



全同费米子与玻色子系统中的SU(3)动力学

王金凤 周小琦 张宇

The SU(3) Dynamics in the Identical Fermion and Boson Systems

WANG Jinfeng, ZHOU Xiaoqi, ZHANG Yu

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.41.2023CNPC11>

引用格式:

王金凤, 周小琦, 张宇. 全同费米子与玻色子系统中的SU(3)动力学[J]. 原子核物理评论, 2024, 41(1):221–225. doi: 10.11804/NuclPhysRev.41.2023CNPC11

WANG Jinfeng, ZHOU Xiaoqi, ZHANG Yu. The SU(3) Dynamics in the Identical Fermion and Boson Systems[J]. Nuclear Physics Review, 2024, 41(1):221–225. doi: 10.11804/NuclPhysRev.41.2023CNPC11

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

质子-中子相互作用玻色子模型SU(3)算法与简单应用

The SU(3) Algorithm and Simple Application of the Proton–neutron Interacting Boson Model

原子核物理评论. 2021, 38(4): 368–372 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.38.2021059>

基于壳模型对力加四极力研究 sd 和 pf 壳偶偶原子核

Shell Model Study of Even–even sd and pf Shell Nuclei With the Pairing Plus Quadrupole–quadrupole Interaction

原子核物理评论. 2020, 37(3): 509–515 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.37.2019CNPC10>

双幻核 ^{16}O 附近核素 ^{14}C , $^{14,15}\text{N}$, $^{14-18}\text{O}$ 能谱结构的壳模型计算分析

Spectral Structure Analysis of Nuclei ^{14}C , $^{14,15}\text{N}$, and $^{14-18}\text{O}$ Near Double Magic Nucleus ^{16}O by Shell Model Calculations

原子核物理评论. 2020, 37(3): 563–568 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.37.2019CNPC54>

强相互作用系统的对称性及其破缺

Symmetries and Their Breaking of Strong Interaction System

原子核物理评论. 2020, 37(3): 329–363 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.37.2019CNPC77>

$A = 90$ 质量区能级结构与系统学研究

Structural Investigation in $A \approx 90$ Mass Region and Comparison in Its Vicinity

原子核物理评论. 2023, 40(4): 519–526 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.40.2022110>

一种内置永磁四极透镜的IH-DTL的束流动力学设计

Beam Dynamic Design of IH–DTL with Built–in Permanent Magnet Quadrupole Lens

原子核物理评论. 2023, 40(4): 534–540 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.40.2022025>

文章编号: 1007-4627(2024)01-0221-05

全同费米子与玻色子系统中的 SU(3) 动力学

王金凤, 周小琦, 张宇[†]

(辽宁师范大学物理与电子技术学院, 辽宁 大连 116029)

摘要: 基于群代数理论, 描述了如何构建 s, d 两轨道能级下的全同费米子体系与全同玻色子体系四极-四极相互作用动力学, 据此探讨了全同性原理对核多体系统动力学结构的影响。结果表明, 给定粒子数情况下全同费米子体系中低自旋态的空间维数的要比全同玻色子系统中同样自旋态的空间维数大得多, 意味着同等条件下前者包含更多更丰富的转动带结构。本工作分析展示了一个基于 SU(3) 群代数理论分析核结构模型的简单实例。

关键词: SU(3) 群; 四极-四极相互作用; 壳模型; 相互作用玻色子模型

中图分类号: O571.21

文献标志码: A

DOI: 10.11804/NuclPhysRev.41.2023CNPC11

0 前言

核物理是新世纪科学发展最重要的前沿学科之一, 而新一代核物理实验装置^[1-3]的建造和运行必将大大促进现代核物理研究的发展。例如, 在我国广东省惠州市正在建造的国家“十二五”重大科技基础设施——强流重离子加速器(HIAF)^[1]将成为国际上脉冲束流强度最高的重离子加速器装置, 其主要科学目标之一就是解决超重元素合成、远离稳定线核区幻数和壳层演化、认识原子核内有效相互作用、理解宇宙中重元素的来源等一系列重要的核物理前沿问题。虽然传统核结构模型(如壳层模型和集体模型)已经在理解原子核结构性质及其演化规律上获得了巨大成功, 但随着未来这些大科学装置上核物理实验的开展^[1-3]及相关核实验理论方法^[4-7]的改进, 有可能产生对原子核基本性质的突破性认识, 进而促进现有核结构模型的新发展甚至催生新的核结构理论。

