

基于声黑洞结构的夹心式弯曲振动超声换能器*

叶文旭 江昊 王怡 林书玉†

(陕西师范大学物理学与信息技术学院, 陕西省超声重点实验室, 西安 710119)

(2025 年 6 月 13 日收到; 2025 年 7 月 25 日收到修改稿)

基于声黑洞结构在对弯曲波调控中的能量聚焦与位移放大方面的优势, 提出了一种新型声黑洞夹心式弯曲振动换能器, 该换能器由夹心式弯曲振动换能器与声黑洞探头组成. 基于 Timoshenko 梁理论, 采用传输矩阵法建立了换能器整体弯曲振动的理论模型, 理论运算得出的解析解与仿真得出的数值解相吻合. 通过有限元方法对该换能器的电阻抗频率响应特性、振动模态、辐射声场和振动位移进行模拟仿真研究, 并与悬链线型换能器进行对比分析. 结果显示, 在相同振动模态下, 声黑洞型换能器的最大声压和振动位移均优于悬链线型换能器, 表明声黑洞结构能够有效提升弯曲振动位移和换能器的侧向辐射性能. 最后加工出了该换能器样机并对其电阻抗特性以及振动模态进行实验测量, 实验结果与仿真结果吻合良好.

关键词: 声黑洞结构, 超声换能器, 弯曲振动, 传输矩阵法**PACS:** 43.38.+n, 43.40.+s**DOI:** 10.7498/aps.74.20250767**CSTR:** 32037.14.aps.74.20250767

1 引言

随着超声技术的发展, 弯曲振动超声换能器的应用越来越广泛^[1]. 其中夹心式弯曲振动换能器由于具有结构简单, 负载能力强, 易于加工以及功率容量大等优势, 被应用于超声焊接^[2,3]、超声加工^[4,5]、超声振动车削^[6,7]以及超声电机^[8-10]等领域.

声黑洞现象在 1988 年被 Mironov^[11]发现, 即弯曲波在几何结构呈二次及以上幂率变化的截面中传播时, 其波速将随截断高度的减小而减小, 当截断高度减小至零时, 弯曲波波速会减小至零. 这种声波阻滞结构^[12]被称为声黑洞结构. 随后声黑洞结构作为一种新型的弯曲波调控技术被广泛运用于减振^[13]、降噪^[14]、波动调控^[15]以及能量回收^[16]等领域. 同时在功率超声器件性能提升方面, 刘洋等^[17]提出一种声黑洞结构径向夹心式径-弯复合换能器, 利用声黑洞结构实现振动模式之间的转换以及换

能器辐射性能的提升. 王怡等^[18]设计出一种新型声黑洞楔形结构模式转换超声换能器, 利用声黑洞结构的能量聚焦能力实现多功能梯度声场的构造. Remillieux 等^[19]将声黑洞运用到叠片式换能器设计中来增强超声辐射的性能. Chen 等^[20]提出了一种声黑洞结构浸入式声化学反应器, 通过改变探头的对称结构, 引入纵弯耦合振动, 并结合声学黑洞探头的设计, 显著增强其侧向辐射能力, 从而实现高效的声空化处理. Wen 等^[21]提出了一种基于声黑洞结构的纵弯复合振动斧型超声换能器, 通过斧柄的纵向振动激发斧头的二阶弯曲振动, 利用声黑洞的能量聚焦效应, 使能量集中于斧头的尖端, 形成高能区域, 实现了口罩的焊接工作. 上述研究表明, 声学黑洞结构在提升超声器件性能方面具有重要的应用价值和潜力.

基于此, 本文提出了一种声黑洞夹心式弯曲振动换能器, 该换能器由夹心式弯曲振动换能器与声黑洞探头组成. 利用 Timoshenko 梁理论, 通过传

* 国家自然科学基金 (批准号: 12174240, 11874253) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: sylin@snnu.edu.cn

输矩阵法建立了换能器弯曲振动的理论模型求出了共振频率的解析解, 并将其与有限元仿真所得出的数值解进行对比分析. 通过有限元法对换能器电阻抗频率响应特性、振动模态、辐射声场和振动位移进行详细讨论, 并与悬链线型换能器的各项结果进行对比分析. 最后, 加工出该换能器样机, 对其电阻抗特性和振动模态进行实验测量, 并将实验结果与仿真结果进行对比验证, 以此验证声黑洞结构在位移放大及辐射增强方面的优势. 该研究弥补了其他反应器侧向辐射能力薄弱的缺点, 为小型浸入式声化学反应器的设计提供了新思路.

2 理论模型及其验证

本文所提出的基于声黑洞结构的夹心式弯曲振动换能器的结构如图 1 所示. 图中黑色部分为钢制后盖板与螺栓, 灰色部分为铝制声黑洞探头, 棕色部分为 4 片厚度极化的半圆环状压电陶瓷晶片, 白色箭头为压电陶瓷片的极化方向, 其中 L 为探头长度, l_1 为后盖板厚度, l_2 为压电陶瓷片厚度, l_3 为前盖板厚度, l_4 为螺栓长度, m 为声黑洞函数的指数项, r_2 为螺栓半径, r_3 为声黑洞探头的尖端半径, H 为声黑洞轮廓曲线的高度, 其大小等于总半径 r_1 (压电片半径) 与探头尖端半径 r_3 之差. 该换能器中相邻两片压电陶瓷晶片的极化方向相反, 4 片半圆环状的陶瓷片通过双头螺栓固定于前后盖板之间. 当压电陶瓷片受到电信号激励时, 4 片半圆片压电陶瓷中的上部相邻两片将产生膨胀, 下部相邻两片则产生收缩, 进而形成弯曲力矩并激发整个结构产生弯曲振动.

探头尖端半径 r_3 应尽可能地小, 但考虑实际加工难度过大的问题, 取值为 1 mm. 本文所选用的压电陶瓷片规格为 25 mm × 8 mm × 6 mm,

故声黑洞轮廓线高度 H 取值为 11.5 mm. 为确定声黑洞函数指数 m 的取值, 计算了 m 从 1.8—3 的一至六阶共振频率 (见表 1), 以及第六阶弯曲振动时探头尖端处的最大声压, 分别是 3.4×10^4 (悬链线), 1.6×10^4 ($m = 1.8$), 3.6×10^4 ($m = 2.1$), 8.6×10^4 ($m = 2.4$), 2.0×10^5 ($m = 2.7$), 4.5×10^5 ($m = 3$). 结果发现, m 的取值越大, 第六阶弯曲振动时探头尖端处的最大声压越高, 但随着 m 取值的增大, 声黑洞探头的加工精度要求越高, 加工难度越大, 应力显著集中, 故将 m 的取值确定为 3. 在确定声黑洞探头长度 L 时, 考虑到实验中常见的试管和烧杯深度一般在 10 cm 左右, 且为了保证其在液体负载中仍能在大于 20 kHz 的超声频率下工作, 选取声黑洞探头长度 L 为 103 mm.

