

www.npr.ac.cn Nuclear Physics Review

Started in 1984

基于量子计算的强子结构研究

邹岱睿 李天胤 邢宏喜

Hadron Structure by Quantum Computing

ZOU Dairui, LI Tianyin, XING Hongxi

在线阅读 View online: https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.41.2023CNPC83

引用格式:

邹岱睿,李天胤,邢宏喜.基于量子计算的强子结构研究[J].原子核物理评论,2024,41(1):51-59.doi: 10.11804/NuclPhysRev.41.2023CNPC83

ZOU Dairui, LI Tianyin, XING Hongxi. Hadron Structure by Quantum Computing[J]. Nuclear Physics Review, 2024, 41(1):51–59. doi: 10.11804/NuclPhysRev.41.2023CNPC83

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

动力学部分子模型在核子和冷核物质中的应用

Application of the Dynamical Parton Model in Nucleon and Cold Nuclear Matter 原子核物理评论. 2020, 37(3): 690–697 https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.37.2019CNPC33

基于蒙特卡罗的量子仿真实验

Simulation Experiment Based on Monte Carlo Quantum Method 原子核物理评论. 2022, 39(1): 95-100 https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.39.2021029

通过基矢光前量子化方法对 π 介子的研究

A Study of the Pion from the Basis Light–Front Quantization Approach 原子核物理评论. 2020, 37(1): 1–10 https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.37.2020016

通过基矢光前量子化方法研究K介子

A Study of the Kaon from the Basis Light–Front Quantization Approach 原子核物理评论. 2020, 37(3): 470–477 https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.37.2019CNPC31

利用格点量子色动力学研究手征平滑过渡温度和手征相变温度

Chiral Crossover and Chiral Phase Transition Temperatures from Lattice QCD 原子核物理评论. 2020, 37(3): 674–678 https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.37.2019CNPC65

处于力学不稳定条件下的受激有限核的动力学演化与确定论混沌

Dynamic Evolution of Excited Finite Nuclei under Mechanical Instability and Deterministic Chaos 原子核物理评论. 2020, 37(1): 34–39 https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.37.2019053



文章编号: 1007-4627(2024)01-0051-09

基于量子计算的强子结构研究

邹岱睿^{1,2},李天胤^{1,2,†},邢宏喜^{1,2,†}

(1. 华南师范大学量子物质研究院,原子亚原子结构与量子调控教育部重点实验室, 广东省高等学校物质结构与相互作用基础研究卓越中心,广州 510006;

2. 华南师范大学南方核科学计算中心, 粤港量子物质联合实验室, 广东省核物质科学与技术重点实验室, 广州 510006)

摘要:回顾了应用量子计算机研究强子部分子结构的两种方法,它们分别是:(1)直接通过光锥关联函数来 计算部分子分布函数(PDFs);(2)通过计算强子张量再结合QCD因子化定理来提取PDFs。基于第二种方法 并应用文献(LIT,GUOX,LAIWK, et al. Phys Rev D, 2022, 105(11):L111502)发展出的量子算法,提出了计 算强子张量的量子计算方法。为了验证量子算法的正确性,计算了Schwinger模型的强子张量,发现量子计 算经典模拟给出的结果与精确对角化的结果相符。最后,简要地讨论了通过上述第二种方法计算PDFs需要 消耗的量子计算资源。

关键词:量子计算;量子色动力学;部分子分布函数 中图分类号:O571.53 文献标志码:A DOI: 10.11804/NuclPhysRev.41.2023CNPC83

0 引言

量子色动力学 (QCD) 是描述夸克和胶子相互作用 的基本理论。在相互作用能标较低时,QCD 跑动耦合 常数较大,呈现出QCD 基本理论的非微扰特征。这一 特征的体现是色禁闭——带有颜色的夸克和胶子被禁闭 在强子中而无法单独存在。因此,夸克和胶子如何在强 子中分布自然地成为研究强相互作用基本理论的一个根 本问题。20世纪 60年代末,斯坦福直线加速器中心 (SLAC)跨出了研究强子部分子结构问题的第一步—— 他们发现质子里内部有更深层次的结构,而非一个点状 粒子^[1]。在本世纪,位于美国布鲁克海文的相对论重 离子对撞机 (RHIC) 进一步揭示了质子自旋的部分子来 源^[2]。未来,下一代电子离子对撞机 EIC 和 EicC 将进 一步探索核子内部的夸克胶子深层次结构^[3-4]。可见, 强子结构的研究一直都是粒子物理和核物理领域大科学 实验装置的主要目标之一。