群代数理论在许多核结构模型的发展过程中发挥着非常重要的作用, 除了可以用来描述核多体系统对称性, 还可以指导核结构模型求解甚至是具体物理模型构建。一个重要例子就是相互作用玻色子模型(简称 IBM)^[8], 该模型假定价核子(费米子)在低激发运动中主要配成 S、D 两种费米子对(库伯对), 并假定这些费米子对可以近似用 s, d 玻色子来描述, 进而偶偶核的低能四极集体结

构可以用 s, d 相互作用玻色子系统来对应。 s, d 玻色子生成的最大动力学对称群为 U(6), 包含一个子群对称性就是 SU(3), 该对称性可以自然应用于描述中重质量形变核的转动能谱性质。由于在具体计算中两种玻色子的单粒子能量取值不同, 可以等价认为全同玻色子仅占据 s, d 两个轨道能级。另一方面, SU(3) 群代数理论在壳模型的发展中同样发挥着重要作用。特别是近年来有关壳模型中的近似 SU(3) 对称性^[9], 赝 SU(3) 对称性^[10]以及更大的包含 SU(3) 的辛群对称性模型^[11]的发展和运用, 进一步彰显了 SU(3) 群代数理论对于基于微观模型理解核形变及与之相关集体运动的重要理论意义, 这些 SU(3) 相关对称性大多可以看作是对 Elliott 当初在轻核系统引入 SU(3) 对称性解释集体转动谱的理论方案^[5]的进一步拓展, 而 s, d 壳 SU(3) 群代数理论是本文的讨论对象。

全同性原理对量子多体系统波函数形式的约束可以方便地从二次量子化角度来描述。首先引入单粒子产生湮灭算符 b_{lm_l, sm_s}^+ 和 b_{lm_l, sm_s} , 其中 l, m_l 为轨道角动量量子数及其三分量, s, m_s 为自旋量子数及其三分量。当粒子的自旋 s 为半整数, 单粒子算符为费米子的产生湮灭算符; 而自旋 s 为整数时, 则为玻色子产生湮灭算符。本文研究的主要目的就是对比分析单粒子自旋分别为 $s=1/2$ 和 $s=0$ 时全同多粒子系统在两轨道能级下的 SU(3) 动力学, 探讨 SU(3) 对称性对于理解原子核低能

收稿日期: 2023-06-28; 修改日期: 2023-11-22

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(12375113, 11875158)

作者简介: 王金凤(1998-), 女(满族), 辽宁省鞍山人, 硕士研究生, 从事核结构研究; E-mail: wjf425289846@163.com

[†] 通信作者: 张宇, E-mail: dlzhangyu_physics@163.com

转动性质的理论意义^[12]。

1 全同费米子系统

假定核子仅占据 s, d 两个轨道能级, 对应 $l=0, 2$, 则满足核子数守恒的共 144 个双线性算子集合 $\{b_{lm_l, sm_s}^+, b_{l'm'_l, s'm'_s}\}$ 生成幺正群 $U(12)$ 。当进一步区分轨道位形和自旋位形, 可知 $U(12)$ 包含直积子群 $U(6) \otimes SU(2)$, 其中 $U(6)$ 描述核子的轨道波函数对称性, $SU(2)$ 描述核子的自旋波函数对称性。根据泡利不相容原理, n 个全同费米子 (核子) 构成的总波函数对于交换两个粒子必须是完全反对称的, 对应 $U(12)$ 群的全反对称性不可约表示, 用 $[1^n]$ (n 个方格的一列杨图) 来标记。考虑到总角动量守恒, 与全同费米子系统态矢量空间完备基底对应的群链可表示为^[12]

$$U(12) \supset (U(6) \supset SU(3) \supset SO(3)) \otimes SU(2) \supset SU(2)_J. \quad (1)$$