对于声黑洞结构, 当其轮廓按照幂函数变化, 即满足方程: $h(x) = \varepsilon x^n$ ($n \geq 2$) 时, 有关系式^[11]:

$$nx^{n-1} \ll 2(3\rho\omega^2/E)^{1/4} \frac{1}{\varepsilon^{1/2}} x^{n/2}.$$

此时在该结构中弯曲波的波数 k 趋近于无穷大, 即:

$$k = \left(\frac{3\rho\omega^2}{E} \right)^{1/4} \frac{1}{\varepsilon^{1/2}} \frac{1}{x}.$$

且相速度 c_p 与群速度 c_g 趋近于 0, 振幅 A 也趋近于无穷大, 即:

$$c_p = \frac{\omega}{k} = \varepsilon^{1/2} \left(\frac{E\omega^2}{3\rho} \right)^{1/4} x,$$

$$c_g = \frac{\partial\omega}{\partial k} = 2\varepsilon^{1/2} \left(\frac{E\omega^2}{3\rho} \right)^{1/4} x,$$

$$A = A_0(h_0/h(x))^{1/4}.$$

这里 x 为坐标, ρ 为材料密度, E 为材料杨氏模量, ω 为角频率, ε 为比例常数, h_0 为声黑洞区域外部的均匀厚度.

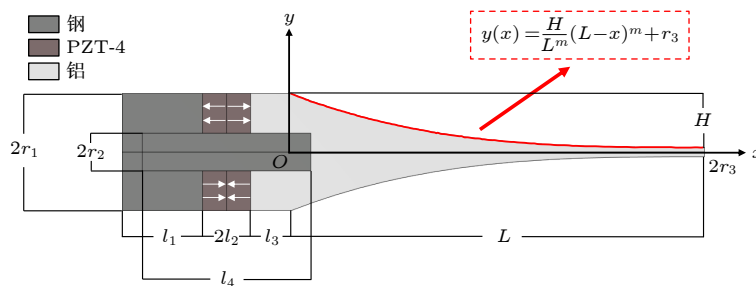


图 1 换能器结构与尺寸参数示意图

Fig. 1. Schematic diagram of the structure and size parameters of the transducer.

表 1 m 与共振频率的关系

 Table 1. Relationship between m and resonant frequency.

	声黑洞共振频率/ kHz					
	悬链线共振 频率/kHz	$m=1.8$	$m=2.1$	$m=2.4$	$m=2.7$	$m=3$
一阶	2.5	3.1	2.3	1.8	1.5	1.2
二阶	5.9	6.4	5.8	5.3	4.8	4.4
三阶	10.1	10.9	10.0	9.4	8.9	8.4
四阶	15.0	16.1	15.0	14.1	13.5	13.0
五阶	20.8	22.4	20.8	19.6	18.8	17.9
六阶	27.7	29.9	27.7	26.1	24.7	23.7

2.1 理论模型的构建

为实现对换能器模态以及工作频率的快速运算与优化设计, 通过基于 Timoshenko 梁理论的传输矩阵方法, 得出该换能器弯曲振动的解析模型.

在建立该理论模型时, 忽略了用于固定前后盖板与压电陶瓷片的螺栓结构, 并将压电陶瓷晶堆看成弹性体, 则该换能器的结构可以简化为如图 2(a) 所示的 I, II, III, IV 四个部分, 对于 IV 部分又可等间距的分为 1000 段等截面单元梁.

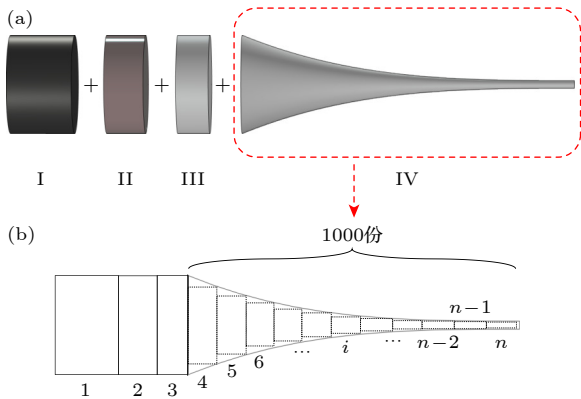


图 2 传输矩阵法示意图 (a) 模型简化图; (b) 梁的振动单元划分

Fig. 2. Schematic diagram of the transfer matrix method: (a) Model simplification diagram; (b) the vibration element division of variable cross-section beam.

如图 2(b) 所示, 根据 Timoshenko 梁理论, 在考虑剪应力与转动惯性后, 第 i 个弯曲振动的等截面梁, 其弯曲位移 Y_b 与剪切位移 Y_s 表示为^[22]

$$Y_b = C_1 \text{ch}(n_1 x) + D_1 \text{sh}(n_1 x) + C_2 \cos(n_2 x) + D_2 \sin(n_2 x), \quad (1)$$

$$Y_s = \Phi_1 [C_1 \text{ch}(n_1 x) + D_1 \text{sh}(n_1 x)] + \Phi_2 [C_2 \cos(n_2 x) + D_2 \sin(n_2 x)], \quad (2)$$

其中,

$$\Phi_1 = \frac{\omega^2}{C_0^2} + n_1^2, \quad \Phi_2 = \frac{-\omega^2}{C_0^2} + n_2^2,$$

$$n_1 = \omega P \sqrt{-1 + N \sqrt{1 + a^2/\omega^2}},$$

$$n_2 = \omega P \sqrt{1 + N \sqrt{1 + a^2/\omega^2}},$$

$$C = \frac{A_0 \rho}{EI}, \quad a = 2\sqrt{C} / \left(\frac{1}{C_s^2} - \frac{1}{C_0^2} \right),$$

$$P = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1}{C_s^2} + \frac{1}{C_0^2}}, \quad N = \frac{C_0^2 - C_s^2}{C_0^2 + C_s^2},$$

$$C_0 = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad C_s = \sqrt{\frac{K'G}{\rho}}, \quad K' = \frac{1}{1.1}, \quad \omega = 2\pi f.$$