由于 QCD 的非微扰特性,强子结构无法通过费曼 图展开进行微扰计算。得益于 QCD 因子化定理^[5],入 射粒子包含强子过程的硬散射截面被因子化成可微扰计 算的部分子硬散射系数和非微扰的部分子分布函数 (PDFs),记作 *f_i*_h(*x*,μ)。PDFs 描述了强子内部的部分子 一维纵向动量分布,其物理意义是于能标μ下,在强子 h内部寻找到占强子动量份额为x的部分子i的概率密 度。目前,人们主要通过实验数据整体拟合和格点 QCD第一性原理计算两种方法来得到部分子分布函 数。致力于从实验数据中提取 PDFs的合作组主要有 CTEQ^[6],MMHT^[7],NNPDF^[8],AMBP^[9],HERAP-DF^[10]和JAM^[11-12]。在第一性原理计算方面,直接计 算部分子分布函数要涉及光锥关联函数这一含时量,而 传统格点QCD方法计算含时量时会遇到符号问题^[13]。 为此,人们提出了多种方案来巧妙地规避掉符号问题从 而通过格点QCD方法来间接计算得到PDFs^[14-29]。然 而,受限于目前的格点计算算力,上述这些方案均未能 精确地复现出实验数据分析给出的PDFs。因此,为了 提高第一性原理计算的精确程度,人们有必要尝试发展 传统格点QCD之外的第一性原理计算方法。

近年来,随着量子计算机的快速发展,量子计算模 拟这一非微扰方法逐渐进入人们的视野。相比于传统格 点QCD,量子计算具有高效、无符号问题等优点。量 子计算机的概念最先由费曼在1982年提出^[30],根据费 曼的建议,量子系统可被量子计算机高效地模拟。 2014年,Jordan等^[31]首次在量子场论问题上印证了费 曼的这一论断——他们发现量子计算方法能以多项式复

基金项目:广东省基础与应用基础研究基金(2022A1515010683, 2020B0301030008)

收稿日期: 2024-01-05; 修改日期: 2024-03-05

作者简介: 邹岱睿 (2000-), 男, 湖南衡阳人, 硕士研究生, 从事粒子物理与原子核物理研究; E-mail: dzou@m.scnu.edu.cn **; 通信作者:** 李天胤, E-mail: tianyinli@m.scnu.edu.cn; 邢宏喜, E-mail: hxing@m.scnu.edu.cn

杂度模拟标量场散射问题,而这一问题对于经典计算机 来说具有指数复杂度。此后,文献[32]中首次提出可通 过量子计算的方法来计算 PDFs。具体做法是,先计算 强子张量,再通过 QCD 因子化定理在强子张量中提取 出部分子分布函数。在这之后,文献[33]中提出可通过 直接计算光锥关联函数的方法来获得 PDFs。此外,关 于量子计算模拟 PDFs 还有其他的一些工作^[34-35]。

本文将对文献[32]和[33]中提到的量子计算研究强 子结构的方法进行讨论,并展示相关结果。在第1节中, 我们将简要地回顾文献[33]中提出的直接计算光锥关联 函数的方法。文献[32]中普遍地讨论了量子计算模拟强 子张量的方案而未进行具体的量子算法实现。因此,我 们将在第2节中具体地实现强子张量的量子模拟。为此, 先简要地回顾如何通过QCD因子化定理从强子张量中 提取出PDFs。考虑到近期量子计算机计算资源的限制, 我们讨论了1+1维 Schwinger模型强子张量的量子计算, 但我们的量子算法具有一般性。根据量子计算模拟场论 的一般性步骤,先讨论了 Schwinger模型的离散化以及 量子比特映射。然后讨论了 Schwinger模型强子态的制 备以及流-流关联函数在量子计算机上的测量。最后, 进行了总结和展望。

1 光锥关联函数的量子计算

文献[33]指出,可根据PDFs的算符定义在量子计算机上直接计算PDFs。PDFs的算符定义为^[5]

$$f_{i/h}(x) = \int \frac{dy^{-}}{4\pi} e^{-ixP^{+}y^{-}} D(y^{-}),$$

$$D(y^{-}) = \left\langle h \left| \bar{\psi}(y^{-}) \gamma^{+} \mathcal{W}(y^{-}, 0) \psi(0) \right| h \right\rangle,$$
(1)