除了与自旋轨道耦合对应的角动量直积群的约化之外, 该群链中最重要的体现全同性原理约束的群表示约化的规则为

$$U(12) \supset U(6) \otimes SU(2), \quad [1^n] \rightarrow [f_1, f_2]^T \otimes (S = (f_1 - f_2)/2). \quad (2)$$

根据全同费米子波函数反对称性, 要求 $U(6)$ 群不可约表示与 $SU(2)$ 群不可约表示应由一组互为共轭的杨图描述, 以确保 $U(6) \otimes SU(2)$ 直积群的表示是从 $U(12)$ 群的全反对称表示中约化出来的, 具体约化过程可以利用杨图方法给出。 $SU(2)$ 群的表示可用两行杨图 $[f_1, f_2]$ 来描述, 即第一行包含 f_1 个方块, 第二行包含 f_2 个方块, 其共轭表示 $[f_1, f_2]^T$ 为杨图 $[f_1, f_2]$ 转置后得到了两列杨图, 而总自旋量子数表示为 $S = (f_1 - f_2)/2$, 总的粒子数为 $n = f_1 + f_2$ 。进而与群链 (1) 对应的完备基矢量可表示 $[1^n][f] \beta (\lambda, \mu) \chi (LS) JM$, 这里用 f 和 S 简记 $U(6)$ 群与 $SU(2)$ 群的不可约表示, 而 β 与 χ 分别为 $U(6) \supset SU(3)$ 和 $SU(3) \supset SO(3)$ 的约化重复度指标^[12]。

下面举例说明如何确定 s, d 壳全同费米子系统满足泡利不相容原理约束的态矢量空间^[13]。前面提到, 描述 n 个全同费米子组成的多体系统总波函数必须是全反对称的, 对应 $U(12)$ 的 $[1^n]$ 表示。图 1 中给出了两费米子系统 $U(12)$ 群的表示约化杨图示意图。当 $n=2$ 时, 从图 1(a) 中可以看出, $U(12)$ 群的全反对称表示 $[1^2]$ 包含

了轨道位形 $U(6)$ 群的两个不可约表示, 分别为对称表示 $[20]$ 和反对称表示 $[11]$ 。相应自旋群 $SU(2)$ 的表示则为 $U(6)$ 群表示的共轭表示, 进一步根据公式 $S = (f_1 - f_2)/2$ 得到自旋量子数 $S=0$ 以及 $S=1$ 。 $U(6)$ 群的不可约表示进一步约化到 $SU(3)$ 群的不可约表示的约化规则比较复杂, 但对于简单的 $n=2$ 情形也可以利用杨图方法来描述。由于 s, d 壳层单粒子波函数按照 $SU(3)$ 群的六维 $[20]$ 表示变换, 可以用图中所示的 1 行 2 列方块杨图来标记, 两粒子系统对应的 $SU(3)$ 不可约表示就由两个 $[20]$ 表示的直积给出, 即 $U(6)$ 群的 $[20]$ 表示约化可从中提取。采用杨图方法可直接证明, 两粒子系统的 $SU(3)$ 群不可约表示杨图仅包含 $[40]$, $[22]$ 和 $[31]$ 三种情况。进一步利用幺正群维数公式计算出这三个 $SU(3)$ 不可约表示的维数分别为 15, 6 和 15, 而 $U(6)$ 群的对称表示 $[20]$ 维数是 21, 反对称表示 $[11]$ 维数是 15, 总的维数正好等于 36。利用 $(\lambda = f_1 - f_2, \mu = f_2 - f_3)$, $SU(3)$ 群的三个不可约表示重新标记为 $(\lambda, \mu) = (4, 0), (0, 2), (2, 1)$ 。再考虑到 $U(6)$ 群的对称表示一定包含子群的对称表示。如图 1(b) 所示, 结合表示维数可以推断出 $U(6)$ 群的对称不可约表示 $[20]$ 可以约化出 $SU(3)$ 群两个不可约表示 $[40]$ 与 $[22]$, 对应 $(\lambda, \mu) = (4, 0)$ 和 $(0, 2)$ 。同理, 而 $U(6)$ 的反对称表示 $[11]$ 表示则直接约化为 $SU(3)$ 表示 $[31]$, 对应 $(\lambda, \mu) = (2, 1)$ 。进一步, $SU(3)$ 约化到 $SO(3)$ 群的不可约表示 (由轨道角动量量子数 L 来标记) 可由下面的规则定出:

$$\begin{aligned} \text{For } K > 0, L &= K, K+1, K+2, \dots, K + \max[\lambda, \mu], \\ \text{For } K &= 0, L = \max[\lambda, \mu], \max[\lambda, \mu] - 2, \\ &\quad \max[\lambda, \mu] - 4, \dots, 0 \text{ or } 1 \end{aligned} \quad (3)$$

其中: $K = \min[\lambda, \mu]$, $\min[\lambda, \mu] - 2, \dots, 0$ or 1, 每个 $SO(3)$ 群的不可约表示的维数为 $2L+1$ 。据此可以证明 $SU(3)$ 的 $(4, 0)$ 表示包含 $L=0, 2, 4$, 而 $(0, 2)$ 表示包含 $L=0, 2, (2, 1)$ 表示则包含 $L=1, 2, 3$ 。总角动量由轨道角动量和自旋角动量按照角动量法则 $J = |L-S|, |L-S|+1, |L-S|+2, \dots, L+S$ 给出, 可能取值为 $J=0, 1, 2, 3, 4$ 。这样, 我们得就到了 s, d 壳两费米子系统空间的完备组态。包含更多全同费米子的 s, d 壳组态位形可以在文献^[14]中找到, 本文关于全同费米子 $SU(3)$ 位形推导参考了文献^[15]中的讨论。

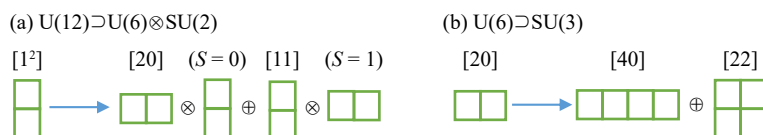


图 1 $U(12)$ 群全反对称表示 $[1^2]$ 约化的示意图 (a) 及 $U(6)$ 群全对称表示 $[20]$ 约化的示意图 (b)

2 全同玻色子系统

假定单粒子自旋 $s=0$ ，同样只允许占据 $l=0$ 和 $l=2$ 两条轨道，则多粒子体系对应一个两能级全同玻色子 (boson) 系统，相应模型其实就是 IBM 模型 [8]。只不过 IBM 中的玻色子更多理解为价核子配成总角动量 $J^\pi=0^+$ 或者 $J^\pi=2^+$ 的集体对 (可参考 SD 对壳模型 [16-18])，而不是简单地认为是两个价核子同时占据在单粒子 s 轨道或 d 轨道。虽然物理含义上有区别，然而从群表示理论决定态矢量空间的计算来看，是把 s, d 玻色子直接看成分别占据在 s, d 壳 ($l=0$ 和 $l=2$ 两个能级轨道) 上的玻色子还是看成源于 S, D 费米子对 (角动量为 0 和 2 的对) 近似的玻色子，这两种观点在数学处理上没有区别，所以仍然可以从两轨道能级 (s, d) 的 SU(3) 群代数理论出发来确定全同玻色子系统波函数。为方便表述，本文统一用 s, d 壳上全同粒子来描述自旋 $S=1/2$ 的费米子和自旋 $S=0$ 的玻色子。 s, d 玻色子系统的最大动力学对称群同样为 U(6)，单玻色子产生湮灭算符满足相应对易关系，保证组态空间波函数满足交换对称性。也就是说 n 个全同玻色子体系中的 U(6) 群只包含一个全对称表示，用一行杨图 $[n]$ 来标记。由于已经假定单粒子自旋 $s=0$ ，总波函数仅由轨道部分来描述，完备基矢空间对应的群链为 [这里只考虑 SU(3) 对称性] $U(6) \supset SU(3) \supset SO(3)$ ，相应态矢量标记为 $|n(\lambda, \mu)\chi LM\rangle$ ，可以看出各种量子数标记与前面费米子系统轨道部分一样。U(6) 群全对称不可约表示到 SU(3) 的表示约化相对简单，可由下面的规则定出：