这里 E 为材料的杨氏模量, G 为剪切模量, ρ 为材料的密度, I 为截面的惯性矩, A_0 为横截面积, K' 为剪切系数, C_0 为纵波波速, C_s 为横波波速, ω 为角频率, f 为振动频率, ch 为双曲余弦函数, sh 为双曲正弦函数. C_1, C_2, D_1, D_2 为通过求解常微分方程得到弯曲位移 Y_b 与剪切位移 Y_s 表达式时引入的待定系数. 令 Y, Ψ, M, Q 分别为该等截面梁在弯曲振动时的总横向位移、转角、弯矩、剪力, 其中,

$$Y = Y_b + Y_s, \quad \Psi = \partial Y_b / \partial x,$$

$$M = EI (\partial^2 Y_b / \partial x^2), \quad Q = -K' A_0 G (\partial Y_s / \partial x). \quad (3)$$

将 (1) 式和 (2) 式代入 (3) 式, 可得总横向位移 Y 的表达式

$$Y = (1 + \Phi_1) C_1 \text{ch}(n_1 x) + (1 + \Phi_1) D_1 \text{sh}(n_1 x) + (1 + \Phi_2) C_2 \cos(n_2 x) + (1 + \Phi_2) D_2 \sin(n_2 x). \quad (4)$$

将 (1) 式代入 (3) 式, 可得转角 Ψ 的表达式:

$$\Psi = C_1 n_1 \text{sh}(n_1 x) + D_1 n_1 \text{ch}(n_1 x) - C_2 n_2 \sin(n_2 x) + D_2 n_2 \cos(n_2 x). \quad (5)$$

将 (1) 式代入 (3) 式, 可得弯矩 M 的表达式:

$$M = EI [C_1 n_1^2 \text{ch}(n_1 x) + D_1 n_1^2 \text{sh}(n_1 x) - C_2 n_2^2 \cos(n_2 x) - D_2 n_2^2 \sin(n_2 x)]. \quad (6)$$

将 (2) 式代入 (3) 式中, 可得剪力 Q 的表达式:

$$Q = -K' A_0 G \{ \Phi_1 [C_1 n_1 \text{sh}(n_1 x) + D_1 n_1 \text{ch}(n_1 x)] + \Phi_2 [-C_2 n_2 \sin(n_2 x) + D_2 n_2 \cos(n_2 x)] \}. \quad (7)$$

如图 3 所示, 设该等截面梁左右两个端面的振动参量分别用 Y_i, Ψ_i, M_i, Q_i 和 $Y_{i+1}, \Psi_{i+1}, M_{i+1}, Q_{i+1}$ 表示, 上述参量间的关系可以表示为

$$\begin{bmatrix} Y_i \\ \Psi_i \\ M_i \\ Q_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}^i & a_{12}^i & a_{13}^i & a_{14}^i \\ a_{21}^i & a_{22}^i & a_{23}^i & a_{24}^i \\ a_{31}^i & a_{32}^i & a_{33}^i & a_{34}^i \\ a_{41}^i & a_{42}^i & a_{43}^i & a_{44}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{i+1} \\ \Psi_{i+1} \\ M_{i+1} \\ Q_{i+1} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

并令:

$$\mathbf{a}^i = \begin{bmatrix} a_{11}^i & a_{12}^i & a_{13}^i & a_{14}^i \\ a_{21}^i & a_{22}^i & a_{23}^i & a_{24}^i \\ a_{31}^i & a_{32}^i & a_{33}^i & a_{34}^i \\ a_{41}^i & a_{42}^i & a_{43}^i & a_{44}^i \end{bmatrix}. \quad (9)$$

矩阵 $\mathbf{a}^i$ 为第 i 个做弯曲振动的等截面单元的 4×4 矩阵, 其中的各矩阵元素与材料参数、振动频率、几何尺寸有关. 矩阵中各元素的表达式见附录 A.

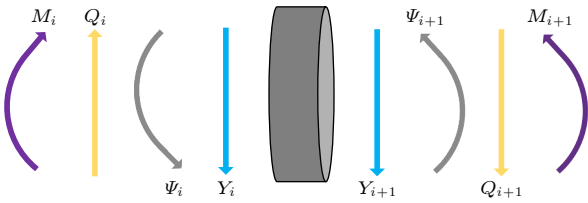


图 3 离散振动单元边界力学量

Fig. 3. Mechanical quantities at the boundary of discrete vibration elements.

通过以上分析可知任一等截面梁两端的振动参量关系, 且有在公共边界处位移和转角的连续条件以及弯矩和剪力的平衡条件, 则该换能器在做弯曲振动时 I, II, III, IV 四个部分总共 n 段梁两端的弯曲振动参量 Y_1, Ψ_1, M_1, Q_1 和 $Y_{n+1}, \Psi_{n+1}, M_{n+1}, Q_{n+1}$ 之间的关系可以表示为

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ \Psi_1 \\ M_1 \\ Q_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{n+1} \\ \Psi_{n+1} \\ M_{n+1} \\ Q_{n+1} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$\mathbf{A} = \prod_{i=1}^{n+1} \mathbf{a}^i = \mathbf{a}^1 \mathbf{a}^2 \cdots \mathbf{a}^{n+1} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

矩阵 $\mathbf{A}$ 是换能器的总矩阵, 等于所有做弯曲振动的等截面单元的 4×4 矩阵的乘积.

因该换能器两端自由, 则其两端满足弯矩 M 和剪力 Q 为零的条件, 即:

$$M_1 = Q_1 = M_{n+1} = Q_{n+1} = 0.$$

代入可得

$$\begin{vmatrix} A_{31} & A_{32} \\ A_{41} & A_{42} \end{vmatrix} = A_{31}A_{42} - A_{32}A_{41} = 0. \quad (12)$$

(12) 式所示的行列式方程是换能器的共振频率方程. 在材料参数、几何尺寸和边界条件确定的情况下, 通过求解该方程可得到对应的共振频率.