其中: x为部分子 i占据强子 h的纵向动量分数; $y^- = t - z$ 为光锥坐标; γ^+ 可写成狄拉克矩阵 γ^0 和 γ^1 的 组合: $\gamma^+ = \gamma^0 + \gamma^1$, $W(y^-, 0)$ 是威尔逊链,它是一个非 局域算符,其存在保证了 PDFs 算符定义的规范不变性。 *D*(y⁻)为坐标空间的光锥关联函数,是需要在量子计算 机上被计算的量。

1.1 无威尔逊链情况下光锥关联函数的量子计算

如图1所示,在不考虑威尔逊链的情况下,文献[33] 提出了一般性的通过光锥关联函数 $D(y^-)$ 来计算 PD-Fs的量子算法。这一量子算法包含了制备强子态 $|h\rangle$ 和 计算强子态下的光锥两点关联函数 $S_{mn}(t)$ 两个部分。

相比于绝热演化等态制备方法,变分法(VQE)是一 种经典-量子混合算法,它把一部分计算任务转移到量 子计算机当中,从而显著地减少了制备态所需的量子线 路深度^[36]。变分法先是被广泛应用于量子化学的态制 备当中,如文献[37]。之后文献[33]把变分法的应用拓 展到了高能物理中强子态的制备。特别地, 文献 [33] 中 提出了可通过子空间变分法(SSVQE)来制备强子态, 对应的量子线路如图1虚线左侧所示。对于拥有除能量 外量子数l的第k-1激发态强子h来说。SSVOE要求: (a) 初始参考态 $|\psi_{l,i}\rangle_{ref}$, $i = 0, 1, \dots, k-1$ 与强子态 $|h\rangle$ 有 一样的除能量外的量子数 $l \perp \langle \psi_{l,i} | \psi_{l,j} \rangle = \delta_{ij}$ 。 (b) 生成 试探波函数 $|\psi_{l,i}(\theta)\rangle \equiv U(\theta) |\psi_{l,i}\rangle$ 的量子线路拟设 $U(\theta)$ 要 保护理论的所有对称性,即[$U(\theta), Q$]=0,其中Q为理 论的任一守恒量。上述两个要求保证了线路生成的试探 波函数都位于量子数1的子空间,从而大大提高了变分 法寻找到目标强子态的概率。构造满足要求(b)的U(0) 有很多种方法, 文献[33] 中采用的是QAOA 拟设^[38], 其操 作步骤如下:①把哈密顿量拆分成n份: H=H1+···+ H_n ; ②要求 $[H_i, H_{i+1}] \neq 0$; ③ $[H_i, Q] = 0$ 对所有 *i* 和系 统任意的守恒量Q成立;④在不违反②、③的情况下取 尽量大的n。此后, $U(\theta)$ 可以写成

$$U(\theta) = \prod_{i=1}^{p} \left(\prod_{j=1}^{n} e^{i\theta_{i_j}H_j} \right)$$
(2)

其中p是哈密顿量交替演化的层数,p越大, $U(\theta)$ 的自



虚线左侧部分为变分法制备强子态的线路,虚线右侧为测量光锥两点关联函数线路

由参数数目越多从而其表达能力越强。下面我们来阐明 上述步骤的理由:如果上述步骤②不被满足,则有 $e^{i\theta,H_i}e^{i\theta_{i+1}H_{i+1}}$,这表明该拆分方式对改进VQE 线路的表达能力无效。步骤③是为了满足SSVQE的要 求(b)而设置。步骤④的作用在于提高VQE线路的表达 能力。为了在众多试探波函数 $|\psi_{l,i}(\theta)\rangle$ 中挑出目标强子 态,我们需要最小化一个损失函数 $E_l(\theta)$ ^[39]

$$E_{l}(\theta) = \sum_{i=0}^{k-1} w_{li} \left\langle \psi_{l,i}(\theta) | H | \psi_{l,i}(\theta) \right\rangle$$
(3)