$$\begin{aligned} (\lambda, \mu) = & (2n, 0) \oplus (2n-4, 2) \oplus (2n-8, 4) \oplus \cdots \\ & \oplus (2n-6, 0) \oplus (2n-10, 2) \oplus \cdots \\ & \oplus (2n-12, 0) \oplus (2n-16, 2) \oplus \cdots, \end{aligned} \quad (4)$$

可以看出，U(6) 群全对称不可约表示到 SU(3) 群的表示约化是简单可约的，不需要引入约化重复度指标；而进一步 SU(3) 群到 SO(3) 群的约化规则已经由前面给出的式 (3) 得出，这样我们就完全确定了任意 n 个全同玻色子系统的态矢量位形。

3 SU(3) 转动谱

下面以长程四极-四极相互作用 $Q \cdot Q$ 作为方案哈密顿量来对比分析两种全同粒子系统中的 SU(3) 谱结构。为了简化计算，这里的四极矩算符 Q 选为 SU(3) 代数生成元，进而 $Q \cdot Q$ 相互作用项就可以用 SU(3) 群的卡西米尔算符和角动量算符来表达。对于全同费米子 (fermion) 系统，角动量算符和四极矩算符定义为 [12]：

$$L_\mu^F = \sum_{i=1}^A (\mathbf{r}_i \times \mathbf{p}_i)_\mu^{(1)}, \quad (5)$$

$$Q_\mu^F = \sqrt{4\pi/5} \sum_{i=1}^A [r_i^2 Y_{2\mu}(\Omega_i) + p_i^2 Y_{2\mu}(\Omega_{p_i})], \quad (6)$$

这里的求和是对所有核子求和。而全同玻色子系统中的角动量和四极矩算符我们采用 IBM 模型中的定义：

$$L_u^B = \sqrt{10} (d^+ \times \tilde{d})_u^{(1)}, \quad (7)$$

$$Q_u^B = 2\sqrt{2} \left[(d^+ \times \tilde{s} + s^+ \times \tilde{d})_u^{(2)} - \frac{\sqrt{7}}{2} (d^+ \times \tilde{d})_u^{(2)} \right], \quad (8)$$

可以证明上面两种定义给出角动量算符与四极算符满足同样的对应关系：

$$\begin{aligned} [L_u, L_v] &= -\sqrt{2} \langle 1u, 1v | 1u+v \rangle L_{u+v}, \\ [L_u, Q_v] &= -\sqrt{6} \langle 1u, 2v | 2u+v \rangle Q_{u+v}, \\ [Q_u, Q_v] &= 3 \langle 2u, 2v | 1u+v \rangle L_{u+v}, \end{aligned} \quad (9)$$