2.2 基于有限元仿真方法的理论模型验证

基于商用有限元仿真软件 COMSOL Multiphysics 中的固体力学、静电、压力声学模块, 建立了与理论模型尺寸一致的三维仿真模型, 具体尺寸参数 l_1-l_4 分别为 20 mm, 6 mm, 10 mm, 42 mm; r_1-r_3 分别为 12.5 mm, 3 mm, 1 mm; L 为 103 mm; m 为 3 mm; H 为 11.5 mm. 在仿真软件中将后盖板与螺栓材料设置为钢, 压电陶瓷材料设置为 PZT-4 且相邻压电陶瓷半圆环之间的极化方向相反, 声黑洞探头材料设置为铝, 具体材料参数值见表 2, 并设置压电陶瓷晶堆两端接地, 两层压电陶瓷之间添加 1 V 的激励电压, 网格大小设置为波长的 1/5. 在设置完各项参数后便对该仿真模型的弯曲振动频率进行求解, 结果如图 4(a) 所示, 随后将该数值解与使用 MATLAB 数学软件求解出的解析解进行比较, 最后对 n 取其他值时理论求解得出频率的收敛性做出验证, 验证结果如图 4(b) 所示, 其中 $Z_H = \lg(A_{31}A_{42} - A_{32}A_{41})$.

表 2 换能器材料参数
Table 2. Material parameters of the transducer.

材料	钢	PZT-4	铝
密度/ (kg·m ⁻³)	7850	7500	2700
泊松比	0.28	—	0.33
杨氏模量 /GPa或 弹性矩阵 /GPa	205	$\begin{bmatrix} 139 & 77.8 & 74.3 & 0 & 0 & 0 \\ 77.8 & 139 & 74.3 & 0 & 0 & 0 \\ 74.3 & 74.3 & 115 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 25.6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 25.6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 30.6 \end{bmatrix}$	70

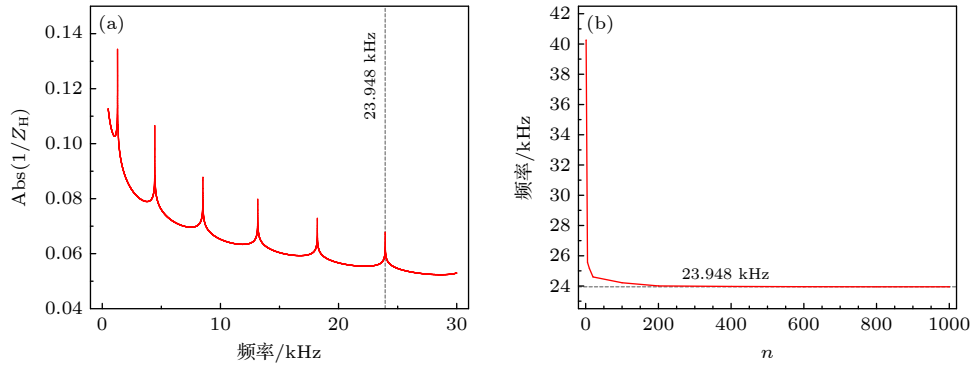


图 4 理论模型计算结果与收敛性验证 (a) 理论模型计算结果; (b) 收敛性验证

Fig. 4. Theoretical model computation results and convergence verification: (a) The theoretical model calculation results; (b) the convergence verification.

表 3 为有限元仿真与理论计算得出的换能器前六阶弯曲振动频率结果对比. f_T 为利用传输矩阵法所得出的解析解, f_F 为利用有限元仿真法所得出的数值解, Δ 为相对误差, 其计算方法为

$$\Delta = (f_T - f_F) / f_F \times 100\%.$$

结果显示误差均不超过 2%, 说明理论解析结果与有限元仿真结果吻合较好, 表明理论模型具有较好的精确性, 主要误差来源于在建立理论模型时忽略了连接螺栓的影响.

表 3 换能器弯曲振动频率计算结果对比

Table 3. Comparison of calculation results for the flexural vibration frequency of the transducer.

	振动频率/kHz		误差/%
	理论	仿真	
一阶	1.293	1.289	0.31
二阶	4.448	4.432	0.36
三阶	8.518	8.649	1.51
四阶	13.161	13.045	0.88
五阶	18.202	17.979	1.24
六阶	23.948	23.645	1.28

3 振动及声场分析

根据表 3, 选用振动频率大于 20 kHz 的第六阶弯曲振动模式, 在此模式下对该换能器进行振动与声场分析. 同时, 为验证声黑洞结构在辐射增强与位移放大方面的优势, 本文设计了另一种夹心式弯曲振动换能器作为对照组, 其探头采用悬链线型轮廓. 利用有限元仿真软件 COMSOL Multiphysics 对声黑洞型与悬链线型夹心式弯曲振动换能器进行有限元仿真建模, 并设置该悬链线曲线方程为

$$y = L_1 \cosh(x/L) - L_2,$$

其中 $L_1 = 21.18$ mm, $L_2 = 20.18$ mm, 材料参数与 2.2 节相同, 并添加 1 V 的激励电压, 通过仿真得出如图 5 所示的换能器振动模式.

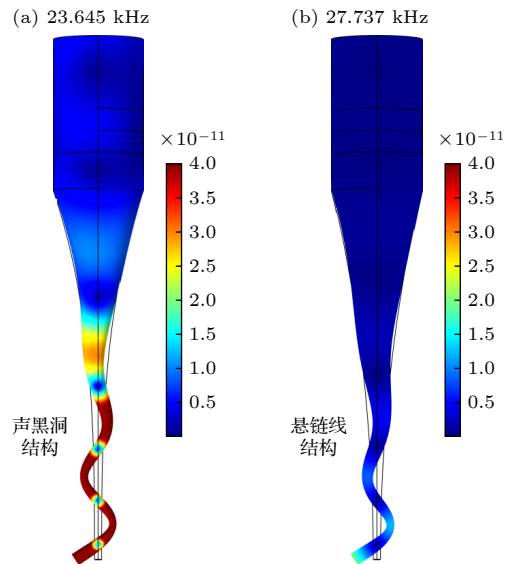


图 5 换能器第六阶弯曲振动模式 (a) 声黑洞型换能器第六阶弯曲振动模式; (b) 悬链线型换能器第六阶弯曲振动模式

Fig. 5. The sixth-order flexural vibration mode of the transducers: (a) The sixth-order flexural vibration mode of the acoustic black hole structure transducer; (b) the sixth-order flexural vibration mode of the catenary-shaped structure transducer.

同时为研究换能器水中声场, 在 COMSOL 软件中使用压力声学模块, 添加半径 40 mm、高 110 mm 的圆柱体作为水域, 设置声黑洞探头入水深度为 50 mm, 并在圆柱水域外表面添加一厚度为 10 mm 的完美匹配层, 将完美匹配层划分为 5 层网格, 以保证声波被充分吸收, 压力声学模块设置

为包括完美匹配层在内的整个部分, 并将声压级参考声压设置为 $1 \mu\text{Pa}$, 且将探头与水的接触面选取为声-结构边界.

