



${}^7\text{Li}$ 和 ${}^7\text{Be}$ 原子核的四体微观团簇模型计算

陶德晔 周波

Four-body Microscopic Cluster Model Calculation of ${}^7\text{Li}$ and ${}^7\text{Be}$ Nuclei

TAO Deye, ZHOU Bo

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.41.2023CNPC49>

引用格式:

陶德晔, 周波. ${}^7\text{Li}$ 和 ${}^7\text{Be}$ 原子核的四体微观团簇模型计算[J]. 原子核物理评论, 2024, 41(1):288–291. doi: 10.11804/NuclPhysRev.41.2023CNPC49

TAO Deye, ZHOU Bo. Four-body Microscopic Cluster Model Calculation of ${}^7\text{Li}$ and ${}^7\text{Be}$ Nuclei[J]. Nuclear Physics Review, 2024, 41(1):288–291. doi: 10.11804/NuclPhysRev.41.2023CNPC49

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

第一性原理无核芯壳模型计算原子核谱因子

Ab initio no-core Shell Model for Nuclear Spectroscopic Factor

原子核物理评论. 2022, 39(3): 286–295 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.39.2022042>

通过费米能区重离子碰撞产额分布来研究 ${}^{16}\text{O}$ 原子核的团簇结构

Probing Clustering Configurations of ${}^{16}\text{O}$ by the Yield Distribution in Heavy Ion Collisions at Fermi Energy

原子核物理评论. 2021, 38(1): 8–16 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.38.2020057>

多任务神经网络对原子核低激发谱的研究

Studies of Nuclear Low-lying Excitation Spectra with Multi-task Neural Network

原子核物理评论. 2022, 39(3): 273–280 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.39.2022043>

基于壳模型对力加四极力研究 sd 和 pf 壳偶偶原子核

Shell Model Study of Even-even sd and pf Shell Nuclei With the Pairing Plus Quadrupole-quadrupole Interaction

原子核物理评论. 2020, 37(3): 509–515 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.37.2019CNPC10>

基于统一方法描述原子核的 α 衰变、结团放射性和冷裂变

Unified Description of the Competition Between α Decay, Cluster Radioactivity and Cold Fission

原子核物理评论. 2023, 40(3): 348–355 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.40.2022004>

利用改进的Gamow-like模型研究原子核的 α 衰变和质子放射性

Study of α Decay and Proton Radioactivity Half-lives Based on Improved Gamow-like Model

原子核物理评论. 2020, 37(3): 554–562 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.37.2019CNPC08>

文章编号: 1007-4627(2024)01-0288-04

${}^7\text{Li}$ 和 ${}^7\text{Be}$ 原子核的四体微观团簇模型计算

陶德晔¹, 周波^{1,2,†}

(1. 复旦大学现代物理研究所, 上海 200433;
2. 国家自然科学基金理论物理专款-复旦大学上海核物理理论研究中心, 上海 200438)

摘要: 深入了解 ${}^7\text{Li}$ 和 ${}^7\text{Be}$ 原子核的基态和激发态性质对解释 Li, Be 等元素在原初宇宙中的产生和相关反应具有重要意义。目前多数关于 ${}^7\text{Li}$ 或 ${}^7\text{Be}$ 的微观模型计算主要考虑其中的 $\alpha+t$ 或 $\alpha+{}^3\text{He}$ 两体团簇结构。本工作采用四体微观团簇模型开展了理论研究, 结果表明, 考虑三体和四体团簇结构能够有效优化计算所得的基态和激发态波函数, 使能谱和核半径等物理量更加接近实验数据。