进而构成了 SU(3) 的 8 个代数生成元。相应二阶卡西米尔算符可以统一表示为

$$C_2[\text{SU}(3)] = 1/4 Q^{(2)} \cdot Q^{(2)} + 3/4 L \cdot L, \quad (10)$$

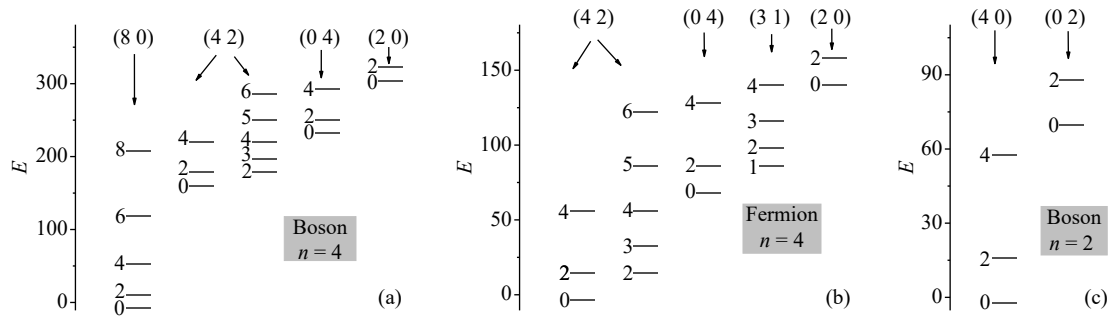
其本征值为 $\langle C_2[\text{SU}(3)] \rangle = \lambda^2 + \lambda\mu + \mu^2 + 3\lambda + 3\mu$ 。

接下来，我们以 $n=4$ 为例对比分析全同费米子与全同玻色子系统中的四极-四极动力学。需要指出， s, d 壳轨道最多能填 12 个全同费米子，考虑到粒子-空穴对称性，4 费米子与 8 费米子的 s, d 壳组态位形是一样的。所以 $n=4$ 时，全同费米子系统和全同玻色子系统就相当于给出了 4 对核子分别在考虑不相容原理约束和没有考虑不相容原理 (近似成玻色子) 两种情况下的比较。另一方面，如果把玻色子看成价核子对， $n=4$ 费米子系统则又对应 $n=2$ 的玻色子系统。为同时从这两个不同角度进行比较，我们在下面的图中给出 $n=2$ 与 $n=4$ 的玻色子系统能谱以及 $n=4$ 费米子系统能谱。我们首先在表 1 中列出 $n=4$ 时 s, d 两轨道能级全同费米子系统和全同玻色子系统的全部组态位形。从表中可以看出，全同费米子体系包含更多 SU(3) 表示位形，意味着给定角动量体系的完备组态空间更大。例如，玻色子系统只包含 1 个 3^+ 态和 3 个 4^+ 态，而全同费米子系统包含了 13 个 3^+ 激发态和 16 个 4^+ 态，而且全同费米子系统还包含了全同玻色子系统所不包含的多个 1^+ 激发态，这些结果一定程度上反映了壳模型的组态空间要远远大于玻色子模型组态空间。

如上所述，图 2 中给出 $n=4$ 时全同费米子以及 $n=2, 4$ 时全同玻色子系统在四极-四极相互作用下生成

表 1 $n=4$ 全同费米子与玻色子系统的组态位形

Fermion	U(12)	U(6)⊗SU(2)	SU(3)⊗SU(2)	SU(2) _f
	[1111]	[22]⊗(S=0) ⊕[211]⊗(S=1) ⊕[1111]⊗(S=2)	((4 2)⊕(3 1)⊕(2 0)⊕(0 4))⊗(S=0) ((5 0)⊕(2 3)⊕(3 1)⊕(1 2)⊕(0 1))⊗(S=1) (1 2)⊗(S=2)	$0^3 1^2 5^3 4^4 5^2 6$ $0^5 1^8 2^{13} 3^{10} 4^9 5^4 6^2$ $0 1^3 2^3 3^3 4^3 5$
Boson		U(6) [4]	SU(3) (8 0)⊕(4 2)⊕(0 4)⊕(2 0)	SO(3) (8 0)+(4 2)+(0 4)+(2 0) $0^4 2^5 3^4 5^6 2^8$

图 2 $n=2, 4$ 时全同玻色子 (boson) 系统和 $n=4$ 时全同费米子 (fermion) 系统的 SU(3) 转动谱 (单位任意), 不同转动带用 SU(3) 表示量子数 (λ, μ) 来标记, 对于费米子系统只列出总自旋 $S=0$ 对应的结果