3.1 振动分析

通过仿真计算换能器探头中心轴线上的位移分布, 得出如图 6(a) 所示的空气中位移分布, 可以看出, 声黑洞结构的振动位移较悬链线型结构的振动位移提升较为显著. 同时通过仿真得出换能器探头入水后中心轴线上的位移分布, 如图 6(b) 所示, 由于水的阻尼作用导致两种结构在水中的振动位移小于在空气中的振动位移, 但声黑洞结构在水和空气两种介质中的振动位移均大于悬链线型结构. 验证了声黑洞结构对弯曲波位移振幅增强方面的

优势.

3.2 声场分析

通过仿真得到声黑洞型结构与悬链线型结构的水中声压, 如图 7 所示, 且在考虑水载荷对探头的影响下重新计算了两种结构的第六阶弯曲振动频率. 将结果进行对比分析发现, 在水中声黑洞结构的最大声压为 $4.22 \times 10^5 \text{ Pa}$, 悬链线结构的最大声压为 $3.42 \times 10^4 \text{ Pa}$, 说明声黑洞结构的最大声压较悬链线结构的最大声压提升效果显著. 在声黑洞探头附近的高压条件能够有效促进声空化气泡的形成, 从而加快化学反应速度, 提高反应效率. 使得该换能器可以作为小型声化学反应器来促进化学反应的进行.

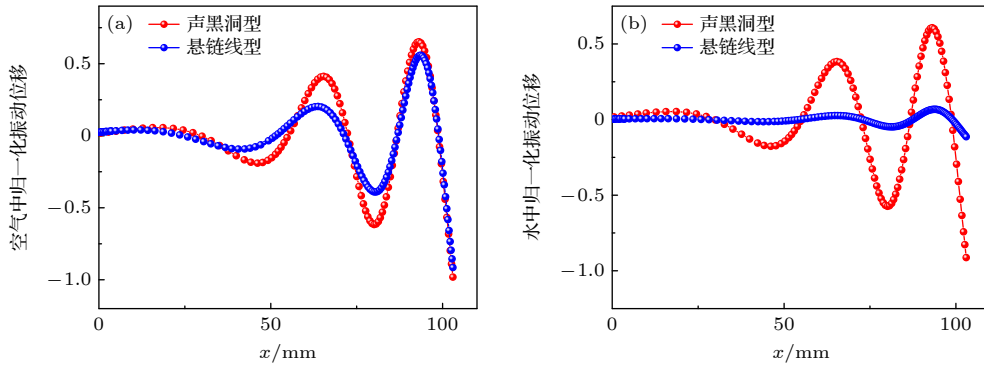


图 6 探头振动位移对比 (a) 空气中的探头振动位移对比; (b) 水中的探头振动位移对比

Fig. 6. Comparison of probe vibration displacement: (a) Comparison of probe vibration displacements in the air; (b) comparison of probe vibration displacements in the water.

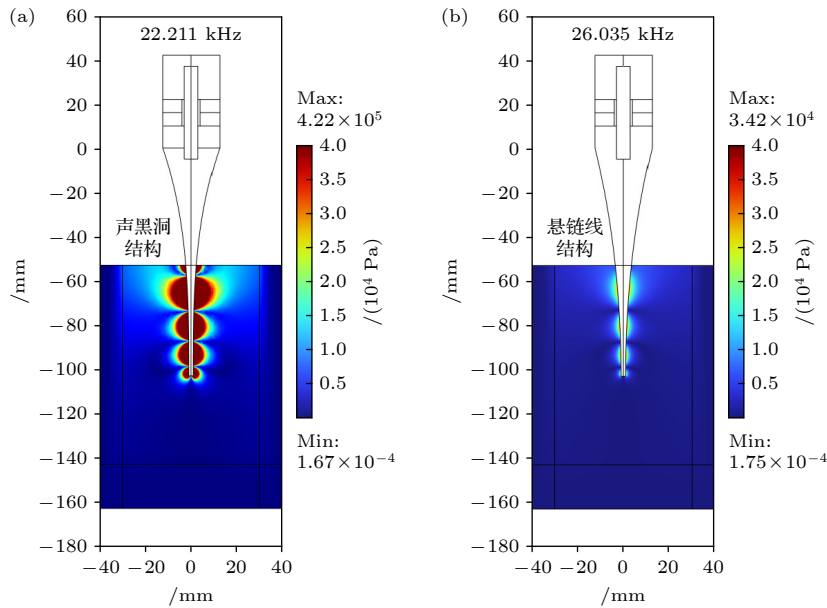


图 7 换能器水中声压 (a) 声黑洞型换能器水中声压; (b) 悬链线型换能器水中声压

Fig. 7. Sound pressure of the transducers in water: (a) The underwater sound pressure of the acoustic black hole structure transducer; (b) the underwater sound pressure of the catenary-shaped structure transducer.

此外还选取入水深度为 25 mm 和 75 mm 来对入水深度的影响进行分析讨论, 仿真结果如表 4 所列, 由于受到负载的影响, 入水深度越深负载越大, 导致共振频率降低. 虽然当入水深度从 25 mm 增至 50 mm 时声黑洞探头产生的最大声压下降了约 50%, 但悬链线探头产生的最大声压下降了 1 个数量级, 说明声黑洞结构相较于悬链线结构在提升探头处最大声压方面的优势更加显著.

表 4 两种结构的探头不同入水深度对共振频率与最大声压的关系

Table 4. Relationship between the resonant frequency and the maximum sound pressure of two types of probes with different water entry depths.

入水深度 /mm	声黑洞结构		悬链线结构	
	共振频率 /kHz	最大声压 /Pa	共振频率 /kHz	最大声压 /Pa
25	22.815	9.57×10^5	26.680	3.01×10^5
50	22.211	4.22×10^5	26.035	3.42×10^4
75	21.719	4.96×10^4	25.476	6.54×10^3

4 实验验证

为验证该声黑洞夹心式弯曲振动换能器设计的可行性, 加工制作了如图 8 所示的换能器样机, 其后盖板材料为钢, 压电材料为厚度极化的 PZT-4, 声黑洞探头材料为铝. 利用阻抗分析仪和激光振动测量系统对该换能器样机的电阻抗频率响应以及弯曲振动模态进行实验分析.

