006@zafu.edu.cn



一阶艾里导数光束的艾里变换

陈嘉昊 高鸿飞 贺坚 王飞 周益民 徐一清 蔡阳健 周国泉

Airy transformation of Airyprime beam

CHEN Jiahao GAO Hongfei HE Jian WANG Fei ZHOU Yimin XU Yiqing CAI Yangjian ZHOU Guoquan

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 74, 124204 (2025) DOI: 10.7498/aps.74.20250153

CSTR: 32037.14.aps.74.20250153

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.74.20250153>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

频谱非对称包络调制的圆对称艾里光束的传播特性研究

Propagation properties of circularly symmetric Airy beam modulated by spectral asymmetric envelope

物理学报. 2022, 71(10): 104201 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220019>

锥角调制的圆艾里涡旋光束构建光学针

Optical needle constructed by conical-angle modulated circular Airy vortex beams

物理学报. 2024, 73(17): 174203 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20240878>

基于不同变系数和势场的分数系统中二次相位调控厄米-高斯光束动力学

Dynamics of quadratic phase controlled Hermite-Gaussian beams in fractional systems based on different variable coefficients and potentials

物理学报. 2024, 73(13): 134205 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20240427>

大模场一维高阶厄米-高斯激光束产生

Generation of one-dimensional high-order Hermite-Gaussian laser beams with large mode volume

物理学报. 2023, 72(1): 014204 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20221422>

基于Adam算法的光学相控阵输出光束校准方法

Optical phased array output beam calibration method based on Adam algorithm

物理学报. 2024, 73(9): 094206 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231772>

部分相干多离轴涡旋矢量光束的传输特性

Propagation properties of partially coherent vector beam with multiple off-axis vortex phases

物理学报. 2024, 73(3): 034201 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231484>