其中 $w_{l,i}$ 是在满足条件 $w_{l,0} > w_{l,1} > \cdots > w_{l,k-1}$ 条件下可任 意选取的参数。上述条件是为了保证量子数为l的能量 最低态一定在试探波函数簇 $|\psi_{l,0}(\theta)\rangle$ 中产生,以此类推, 身为第k-1激发态的目标强子态 $|h\rangle$ 一定在试探波函数 簇 $|\psi_{l,k-1}(\theta)\rangle$ 中产生。因此,在得到最优参数 θ^* 之后, $U(\theta^*)|\psi_{l,i}\rangle_{ref}$ 是量子数为l,能量从低到高排列的k个能 量本征态,其中,强子态可写为

$$|h\rangle = U(\theta^*) |\psi_{l,k-1}\rangle \,. \tag{4}$$

最后,值得注意的是,损失函数的测量在量子计算机上进行,而参数θ的迭代以及优化在经典计算机上进行。

图1虚线右边的量子线路用于计算强子外态 |h>下 的含时两点关联函数 S_{mn}(t)^[40]

$$S_{mn}(t) = \left\langle h \left| e^{iHt} \Xi_m^3 \sigma_m^i e^{-iHt} \Xi_n^3 \sigma_n^j \right| h \right\rangle, \tag{5}$$

其中: $\Xi_m^3 \sigma_m^i$ 为一串连乘的泡利算符, Ξ_m^3 的定义在下 一节的式(16)给出; σ_m^i 表示作用在第m个量子比特上 的泡利算符且i = 1, 2, 3。在线路输出端,我们仅需测量 辅助量子比特"QUBIT N"的 σ^1 和 σ^2 即可获得 $S_{mn}(t)$ 的 实部和虚部。线路里的时间演化算符 e^{-iHt} ,可通过 Trotter分解的方法被分解成基本量子门^[41],对于 N量 子比特系统且哈密顿量只有局域相互作用的情况下, Trotter分解的时间复杂度为 $O(N^2)$ 。图1量子线路复杂 度最高的部分为时间演化的Trotter分解。总的来说, 计算 PDFs需要N个光锥点上的关联函数,因此,PD-Fs量子线路的总复杂度是 $O(N^3)$,这一多项式复杂度展 示了量子计算的优越性。

完成上述制备强子态和测量光锥两点关联函数两个步骤后,文献[33]给出了部分子分布函数的最终结果。 以 Nambu–Jona-Lasinio(NJL)模型为例,图 2展示的是 18个量子比特模拟出正负夸克束缚态的 PDFs 结果。可 以看出,由空心点表示的量子计算结果与曲线表示的精 确对角化结果自洽吻合,表明这一量子计算算法的有效 性。对部分子分布函数作电荷共轭变换,可得到关系 $f_q(x) = -f_{\bar{q}}(-x)$,因此,在x < 0处的 $f_q(x)$ 可理解为是 反夸克的部分子分布函数。由于有限体积效应的存在, $f_q(x)$ 在非物理区间 x > 1具有非零值。此现象在格点 QCD 方法计算 PDFs 时也会出现^[42]。



图 2 18个量子比特下 NJL 模型 PDFs 的模拟结果^[33]

1.2 威尔逊链的量子计算

对于一般的有规范场下的情况,威尔逊链 W(y⁻,0) 需要被模拟。W(y⁻,0) 的具体表达式为

$$\mathcal{W}(y^{-},0) = \mathcal{P}\exp\left(ig\int_{0}^{y^{-}} dz^{-}A_{a}^{+}(z^{-},0)T^{a}\right),$$
(6)

其中 \mathcal{P} 表示的是路径排序, $A_a^+ = A_a^0 + A_a^1$, T^a 是规范群的生成元。从上式可见,量子计算模拟威尔逊链的关键 在于模拟规范场 A_a^+ 。一般来说,规范场模拟包括两个 步骤,分别是:①对规范场做离散化。②将规范场映射 成量子比特形式。

目前,在哈密顿量形式下最为流行的规范场离散化 方法为 Kogut 和 Susskind 在 1975 年提出的 Kogut-Susskind (K-S)方法^[43]。该方法选取了规范*A*⁰ = 0,在这一 规范下,规范场的冗余自由度不能被完全消除,因此, 理论的哈密顿量*H*以及系统的物理状态 |Phys>都需在剩 余规范变换下保持不变。规范变换由高斯定理算符*G*生 成,于是上面规范不变的要求对应于 [*H*,*G*] = 0,以及 *G* |Phys> = 0。上述 K-S 方案的特点致使该方案下的费 米子场被放在格点上,同时,规范场以规范链*U_i*(*n*) = exp[ig*A_i^a*(*n*)*T^a*]的形式被放置在连接两个格点的链之中。