的转动谱, 注意 $Q \cdot Q$ 相互作用强度通常取负值。从图 2 中可以看到, $n=4$ 时两种全同粒子系统在四极相互作用下均可以生成多条转动带结构, 但全同玻色子系统中的最大角动量为 $J=8$, 出现在基态转动带中; 然而对应的费米子系统的最大角动量为 $J=6$, 出现在伽马带中, 其基态带的最高角动量仅为 $J=4$ 。这意味着费米子系统晕态中的 $B(E2; 6_1 \rightarrow 4_1)$ 的跃迁为带间跃迁, 其跃迁强度较弱, 而同样的跃迁在玻色子系统中为带内跃迁, 属于强跃迁。除此之外, 还需要强调的是四极-四极相互作用主导的全同玻色子系统的基态位形总是由 SU(3) 的全对称表示 $(\lambda, \mu)=(2n, 0)$ 来决定, 对应一个长椭球形变; 而相应费米子系统的基态位形由所谓领头阶 SU(3) 表示来决定, 通常对应刚性三轴形变, 例如 $n=4$ 时 (见图 1) 的领头阶表示为 $(\lambda, \mu)=(4, 2)$ 。另外, 从图中还可以看到, 全同玻色子系统仅包含 K 为偶数的转动带, 而全同费米子系统除了 K 为偶数的转动带还包含 K 为奇数的转动带, 这些特征均表明相同条件下全同费米子系统具有更为丰富复杂的多体动力学结构。进一步从图中可以看到, 如玻色子数进一步减小至 $n=2$, 则玻色子模型空间将变得极为简单, 仅包含两条 $K=0$ 转动带共五条能级。

值得提及的是, 文献 [19] 也讨论了 s, d 壳全同费米子系统对称性相关问题, 并重点强调了 U(5) 动力学对称性对 ^{32}S 低激发能级的描述, 而本文采用的 $Q \cdot Q$ 相互作用更多强调的是 SU(3) 动力学对称性, 这一点可以从公式 (10) 中的 SU(3) 卡西米尔算符的定义明确看出。另外, 本文讨论没有考虑同位旋自由度, 而文献 [19] 中关

于全同费米子系统的对称性分析包含了同位旋自由度。还需要指出的是, 本文讨论的两轨道能级全同玻色子系统与全同费米子系统对应的模型应用范围并不相同, 前者对应 IBM 模型的 SU(3) 极限, 主要应用于描述中重质量区大形变核性质, 而后者对应 s, d 壳模型, 更多应用于描述轻核转动谱。因此, 两者的动力学差别更多体现在不同质量区低能转动结构的差别。虽然本文给出的例子仅限于理论讨论, 类似于图 2 中的玻色子型转动谱已经在形变稀土核 (如 ^{170}Er) 中观测到, 而形如图中的费米子型转动谱也可在中等质量核 (如 ^{24}Mg) 中近似看到, 但更准确的描述实验可能还需要考虑除 $Q \cdot Q$ 相互作用外其它相互作用 (如对力) 的贡献。

4 结论

自从 20 世纪 60 年代 Elliott [13] 在壳模型中引入 SU(3) 对称性方案以来, SU(3) 对称性及 SU(3) 群代数理论在包括 IBM 等多个重要核结构模型的发展过程中扮演着不可或缺的角色, 近年来又在近似 SU(3) 对称性模型 [9] 和无芯壳模型 [20] 计算发展中发挥重要作用。本文介绍了如何利用 SU(3) 群代数技术生成 s, d 两轨道能级下全同费米子和全同玻色子系统动力学, 据此对比分析了全同性原理对这两种全同粒子系统转动谱结构的影响。结果表明, 两能级系统下的全同费米子系统动力学要远比全同玻色子系统动力学更为丰富, 也更复杂。当前的比较仅限于轨道和自旋自由度, 进一步考虑需要引入同位旋自由度, 进而全同费米子 s, d 两能级系统的最大动对

称群为 $U(24)$ ^[12, 19], 而相应玻色子系统 (IBM-3) 的最大动力学对称群则为 $U(18)$ ^[12], 可以想象此时的两类全同粒子系统的能谱结构将更为复杂。另外, 本文仅考虑了四极-四极相互作用, 当引进对相互作用后, 还可以比较两类全同粒子系统在不同相互作用竞争下的动力学演化行为(形状相变), 这些都是我们进一步的研究方向。