关键词: 原子核团簇; 微观模型; 原子核能谱

中图分类号: O571.21

文献标志码: A

DOI: 10.11804/NuclPhysRev.41.2023CNPC49

0 引言

${}^7\text{Li}$ 和 ${}^7\text{Be}$ 在宇宙原初核合成 (primordial nucleosynthesis) 中扮演着重要角色, 其直接或间接参与由 H, He 等元素进一步合成 C, O 等更重元素的过程^[1]。目前, 大爆炸核合成 (big bang nucleosynthesis, BBN) 理论已经能够对宇宙中 ${}^2\text{H}$ 和 ${}^4\text{He}$ 的原初丰度给出较好的预测, 然而, 根据 BBN 计算所得的 Li 元素原初丰度却高于观测值约 3 倍^[2]。进一步了解 ${}^7\text{Li}$ 和 ${}^7\text{Be}$ 的能级结构, 尤其是高激发态能谱及其波函数相关性质, 有助于探索潜在的涉及 ${}^7\text{Li}$ 和 ${}^7\text{Be}$ 在宇宙早期产生和湮灭的相关反应, 进而为解决宇宙学 Li 问题提供思路。作为七核子系统, ${}^7\text{Li}$ 和 ${}^7\text{Be}$ 原子核中能够形成丰富的团簇结构^[3-5], 包括 $\alpha+t$ (${}^3\text{He}$), ${}^6\text{He}$ (${}^6\text{Li}$)+p, ${}^5\text{He}$ (${}^5\text{Li}$)+d 以及一些三体或四体团簇结构等。基于原子核中的团簇结构, 人们发展出各种微观团簇模型^[6-7], 这些理论模型对于描述团簇结构明显的轻核十分有效。因此, 有必要基于团簇模型对 ${}^7\text{Li}$ 和 ${}^7\text{Be}$ 的能级结构, 尤其是高激发态能级进行研究。

微观模型 (microscopic models) 采用对核子空间坐标完全反对称化的波函数, 通过求解本征方程, 得到系统的本征能量和本征波函数, 能够在不依赖参数的情况下较为准确地描述轻核的一些重要性质。本文通过生成坐标法 (generator coordinate method, GCM)^[8] 求解 ${}^7\text{Li}$ 和 ${}^7\text{Be}$ 的能谱和波函数。GCM 首先假定系统中一些团簇的存在, 并为其赋予生成坐标 (generator coordinates),

通过叠加一系列具有不同生成坐标的基矢波函数并代入本征方程解得叠加系数, 即得到系统的波函数。通过在系统中假定团簇的存在以缩小基矢函数的位形空间, GCM 能够在不破坏系统波函数物理意义的情况下, 大幅缩减计算量, 因此被广泛应用于对原子核系统的束缚态以及散射问题的研究中。

1970 年代以来, 人们利用微观团簇模型对 ${}^7\text{Li}$ 和 ${}^7\text{Be}$ 进行了大量理论研究^[9-12], 但受早期计算设备限制, 其中大多数工作仅考虑 $\alpha+t$ (${}^3\text{He}$) 两体团簇模型。由于泡利不相容原理, α 是最为稳定的原子核团簇, 具有较高的结合能, 一般情况下, 原子核中的 α 团簇很难被破坏, 因此, 在较低的能量范围内处理原子核问题时假定 α 团簇的存在是合理的。但 ${}^3\text{H}$ 或 ${}^3\text{He}$ 结合能相对较低, 远不如 α 稳定, 因此在原子核中不一定会形成很好的团簇结构。另一方面, 近来有实验显示, 在 ${}^7\text{Li}$, ${}^7\text{Be}$ 以及其他一些轻核中还可能存在较为明显的 ${}^6\text{Li}+n$ 和 ${}^6\text{He}+p$ 等壳结构^[13-15]。这些结构的形成, 是简单的 $\alpha+t$ (${}^3\text{He}$) 两体团簇模型所无法描述的, 因此, 我们采用 $\alpha+n+n(p)+p$ 四体团簇模型对 ${}^7\text{Li}$ 和 ${}^7\text{Be}$ 进行 GCM 计算, 并对其基态和激发态能谱进行分析。