虽然K-S方案具有一般性,但是,将K-S方案下离 散化后的规范场映射到量子计算机时会有一些不理想之 处。K-S方案下希尔伯特空间有一定的冗余度,这导致 我们要消耗一部分量子比特来模拟非物理的自由度。对 连续的规范对称群 SU(N)来说,其规范链 U_i(n)上有着 一个维数无穷大的希尔伯特空间。这意味着我们还需要 对该希尔伯特空间进行截断^[44-53]。无论是何种截断方 案,都会破坏对易关系[H,G]=0。这将使得哈密顿量 不再与高斯定理算符 G具有相同的本征态,而 QCD 里 的强子态正是 H与 G的共同本征态。以离散子群代替 连续群的方法^[54-59](如通过 Z_N 群代替 U(1) 群)可保持 对易关系 [H,G] = 0,然而,寻找以任意精度逼近复杂 连续群 [如 SU(3)]的离散子群具有一定挑战性。此外, 规范链 $U_i(n)$ 与色电场算符之间复杂的对易关系增加了 把规范场映射到量子计算机的难度。

K-S方案对量子计算的不理想之处来源于非物理规 范 $A^{0} = 0$ 的选取。为此,我们提出可以从一开始就选取 库仑规范 $\partial_{i}A_{a}^{i} = 0$ 。在不考虑Gribov歧义^[60]的情况下, 库仑规范消除了所有冗余自由度,这意味着我们不需要 消耗额外的量子比特来编码冗余自由度,同时库仑规范 下的哈密顿量无需具有规范不变性。上述讨论引出一个 方便之处——库仑规范下的规范场可通过差分代换微分 的方法被直接离散化。为了方便起见,我们提出可把规 范场写成动量空间产生湮灭算符 a_{p}^{i} 和 a_{p} 的形式后再进 行量子比特映射。这一做法的好处在于库仑规范和高斯 定理可通过解格点规范场的极化矢量来实现。同时,为 了降低哈密顿量的非局域性,我们建议直接把坐标空间 的费米子场 $\psi(n)$ 映射成量子比特。

在我们提出的规范场模拟方案下,我们尝试计算 了 2+1 维纯 U(1) 规范场理论的威尔逊圈,最终给出的 结果如图 3 所示。与式(6)中的威尔逊链相比,威尔逊 圈走的是时空上的闭合路径。在空间方向走出距离 r 以 及在时间方向走出距离 t 的威尔逊圈被记作 W_l(r, t),在 大t 极限下,正负电子之间的相互作用势 V(r)可由威尔 逊圈的真空期望值计算出^[61]:

$$\frac{1}{-\mathrm{i}t}\ln\langle\mathcal{W}_{l}(r,t)\rangle = V(r) + O\left(\frac{1}{t}\right).$$
(7)

从上式可看出,在给定r时的大t极限下, $\frac{1}{-i}\ln\langle W_l(r,t)\rangle$ 的实部将会趋于一个确定的数V(r),同时虚部将会趋于零。这两个特点都可在图3中体现出。



图 3 2+1 维纯 U(1) 规范场的威尔逊圈 图中的实线和虚线分别表示 ln 〈W_l(r, t)〉/(-it) 的实部和虚部, 格点的格距由 a 表示。

2 强子张量的量子计算

深度非弹性散射(DIS)*l*+*h*→*l*'+X通过高能轻子探

针*l*来探测强子*h*的内部结构。该过程的末态只对出射 轻子*l*进行测量而忽略强子*h*被轻子撞碎后的碎片粒子 *X*。从DIS过程费曼图(图4)可看出,DIS过程的微分散 射截面可以写为轻子张量和强子张量收缩的形式:

$$\frac{\mathrm{d}^2\sigma}{\mathrm{d}\Omega\mathrm{d}E'} = \frac{\alpha^2}{4\pi m_h q^4} \frac{E'}{E} L_{\mu\nu} W^{\mu\nu},\tag{8}$$

这里我们只讨论非极化的散射。其中 $E 和 E' 分别为初 态轻子和末态轻子的能量; <math>\alpha$ 是精细结构常数; q 为轻 子与强子之间交换的虚光子的四动量。 $L_{\mu\nu}$ 是轻子张量, 其表达式为

$$L_{\mu\nu} = 2(l_{\mu}l'_{\nu} + l_{\nu}l'_{\mu} - l \cdot l'g_{\mu\nu}), \qquad (9)$$