参考文献:

- [1] ZHOU X H, YANG J C. *AAPPS Bulletin*, 2022, 32(1): 35.
- [2] HONG B. *AAPPS Bulletin*, 2023, 33(1): 3.
- [3] OTANI M. *AAPPS Bulletin*, 2022, 32(1): 6.
- [4] SADHUKHAN J. *AAPPS Bulletin*, 2022, 32(1): 14.
- [5] CUI J W, ZHOU X R. *Science China Physics, Mechanics & Astronomy*, 2023, 66(5): 252301.
- [6] WANG Y P, ZHANG H F, MA N N. *Nuclear Physics Review*, 2022, 39(4): 434. (in Chinese)
(王艺澎, 张鸿飞, 马娜娜, 等. *原子核物理评论*, 2022, 39(4): 434.)
- [7] ZHANG Z L, WU J X, ZHANG X. *Nuclear Physics Review*, 2022, 39(2): 179. (in Chinese)
(张兆龙, 武军霞, 张鑫, 等. *原子核物理评论*, 2022, 39(2): 179.)
- [8] IACHELLO F, ARIMA A. *The Interacting Boson Model*[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1987.
- [9] BONATSOS D, ASSIMAKIS I E, MINKOV N. *Physical Review C*, 2017, 95: 064325.
- [10] DRAAYER J P, WEEKS K J. *Annals of Physics*, 1984, 156: 41.
- [11] ROSENSTEEL G, ROWE D J. *Physical Review Letter*, 1977, 38: 10.
- [12] KOTA V K B. *SU(3) Symmetry in Atomic Nuclei*[M]. Singapore: Springer, 2020.
- [13] ELLIOTT J P. *Proceedings the Royal of Society A*, 1958, 245: 128.
- [14] AKIYAMA Y. *Data Sheets A*, 1966, 2: 403.
- [15] ZHOU D. *Algebraic Shell Model Calculations and Exact Solution of the Pairing Models*[D]. Dalian: Liaoning Normal University, 2020. (in Chinese)
(周丹, 壳模型的代数计算方法及对力模型严格解[D]. 大连: 辽宁师范大学, 2020)
- [16] CHEN J Q. *Nuclear Physics A*, 1997, 626: 686.
- [17] ZHAO Y M, YOSHINAGA N, YAMAJI S, et al. *Physical Review C*, 2000, 62: 014304.
- [18] LUO Y A, CHEN J Q, DRAAYER J P. *Nuclear Physics A*, 2000, 669: 101.
- [19] HAN Q Z, WANG J J, SUN H Z, et al. *Chinese Physics Letter*, 1987(4): 505.
- [20] LAUNEY K D, DYTRYCH T, DRAAYER J P. *Progress in Particle and Nuclear Physics*, 2016, 89: 101.

The SU(3) Dynamics in the Identical Fermion and Boson Systems

WANG Jinfeng, ZHOU Xiaoqi, ZHANG Yu[†]

(School of Physics and Electronic Technology, Liaoning Normal University, Dalian 116029, Liaoning, China)

Abstract: Based on the group-algebra theory, we illustrate how to build the quadrupole-quadrupole dynamics for the identical fermion and boson systems within the s, d single-particle orbits, by which the influence of identity principle on the many-body dynamical structures of nuclei is discussed. The results indicate that the dimension of low-spin states in the identical fermion system with a given number of particle is much larger than the corresponding situation in the identical boson system, which means that the former can involve a richer rotational structure than the latter under similar conditions. The present analysis provides an example for analyzing nuclear structural model using the SU(3) group-algebra theory.

Key words: SU(3) group; quadrupole-quadrupole interaction; shell model; the interacting boson model

Received date: 28 Jun. 2023; Revised date: 22 Nov. 2023

Foundation item: National Natural Science Foundation of China(12375113, 11875158)

[†] Corresponding author: ZHANG Yu, E-mail: dlzhangyu_physics@163.com