1 理论模型

在微观模型中, 原子核的波函数可以写为对每个核子的空间运动学坐标进行反对称化的 Brink 波函数^[16]:

收稿日期: 2023-07-31; 修改日期: 2024-01-10

基金项目: 国家重点研发计划项目 (2022YFA1602402); 上海市“科技创新行动计划”自然科学基金项目 (21ZR1409500)

作者简介: 陶德晔 (1996-), 男, 山东聊城人, 博士研究生, 从事原子核团簇物理与多体问题研究; E-mail: dytao22@m.fudan.edu.cn

† 通信作者: 周波, E-mail: zhoub@fudan.edu.cn

$$\Phi^B = \frac{1}{\sqrt{7!}} \mathcal{A}[\phi_1(\mathbf{R}_1) \cdots \phi_5(\mathbf{R}_2) \phi_6(\mathbf{R}_3) \phi_7(\mathbf{R}_4)], \quad (1)$$

其中单粒子波函数为

$$\phi_k(\mathbf{R}_j) = \frac{1}{(\pi b^2)^{3/4}} \exp\left[-\frac{1}{2b^2}(\mathbf{r}_k - \mathbf{R}_j)^2\right] \chi_k \tau_k, \quad (2)$$

其空间部分取以生成坐标 $\mathbf{R}_j$ 为中心、 b 为宽度的高斯波包, χ_k 和 τ_k 分别为其自旋与同位旋部分。在式 (1) 中, $\mathbf{R}_1$, $\mathbf{R}_2$, $\mathbf{R}_3$ 和 $\mathbf{R}_4$ 分别为 α 粒子和三个单核子团簇的生成坐标。利用角动量和宇称投影算符

$$\hat{P}_{MK}^J = \frac{2J+1}{8\pi^2} \int d\Omega D_{MK}^{J*}(\Omega) \hat{R}(\Omega), \quad (3)$$

$$\hat{P}^\pi = \frac{1+\pi\hat{P}_r}{2}, \quad \pi = \pm, \quad (4)$$

可以将内禀 Brink 波函数 (1) 投影到特定的角动量和宇称本征态上。然而, Brink 波函数中每个核子的波函数都被限制在特定的生成坐标附近, 这显然与实际的原子核系统不符。为了得到更接近实际情况的原子核波函数, 需要以角动量和宇称投影的 Brink 波函数为基矢, 对一系列不同的生成坐标进行叠加

$$\Psi^{JM} = \sum_{i,K} c_{i,K} \hat{P}_{MK}^J \hat{P}^\pi \Phi_i^B, \quad (5)$$

其中 $\{c_{i,K}\}$ 为叠加系数。将波函数 (5) 代入到薛定谔方程, 可得到 Hill-Wheeler 方程

$$\sum_{i,K} [H_{i'K',KK'}^{JM} - E N_{i'K',KK'}^{JM}] c_{i,K} = 0, \quad (6)$$

通过矩阵对角化求解此式即得到系统波函数 (5) 中 Brink 基矢波函数的叠加系数 $\{c_{i,K}\}$ 和本征能量 E 。

2 结果与讨论

根据上述理论模型, 我们对 ${}^7\text{Li}$ 和 ${}^7\text{Be}$ 原子核进行了两体、三体和四体 GCM 计算。其中, 两体 GCM 计算中 ${}^7\text{Li}$ 和 ${}^7\text{Be}$ 的 Brink 基矢波函数分别取为 $\alpha+t$ 和 $\alpha+{}^3\text{He}$ 结构, 三体计算中取为 $\alpha+d+n$ 和 $\alpha+d+p$ 结构, 而四体计算中则取 $\alpha+n+n+p$ 和 $\alpha+n+p+p$ 结构, 谐振子参数取为 $b=1.46 \text{ fm}$ 。在计算中, 哈密顿量包含动能项、核子-核子中心势、自旋-轨道耦合势和库仑相互作用项:

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \sum_i \nabla_i^2 - T_{\text{c.m.}} + \sum_{i<j} (V_{ij}^C + V_{ij}^{\text{LS}} + V_{ij}^{\text{EM}}). \quad (7)$$

其中 $T_{\text{c.m.}}$ 为质心动能。核子-核子中心势采用 Volkov No.2 形式^[17]:

$$V_{ij}^C = \sum_{n=1}^2 v_n e^{-\frac{r_{ij}^2}{a_n^2}} (W + B P_\sigma - H P_\tau - M P_{\sigma\tau})_{ij}, \quad (8)$$

其中: $a_1 = 1.01 \text{ fm}$, $a_2 = 1.8 \text{ fm}$, $v_1 = 61.14 \text{ MeV}$, $v_2 = -60.65 \text{ MeV}$, $W = 1 - M$, $M = 0.6$, $B = H = 0.08$ 。自旋-轨道势取为 G3RS 势^[18-19]

$$V_{ij}^{\text{LS}} = v_0 (e^{-d_1 r_{ij}^2} - e^{-d_2 r_{ij}^2}) P(^3O) \mathbf{L} \cdot \mathbf{S}, \quad (9)$$

其中: $v_0 = 2000 \text{ MeV}$, d_1 和 d_2 分别取为 5.0 fm^{-2} 和 2.778 fm^{-2} 。上述参数的改变会对能谱产生一定的影响, 但本文目的在于讨论包含不同团簇结构的关联对计算结果的影响, 因此, 不失一般性, 我们皆采取微观团簇理论中的常用取值。

图 1 和图 2 分别为 ${}^7\text{Li}$ 和 ${}^7\text{Be}$ 的 GCM 计算所得基态 $3/2^-$, 和三个激发态 $1/2^-$, $7/2^-$ 和 $5/2^-$ 的本征能量随基矢数目 N 的变化。由于 ${}^7\text{Li}$ 和 ${}^7\text{Be}$ 具有相似的结构, 其能量变化的趋势类似。单个 Brink 波函数计算所得的能量较高, 与实验值偏离较大, 这是由于原子核内的团簇被固定在生成坐标处, 不符合真实量子系统的情况。随着不同生成坐标构型基矢的加入, 求解方程 (6) 得到的本征能量逐渐降低, 图中基矢数目 $N=20$ 和 $N=200$ 分别为开始加入三体基矢和四体基矢处, 该处能量下降

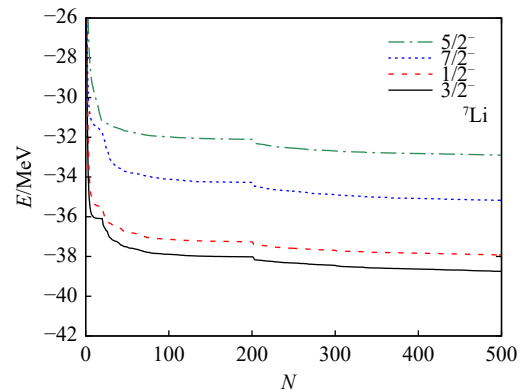


图 1 ${}^7\text{Li}$ 各能级本征能量随基矢数目的变化

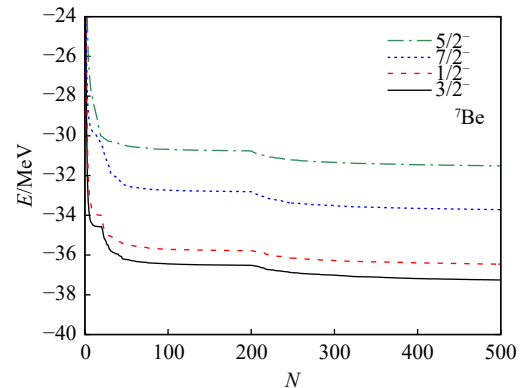


图 2 ${}^7\text{Be}$ 各能级本征能量随基矢数目的变化

较快, 因此在 GCM 计算中扩大基矢空间对能量值影响较为明显。最终, 随着基矢数目的不断增加, 各能级能量变化趋于平缓, 说明我们计算中所取的基矢数目足够得到收敛的能量值。