其中*l*和*l* 分别是初态轻子和末态轻子的四动量, *g*_{μν} 是 闵氏度规 *g*_{μν} = diag(1, -1, -1, -1)。*d* 维时空下强子张量 的表达式为

$$W^{\mu\nu}(q) = \int d^d x e^{iqx} \langle h(p) | [J^{\mu}(x), J^{\nu}(0)] | h(p) \rangle_c, \qquad (10)$$

其中 $|h(p)\rangle$ 表示四动量为p的强子态,不失一般性,我们 取零空间动量强子态 $|h\rangle$, J^{μ} 为电流算符,即 $J^{\mu} = \bar{\psi}\gamma^{\mu}\psi$, 矩阵元的下角标c表示此矩阵元只包含了连通部分的贡 献,即需要减去非连通部分 $\langle h | h \rangle \langle \Omega | [J^{\mu}(x), J^{\nu}(0)] | \Omega \rangle$, 其中 $\langle \Omega |$ 为真空态。根据洛伦兹对称性,强子张量可进 一步分解:

$$W^{\mu\nu}(q) = \left(-g^{\mu\nu} + \frac{q^{\mu}q^{\nu}}{q^2}\right)F_1(x, Q^2) + \frac{\bar{p}^{\mu}\bar{p}^{\nu}}{p \cdot q}F_2(x, Q^2), \quad (11)$$

其中 $x = \frac{Q^2}{2pq}$ 是无量纲量, $Q^2 = -q^2 > 0$, $\bar{p}^{\mu} = p^{\mu} - \frac{pq}{q^2}q^{\mu}$ 。 $F_1 和 F_2 被称为结构函数, 在 QCD 领头阶近似下存在关$ $系 <math>F_2 = 2xF_1$ 。根据 QCD 因子化定理,结构函数可被因 子化成 $F(x) = \sum_i c^i \otimes f_{i/h}(x)$,其中 \otimes 表示卷积, c^i 是可 微扰计算的系数。

根据上述讨论,我们可以通过在量子计算机上模拟 式(10)来得到强子张量,再进一步得到部分子分布函数 *f_{i/h}(x)*。考虑到近期量子计算机计算能力的局限性,我 们将计算 Schwinger 模型的强子张量。值得指出的是, 我们提出的量子算法具有一般性。



图 4 DIS 过程费曼图

2.1 Schwinger 模型

Schwinger 模型是1+1 维时空下的量子电动力学(QED) 模型,它可被近期量子计算机模拟。同时,Schwinger 模型具有与 QCD 相似的一些特点,如禁闭效应^[62-63] 和手征凝聚^[64-65]等。最近,人们通过 Schwinger 模型 在量子计算机上探索了真空正负电子对产生^[66]、禁闭-退禁闭相变^[67-68]、喷注^[69-70]等物理现象。

从QED 的拉格朗日量出发,在选取时间规范 ($A_0 = 0$)下,经过勒让德变换,1+1 维连续时空下 Schwinger 模型的哈密顿量表示为

$$H = \int dx \left[-i\bar{\psi}(x)\gamma^{1}D_{1}\psi(x) + m\bar{\psi}(x)\psi(x) + \frac{1}{2}E^{2}(x) \right], \quad (12)$$

其中: ψ 是两分量的费米子场算符 $\psi = (\psi_1, \psi_2)^T$; $\bar{\psi} = \psi^{\dagger}\gamma^0$; D_1 是协变导数 $D_1 = \partial_1 + igA_1(x)$; g是耦合常数; m为裸电子质量。电场 E是矢势 A_1 的共轭变量,它们 之间满足对易关系 $[A_1(x), E(y)] = i\delta(x-y)$ 。相似地, $\psi^{\dagger} \neq \psi$ 的共轭变量,它们之间满足反对易关系 $\{\psi_{\alpha}(x), \psi^{\dagger}_{\beta}(y)\} = \delta_{\alpha\beta}\delta(x-y)$ 。1+1维时空里的狄拉克矩阵 可选为 $\gamma^0 = \sigma^3$, $\gamma^1 = i\sigma^2$ 以及 $\gamma^5 = \gamma^0\gamma^1 = \sigma^1$,不难验 证它们之间满足狄拉克代数 $\{\gamma^{\mu}, \gamma^{\nu}\} = 2g^{\mu\nu}$ 。