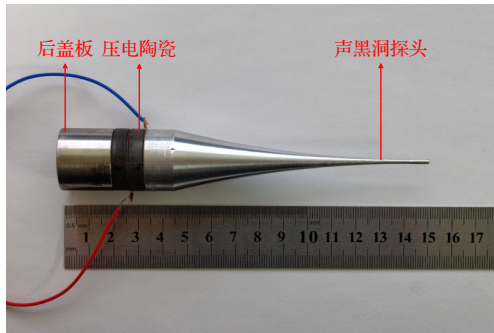


图 8 换能器实物图

Fig. 8. Physical photo of the transducer.

4.1 换能器电阻抗分析实验

图 9 为通过有限元仿真所得到的换能器电阻抗频率响应曲线图. 由图 9 可知换能器仿真所得谐振频率为 23.645 kHz.

换能器的有效机电耦合系数定义为

$$k_{\text{eff}}^2 = (f_n^2 - f_m^2) / f_n^2,$$

其中, f_m 和 f_n 分别为换能器的最小阻抗频率和最大阻抗频率, 即电流最小时的频率与电流最大时换能器的谐振频率, 将图 9 中频率代入公式计算得出此时的有效机电耦合系数约为 0.237.

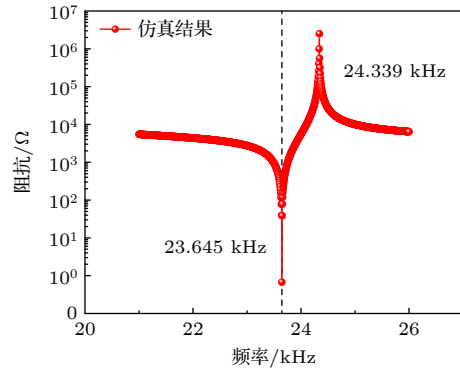


图 9 电阻抗频率响应仿真曲线

Fig. 9. Simulation results of the impedance-frequency response curve.

为验证仿真结果的准确性, 采用 WK6500B 精密阻抗分析仪对换能器的阻抗进行测量. 从图 10 所示的实验测量结果可以看出, 换能器样机的谐振频率 f_E 为 23.789 kHz, 仿真模拟与实验测量之间的误差为

$$\Delta = |f_F - f_E| / f_E \times 100\% \approx 0.61\%.$$

其中误差的主要来源有以下 3 点:

- 1) 样机加工所使用材料的参数与仿真软件中所使用材料的参数之间可能存在一定偏差;
- 2) 样机加工机床精度有限, 且在样机装配过程中存在误差;
- 3) 有限元仿真忽略了实际测量时存在的机械损耗与介电损耗.

4.2 换能器模态分析实验

为验证有限元仿真得出的振动模态结果, 使用图 11(a) 的 Polytec PSV-400 全场扫描式激光振动测量系统对换能器的弯曲振动模态进行测量, 并设置激励电压为 1 V, 扫频范围为 10—50 kHz. 图 11(b) 所示为模态测量结果, 振动位移分布测量结果如图 11(c) 所示. 可以看出, 实验测量结果与有限元仿真得到的结果相吻合, 说明该弯曲振动模态能够有效激励, 验证了设计的可行性, 同时探头尖端处的振幅十分显著, 与声黑洞结构的功能一致.

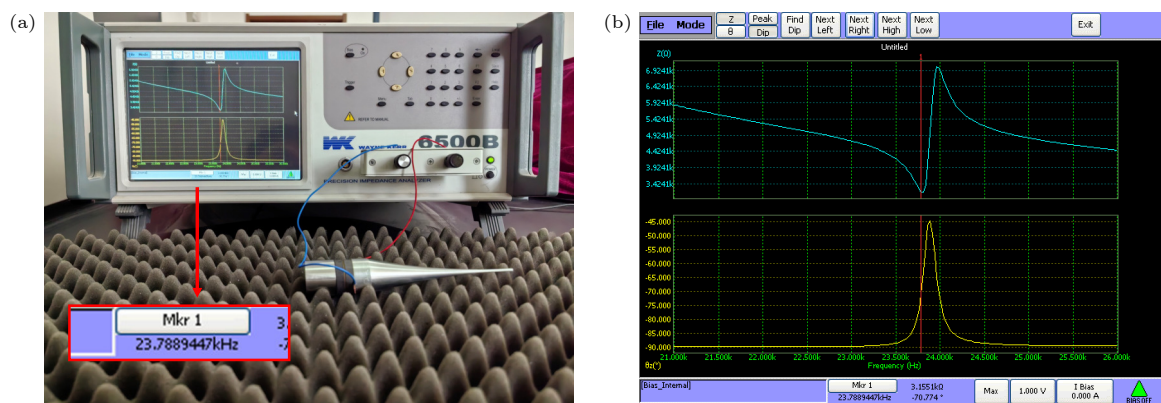


图 10 换能器阻抗分析实验装置以及阻抗测量结果 (a) WK6500B 阻抗分析仪及换能器; (b) 阻抗测量结果

Fig. 10. Impedance analyzer experimental equipment of transducer and impedance measurement result: (a) WK6500B impedance analyzer and transducer; (b) the impedance measurement result.