GCM 计算得到的 ${}^7\text{Li}$ 和 ${}^7\text{Be}$ 的能谱和实验数据如图 3 和图 4 所示, 作为一组镜像核, ${}^7\text{Li}$ 和 ${}^7\text{Be}$ 能谱性质十分接近。我们列出了在 GCM 中分别取两体、三体和四体团簇结构的计算结果, 其中, 三组计算下 ${}^7\text{Li}$ 基态能量分别为 -36.09 MeV , -38.02 MeV 和 -38.75 MeV , ${}^7\text{Be}$ 的基态能量分别为 -34.58 MeV , -36.52 MeV 和 -37.25 MeV 。计算结果表明, 两体的 GCM 计算可以得到正确的能级顺序, 但能级之间的间距与实验有较大偏差。其中激发能较高的 $7/2^-$ 和 $5/2^-$ 两个能级, 实验上两能级相差 2.05 MeV , 而两体 GCM 计算所得的两能级仅相差 0.61 MeV 。此外, 两体 GCM 计算得到的基态能量高于实验值约 3 MeV , 而三体和四体 GCM 计算得到的基态能量与实验值的偏差均不高于 2 MeV 。由此可见, 仅通过两体 $\alpha+t$ (${}^3\text{He}$) 团簇模型无法较好地描述 ${}^7\text{Li}$ (${}^7\text{Be}$) 的能谱, 这暗示了在 ${}^7\text{Li}$ (${}^7\text{Be}$) 的基态和激发态中存在更为丰富的团簇结构。

随着三体和四体团簇基矢的引入, GCM 计算所得能谱更加接近实验能谱。其中, 三体 GCM 计算已经能够得

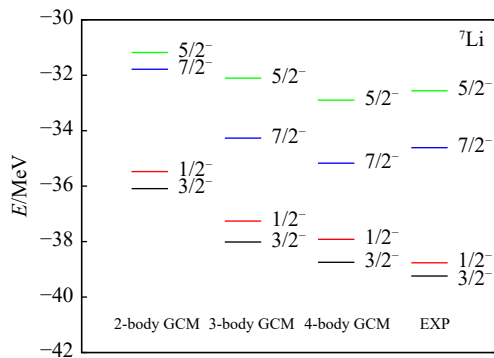


图 3 两体、三体和四体 GCM 计算所得的 ${}^7\text{Li}$ 能谱及实验数据 [20]

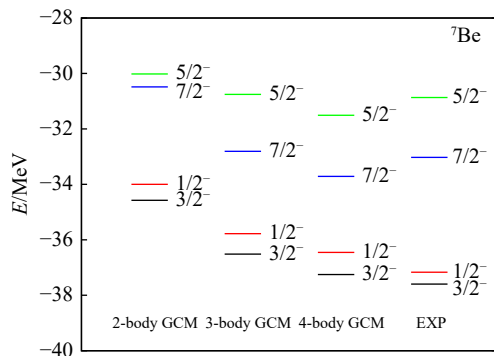


图 4 两体、三体和四体 GCM 计算所得的 ${}^7\text{Be}$ 能谱及实验数据 [20]

到正确的能级间隔, $7/2^-$ 和 $5/2^-$ 两能级相差 2.16 MeV , 接近实验值。加入四体团簇基矢则进一步使能谱整体降低。其中, 基态 $3/2^-$ 和第一激发态 $1/2^-$ 的能量相比三体计算均降低了约 0.7 MeV , 更加接近实验值。而随着能谱整体降低, $7/2^-$ 和 $5/2^-$ 的能量开始低于实验值, 较三体计算所得结果更加偏离实验数据。这是由于 GCM 仅适用于处理束缚态问题, 而实验上的 $7/2^-$ 和 $5/2^-$ 态是激发能较高的共振态, GCM 计算只能近似给出其能级和波函数。因此, 通过增大 GCM 的基矢空间并不能更好地描述 $7/2^-$ 和 $5/2^-$ 两个共振态, 而需要更有效的共振态处理方法。