为了在有限希尔伯特空间的量子计算机上模拟无限 自由度的场论问题,量子场需要被离散化。费米子场的 直接离散化会导致费米子加倍问题^[71],该问题可通过 交错费米子方案进行离散化^[72]予以解决。在该方案下, 费米子场的两个分量交错安置在格距为*a*的奇偶格点上

$$\psi(n) = \begin{pmatrix} \psi_1(n) \\ \psi_2(n) \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \phi(2n) \\ \phi(2n+1) \end{pmatrix} \circ$$
(13)

离散化后的费米子场依旧满足反对易关系 { $\phi(n), \phi^{\dagger}(m)$ } = δ_{nm} 和 { $\phi(n), \phi(m)$ } = 0。为了确保理论的 规范不变性,离散化后的规范场 A_1 则以威尔逊链的形 式安置在每一对相邻的格点中间,表示为U(n) = exp(ig $aA_1(n)$)。U(n)与重新定义后的电场L(n)有对易 关系

$$[L(n), \mathcal{U}(m)] = \mathcal{U}(n)\delta_{nm}, \qquad (14)$$

其中L(n) = E(n)/g。离散化后的哈密顿量表示为^[43]

$$H = -\frac{i}{2a} \sum_{n=0}^{N-1} \left[\phi^{\dagger}(n) \mathcal{U}(n) \phi(n+1) - h.c. \right] + m \sum_{n=0}^{N-1} (-1)^n \phi^{\dagger}(n) \phi(n) + \frac{g^2 a}{2} \sum_{n=0}^{N-1} L^2(n), \quad (15)$$

其中N为总格点数。哈密顿量中第一项为费米子动能项 和相互作用项之和,第二项为费米子质量项,第三项为 电场能量项。 量子计算机只能理解泡利算符而不能理解场算符,因此,上述离散化后的场需被映射成泡利算符形式。对于费米子场 *φ*(*n*) 来说, Jordan-Wigner 变换是标准的映射方法^[73]:

$$\begin{pmatrix} \phi(n) \to \prod_{m < n} \sigma_m^3 \sigma_n^- \equiv \Xi_n^3 \sigma_n^-, \\ \phi^{\dagger}(n) \to \prod_{m < n} \sigma_m^3 \sigma_n^+ \equiv \Xi_n^3 \sigma_n^+, \end{cases}$$
(16)

其中 $\sigma^{+} = (\sigma^{1} \pm i\sigma^{2})/2$ 。这一变换保持费米子场算符的反对易关系。对于 1+1 维的特殊情况,规范场自由度可通过解高斯定理从而被表示成费米子场。格点上的高斯定理G(n)的表达式为^[74]

$$G(n) = L(n) - L(n-1) - J^{0}(n) .$$
(17)

在交错费米子语言下, J⁰(n) 可被写成

$$J^{0}(n) = \phi^{\dagger}(n)\phi(n) - [1 - (-1)^{n}]/2.$$
(18)

同时, G(n) 是希尔伯特空间上 U(1) 规范变换的生成元。 物理态的规范不变性要求 G(n) [Phys〉 = 0。因此, 解高 斯定理可理解为把希尔伯特空间里的非物理态消除去。 在周期性边界条件下以及约定 $\sum_n L(n) = 0$ 的前提下, 式(17)的解为

$$L(n) = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} (m - N\theta_{m>n}) J^{0}(m),$$

$$\theta_{m>n} = \begin{cases} 1, m > n, \\ 0, \text{ others } . \end{cases}$$
(19)

至此, *L*(*n*)完全由费米子自由度表示。在消除掉*L*(*n*) 后,其共轭的变量*U*(*n*)也应被消去。这一目标可通过以下规范变换实现:

$$\phi(n) \to \prod_{m < n} \mathcal{U}(m)\phi(n)$$
 (20)

经过离散化, Jordan-Wigner 变换和消除规范场后, 我们得到了泡利算符语言下的 Schwinger 模型哈密 顿量:

$$H = \frac{1}{2a} \sum_{n=0}^{N-2} (\sigma_n^+ \sigma_{n+1}^- + \sigma_{n+1}^+ \sigma_n^-) + \frac{1}{2a} \Xi_{N-1}^3 (\sigma_{N-1}^+ \sigma_0^- + \sigma_0^+ \sigma_{N-1}^-) + m \sum_{n=0}^{N-1} (-1)^n \frac{1}{2} (1 + \sigma_n^3) + \frac{g^2 a}{2} \sum_{n=0}^{N-1} \left[\frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} (m - N \theta_{m>n}) \hat{J}^0(m) \right]^2, \quad (21)$$