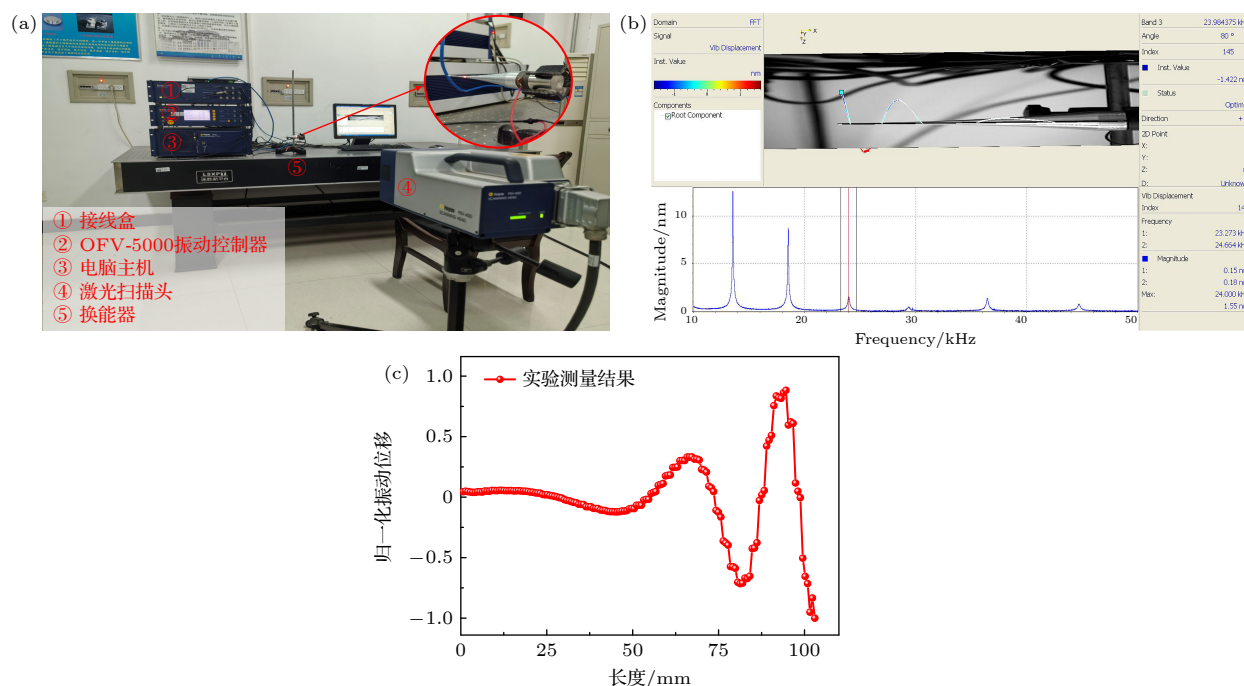


图 11 PSV-400 全场扫描式激光振动测量系统及换能器振动模式测量结果 (a) 激光测振实验装置; (b) 换能器弯曲振动模式测量结果; (c) 振动位移分布测量结果

Fig. 11. PSV-400 laser vibrometer measurement system and transducer vibration mode measurement result: (a) Laser vibrometer experimental equipment; (b) measured flexural vibration mode of the transducer; (c) measurement results of vibration displacement distribution.

5 结 论

本文基于声黑洞结构设计了一种新型声黑洞夹心式弯曲振动换能器, 基于 Timoshenko 梁理论, 利用传输矩阵法建立了该声黑洞换能器的理论模型, 计算所得误差最大不超过 2%, 说明该理论模型可以高效、准确地计算任意变截面换能器弯曲振动的频率. 利用有限元方法分析了悬链线型换能器与声黑洞型换能器的电阻抗频率响应和振动模式,

比较了辐射声场与振动位移, 发现声黑洞型换能器的最大声压与振动位移均优于悬链线型换能器, 说明声黑洞结构在弯曲波调控方面独特的优势. 加工出换能器样机并进行实验测量, 测得的电阻抗频率响应以及弯曲振动模式与有限元方法得出结果吻合较好. 研究表明通过引入声黑洞结构可以有效提升最大声压与振动位移, 这将加强其作为小型浸入式声化学反应器的空化能力, 有望应用于生物细胞破碎、超声乳化、有机合成和固体材料的粉碎与分散等领域中.

附录 A 矩阵 a^i 中各矩阵元素表达式

(8) 式矩阵中各矩阵元素的表达式为

$$a_{11}^i = \frac{(1 + \Phi_1) n_2^2 \text{ch}(n_1 l) + (1 + \Phi_2) n_1^2 \cos(n_2 l)}{n_1^2 (1 + \Phi_2) + n_2^2 (1 + \Phi_1)}, \quad (\text{A1})$$

$$a_{12}^i = \frac{n_1 \Phi_1 (1 + \Phi_2) \sin(n_2 l) - n_2 \Phi_2 (1 + \Phi_1) \text{sh}(n_1 l)}{n_1 n_2 (\Phi_2 - \Phi_1)}, \quad (\text{A2})$$

$$a_{13}^i = \frac{(1 + \Phi_1) (1 + \Phi_2) [\text{ch}(n_1 l) - \cos(n_2 l)]}{EI [n_1^2 (1 + \Phi_2) + n_2^2 (1 + \Phi_1)]}, \quad (\text{A3})$$

$$a_{14}^i = \frac{(1 + \Phi_2) n_1 \sin(n_2 l) + (1 + \Phi_1) n_2 \text{sh}(n_1 l)}{K' A_0 G n_1 n_2 (\Phi_2 - \Phi_1)}, \quad (\text{A4})$$

$$a_{21}^i = \frac{n_2 n_1^2 \sin(n_2 l) - n_1 n_2^2 \text{sh}(n_1 l)}{n_1^2 (1 + \Phi_2) + n_2^2 (1 + \Phi_1)}, \quad (\text{A5})$$

$$a_{22}^i = \frac{\Phi_2 \text{ch}(n_1 l) - \Phi_1 \cos(n_2 l)}{\Phi_2 - \Phi_1}, \quad (\text{A6})$$

$$a_{23}^i = \frac{-n_1 (1 + \Phi_2) \text{sh}(n_1 l) - n_2 (1 + \Phi_1) \sin(n_2 l)}{EI [n_1^2 (1 + \Phi_2) + n_2^2 (1 + \Phi_1)]}, \quad (\text{A7})$$

$$a_{24}^i = \frac{\text{ch}(n_1 l) - \cos(n_2 l)}{K' A_0 G (\Phi_2 - \Phi_1)}, \quad (\text{A8})$$

$$a_{31}^i = \frac{EI n_1^2 n_2^2 [\text{ch}(n_1 l) - \cos(n_2 l)]}{n_1^2 (1 + \Phi_2) + n_2^2 (1 + \Phi_1)}, \quad (\text{A9})$$

$$a_{32}^i = \frac{-EI [\Phi_2 n_1 \text{sh}(n_1 l) + \Phi_1 n_2 \sin(n_2 l)]}{\Phi_2 - \Phi_1}, \quad (\text{A10})$$

$$a_{33}^i = \frac{n_1^2 (1 + \Phi_2) \text{ch}(n_1 l) + n_2^2 (1 + \Phi_1) \cos(n_2 l)}{n_1^2 (1 + \Phi_2) + n_2^2 (1 + \Phi_1)}, \quad (\text{A11})$$

$$a_{34}^i = \frac{-EI [n_1 \text{sh}(n_1 l) + n_2 \sin(n_2 l)]}{K' A_0 G (\Phi_2 - \Phi_1)}, \quad (\text{A12})$$

$$a_{41}^i = \frac{K' A_0 G [n_2^2 n_1 \Phi_1 \text{sh}(n_1 l) - n_1^2 n_2 \Phi_2 \sin(n_2 l)]}{n_1^2 (1 + \Phi_2) + n_2^2 (1 + \Phi_1)}, \quad (\text{A13})$$

$$a_{42}^i = \frac{K' A_0 G [\cos(n_2 l) - \text{ch}(n_1 l)] \Phi_1 \Phi_2}{\Phi_2 - \Phi_1}, \quad (\text{A14})$$

$$a_{43}^i = \frac{K' A_0 G [n_1 \Phi_1 (1 + \Phi_2) \text{sh}(n_1 l) + n_2 \Phi_2 (1 + \Phi_1) \sin(n_2 l)]}{EI [n_1^2 (1 + \Phi_2) + n_2^2 (1 + \Phi_1)]}, \quad (\text{A15})$$

$$a_{44}^i = \frac{\Phi_2 \cos(n_2 l) + \Phi_1 \text{ch}\pi(n_1 l)}{\Phi_2 - \Phi_1}. \quad (\text{A16})$$