利用 GCM 计算所得的各能级波函数, 我们计算了 ${}^7\text{Li}$ 和 ${}^7\text{Be}$ 的原子核半径, 见表 1 和 2, 其中四体 GCM 计算所得 ${}^7\text{Li}$ 基态的核半径接近实验值 (2.42 fm) [21]。通过对比不同组 GCM 计算结果, 我们发现对于 ${}^7\text{Li}$ 和 ${}^7\text{Be}$, $3/2^-$ 和 $1/2^-$ 态的核半径随基矢空间的扩大变化较小, 说明两体团簇模型在一定程度上能够得到其正确的波函数。而 $7/2^-$ 和 $5/2^-$ 态在仅考虑两体结构的情况下计算得到的核半径与最终四体计算的结果差距较大, 这可能是由于在计算能量高于 $\alpha+t$ (${}^3\text{He}$) 阈值的激发态时, 两体团簇模型引入了本不应该存在于束缚态波函数中的连续态成分, 而只有通过计算中引入三体甚至四体团簇成分, 才能得到更加接近实际情况的束缚态波函数。

表 1 两体、三体和四体 GCM 计算得到的 ${}^7\text{Li}$ 基态和激发态的核半径 单位: fm

J^π	两体	三体	四体
$3/2^-$	2.62	2.49	2.47
$1/2^-$	2.76	2.59	2.56
$7/2^-$	3.69	2.40	2.38
$5/2^-$	4.53	3.18	2.77

表 2 两体、三体和四体 GCM 计算得到的 ${}^7\text{Be}$ 基态和激发态的核半径 单位: fm

J^π	两体	三体	四体
$3/2^-$	2.67	2.52	2.49
$1/2^-$	2.82	2.62	2.58
$7/2^-$	4.17	2.45	2.42
$5/2^-$	4.64	3.41	2.86

3 结论

我们基于四体微观团簇模型开展了 ${}^7\text{Li}$ 和 ${}^7\text{Be}$ 的 GCM 计算, 并与两体和三体计算结果对比。结果发现, 虽然两体 GCM 计算能够得到正确的能级顺序, 但其能谱的一些重要性质如基态能量和能级间距等与实验能谱

差别较大。通过在 GCM 计算中加入三体和四体团簇结构, 得到了更加符合实验数据的能谱, 说明在 ${}^7\text{Li}$ 和 ${}^7\text{Be}$ 的基态和激发态中不止存在单一的 $\alpha+t$ (${}^3\text{He}$) 团簇结构, 而是存在较为丰富的团簇结构组分。此外, 两体团簇模型计算得到的波函数也无法准确得到一些较高激发态的核半径。因此, 为了更好地描述 ${}^7\text{Li}$ 和 ${}^7\text{Be}$ 原子核的基态和激发态性质, 在计算中加入三体及四体结构是必要的。基于我们得到的更加精准的基态和激发态波函数, 有望进一步研究 ${}^7\text{Li}$ 和 ${}^7\text{Be}$ 的相关核反应性质。

参考文献:

- [1] FIELDS B D. *Annu Rev Nucl Part Sci*, 2011, 61(1): 47.
- [2] CYBURT R H, FIELDS B D, OLIVE K A, et al. *Rev Mod Phys*, 2016, 88(1): 015004.
- [3] CHEN J, YE Y, MA K, et al. *Science Bulletin*, 2023, 68(11): 1119.
- [4] MA Y G, ZHANG S. *Influence of Nuclear Structure in Relativistic Heavy-ion Collisions*[M]. Singapore: Springer Nature, 2020.
- [5] HE W B, MA Y G, CAO X G, et al. *Phys Rev Lett*, 2014, 113: 032506.
- [6] LIU Y, YE Y L. *Nuclear Science and Techniques*, 2018, 29(12): 184.
- [7] FREER M, MERCHANT A C. *Journal of Physics G-Nuclear and Particle Physics*, 1997, 23(3): 261.
- [8] SAITO S. *Progress of Theoretical Physics Supplement*, 1977, 62: 11.
- [9] MIHAILOVIĆ M V, POLJŠAK M. *Nuclear Physics A*, 1978, 311(3): 377.
- [10] SHARMA V K, NAGARAJAN M A. *Journal of Physics G: Nuclear Physics*, 1984, 10(12): 1703.
- [11] TOSHITAKA K, TAKEHIRO M, AKITO A. *Nuclear Physics A*, 1984, 413(2): 323.
- [12] FURUMOTO T, SUHARA T, ITAGAKI N. *Phys Rev C*, 2018, 97(4): 044602.
- [13] CHATTOPADHYAY D, SANTRA S, PAL A, et al. *Phys Rev C*, 2018, 97(5): 051601.
- [14] HE J, CHEN S, ROLFS C, et al. *Phys Lett B*, 2013, 725(4): 287.
- [15] LIU W, LOU J L, YE Y L, et al. *Nuclear Science and Techniques*, 2020, 31(2): 20.
- [16] BRINK D M. *Alpha Cluster Model*[C]//Proceedings of the International School of Physics Enrico Fermi, Varenna Course 36. New York and London: Academic Press, 1966.
- [17] VOLKOV A B. *Nuclear Physics*, 1965, 74(1): 33.
- [18] TAMAGAKI R. *Progress of Theoretical Physics*, 1968, 39(1): 91.
- [19] YAMAGUCHI N, KASAHARA T, NAGATA S, et al. *Progress of Theoretical Physics*, 1979, 62(4): 1018.
- [20] TILLEY D, CHEVES C, GODWIN J, et al. *Nuclear Physics A*, 2002, 708(1): 3.
- [21] SÁNCHEZ R, NÖRTERSHÄUSER W, DAX A, et al. *Hyperfine Interactions*, 2006, 171(1): 181.

Four-body Microscopic Cluster Model Calculation of ${}^7\text{Li}$ and ${}^7\text{Be}$ Nuclei

TAO Deyue¹, ZHOU Bo^{1,2,†}

(1. Institute of Modern Physics, Fudan University, Shanghai 200433, China;

2. Shanghai Research Center for Theoretical Nuclear Physics, NSFC and Fudan University, Shanghai 200438, China)

Abstract: Understanding deeply the properties of the ground and excited states of ${}^7\text{Li}$ and ${}^7\text{Be}$ is important for explaining the creation and related reactions of Li and Be isotopes in the primordial universe. Most of the cluster model calculations of ${}^7\text{Li}$ or ${}^7\text{Be}$ consider only the $\alpha+t$ or $\alpha+{}^3\text{He}$ two-body cluster structure. The present work conducted theoretical research employing a four-body microscopic cluster model. The results show that, by considering the three- and four-body cluster structures, the calculated wave functions of ground and excited states are effectively modified. The obtained observables such as energy spectra and nuclear radii reproduce better the experimental data, compared to that in the two-body calculation.

Key words: nuclear cluster; microscopic model; nuclear energy spectra

Received date: 31 Jul. 2023; Revised date: 10 Jan. 2024

Foundation item: National Key Research and Development Program of China (2022YFA1602402); Shanghai “Science and Technology Innovation Action Plan” Natural Science Foundation Project (21ZR1409500)

† Corresponding author: ZHOU Bo, E-mail: zhou_bo@fudan.edu.cn