参考文献

- [1] Lin S Y 2004 *The Theory and Design of Ultrasonic Transducers* (Beijing: Science Press) p148 (in Chinese) [林书玉 2004 超声换能器的原理及设计 (北京: 科学出版社) 第 148 页]
- [2] Nguyen H T, Nguyen H D, Uan J Y, Wang D A 2014 *Ultrasonics* **54** 2063
- [3] Yan J C, Zhou Y S, Dong Z, Yang S Q, Zhou F H 2001 *Acta Acust.* **2** 104 (in Chinese) [闫久春, 周玉生, 董震, 杨士勤, 周福洪 2001 声学学报 **2** 104]
- [4] Nath C, Rahman M, Neo K S 2009 *J. Mater. Process. Tech.* **209** 4459
- [5] Nath C, Rahman M, Neo K S 2009 *Int. J. Mach. Tool. Manu.* **49** 1089
- [6] Zhang D Y, Zhang C M 2012 *China Mech. Eng.* **23** 39 (in Chinese) [张德远, 张成茂 2012 中国机械工程 **23** 39]
- [7] Zhang Y, Kang R K, Liu J T, Zhang Y M, Zheng W S, Dong Z G 2017 *J. Mech. Eng.* **53** 33 (in Chinese) [张园, 康仁科, 刘津廷, 张一鸣, 郑伟帅, 董志刚 2017 机械工程学报 **53** 33]
- [8] Wang J, Guo J F, Lu C Y, Wang W H, Tian C J 2007 *Acta Acust.* **32** 511 (in Chinese) [王剑, 郭吉丰, 鹿存跃, 王文浩, 田创建 2007 声学学报 **32** 511]
- [9] Kurosawa M K, Kodaira O, Tsuchitoy Y, Higuchi T 1998 *IEEE T. Ultrason. Ferr.* **45** 1188
- [10] Yun C H, Ishii T, Nakamura K, Ueha S, Akashi K 2001 *Jpn. J. Appl. Phys.* **40** 3773
- [11] Mironov M A 1988 *Sov. Phys. Acoust.* **35** 176
- [12] Mironov M A, Pislyakov V V 2002 *Acoust. Phys.* **48** 347
- [13] Hook K, Cheer J, Daley S 2019 *J. Acoust. Soc. Am.* **145** 3488
- [14] Ma L, Cheng L 2019 *J. Sound Vib.* **458** 349
- [15] Zhao L X, Lai C Q, Yu M 2020 *Mech. Syst. Sig. Process.* **144** 106868
- [16] Deng J, Guasch O, Zheng L, Song T T, Cao Y S 2021 *J. Sound Vib.* **494** 115790
- [17] Liu Y, Chen C, Lin S Y 2024 *Acta Phys. Sin.* **73** 084302 (in Chinese) [刘洋, 陈诚, 林书玉 2024 物理学报 **73** 084302]
- [18] Wang Y, Chen C, Lin S Y 2025 *Acta Phys. Sin.* **74** 044303 (in Chinese) [王怡, 陈诚, 林书玉 2025 物理学报 **74** 044303]
- [19] Remillieux M C, Anderson B E, Le Bas P Y, Ulrich T J 2014 *Ultrasonics* **54** 1409
- [20] Chen C, Liu Y, Wang C H, Guo J Z, Lin S Y 2024 *Ultrason. Sonochem.* **111** 107106
- [21] Wen S H, Xu L, Gong T, Zhang H D, Liang Z F, Yao L 2025 *Appl. Acoust.* **239** 110826
- [22] Zhou G P, Li M X 2000 *J. Acoust. Soc. Am.* **107** 1358

Sandwich-type flexural vibration ultrasonic transducer based on the structure of acoustic black hole^{*}

YE Wenxu JIANG Hao WANG Yi LIN Shuyu[†]

(*Shaanxi Provincial Key Laboratory of Ultrasound, School of Physics and Information Technology,*

Shaanxi Normal University, Xi'an 710119, China)

(Received 13 June 2025; revised manuscript received 25 July 2025)

Abstract

Based on the advantages of the acoustic black hole (ABH) structure in energy focusing and displacement amplification during the regulation of flexural waves, a new type of ABH sandwich-shaped flexural vibration transducer is proposed in this work. This transducer consists of a sandwich-shaped flexural vibration transducer and an ABH probe. Based on the Timoshenko beam theory, the theoretical model of the overall flexural vibration of the transducer is established by the transfer matrix method, and the calculated results are consistent with the finite element simulation results. The impedance frequency response characteristics, vibration modes, radiation acoustic field and vibration displacement of this transducer are discussed by the finite element method, and a comparative analysis is conducted with the catenary-shaped transducer. The results show that the maximum sound pressure and vibration displacement of the ABH transducer under the same mode are greater than those of the catenary-shaped transducer, indicating that the ABH structure can efficiently enhance the displacement of flexural vibration and the radiation performance of the transducer, and is expected to be utilized as a small-scale acoustic chemical reactor. Finally, a prototype of this transducer is fabricated, then its impedance characteristics and vibration modes are experimentally measured. The experimental results are in agreement with the simulation results.

Keywords: acoustic black hole structure, ultrasonic transducer, flexural vibration, transfer matrix method

PACS: 43.38.+n, 43.40.+s

DOI: [10.7498/aps.74.20250767](https://doi.org/10.7498/aps.74.20250767)

CSTR: [32037.14.aps.74.20250767](https://cstr.cn/32037.14.aps.74.20250767)

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12174240, 11874253).

[†] Corresponding author. E-mail: sylin@snnu.edu.cn