其中哈密顿量中第二项来源于周期性边界条件, $\hat{J}^{\mu}(m)$ 为Jordan-Wigner变换后的电流算符:

从式(21)可知, N同时也是模拟 Schwinger 模型所需量 子比特数。同样地,强子张量里的流-流关联函数也被 映射成量子比特形式:

$$\tilde{W}^{\mu\nu}(x) = \langle h| [\hat{J}^{\mu}(x), \hat{J}^{\nu}(0)] | h \rangle_c$$
(23)

可见,要计算流-流关联函数(坐标空间强子张量) www, 我们需要在量子计算机上:①制备强子态 h);②测量 强子态下的流-流关联函数。

2.2 强子态的制备以及流-流关联函数的测量

强子态的制备方法可参考第1节中提及的VOE变 分法。对于 Schwinger 模型来说,具体需要实现的是初 始参考态 $|\psi_{l,i}\rangle_{ref}$ 的选取以及哈密顿量的拆分。这两个步 骤都将依赖于 Schwinger 模型的对称性。对于质量非零、 周期性边界条件下的格点 Schwinger 模型,其守恒量为 动量以及电荷。

在本文关于 Schwinger 模型的讨论中,我们关心的 "强子态"是零空间动量的正负电子对束缚态 |e+e->,该 束缚态是与真空量子数一样的第一激发态。因此,我们 需要两个与真空态量子数一样的初始参考态:

$$\begin{split} \left|\psi_{\Omega,0}\right\rangle_{\rm ref} &= |010101\cdots01\rangle, \\ \left|\psi_{\Omega,1}\right\rangle_{\rm ref} &= \frac{1}{\sqrt{N/2}}(|100101\cdots01\rangle + |011001\cdots01\rangle + \\ &\cdots + |010101\cdots10\rangle), \end{split}$$
(24)

其中 $|\psi_{\Omega,1}\rangle_{ref}$ 是 Dicke态,其最一般的制备方法可在文 献[75]中找到。式(24)中形如|010101...01)的态是计算 基矢,其最一般的定义为

$$|i_0, i_1, \cdots, i_{N-1}\rangle \equiv |i_0\rangle \otimes |i_1\rangle \otimes \cdots \otimes |i_{N-1}\rangle,$$

$$i_0, \cdots, i_{N-1} = 0, 1,$$
(25)

这里 \otimes 表示直积, $|i_n\rangle \in \sigma_n^3$ 的本征态且 $\sigma_n^3 |i_n\rangle = (-1)^{i_n} |i_n\rangle$ 。 为了验证 (\u0.i)ref 是零动量、零电荷的态,我们需要先 定义平移算符T:

$$T | i_0, i_1, \cdots, i_{N-2}, i_{N-1} \rangle \equiv | i_{N-2}, i_{N-1}, i_0, i_1, \cdots \rangle \,.$$
(26)

因此,不难验证

$$\sum_{m=0}^{N-1} \hat{J}^{0}(m) \left| \psi_{\Omega,i} \right\rangle_{\text{ref}} = 0, \ T \left| \psi_{\Omega,i} \right\rangle_{\text{ref}} = \left| \psi_{\Omega,i} \right\rangle_{\text{ref}} \circ$$
(27)

这表明 ♥ Ω,i >_{ref} 的确是符合要求的参考态。

为了从初始参考态出发制备试探波函数, Schwinger模型的哈密顿量需根据对称性被拆分。我们发现,

Schwinger模型的哈密顿量在满足第二章所提的条件下 最多可被拆分成四份:

$$H = H_1 + H_2 + H_3 + H_4, (28)$$

其中

$$H_{1} = \frac{1}{2a} \sum_{n=\text{even}}^{N-2} (\sigma_{n}^{+} \sigma_{n+1}^{-} + \sigma_{n+1}^{+} \sigma_{n}^{-}),$$

$$H_{2} = m \sum_{n=0}^{N-1} (-1)^{n} \frac{1}{2} (1 + \sigma_{n}^{3}),$$

$$H_{3} = H_{1} (n = \text{even} \rightarrow \text{odd}) + \frac{1}{2a} \Xi_{N-1}^{3} (\sigma_{N-1}^{+} \sigma_{0}^{-} + \sigma_{0}^{+} \sigma_{N-1}^{-}),$$

$$H_{4} = \frac{g^{2}a}{2} \sum_{n=0}^{N-1} \left[\frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} (m - N\theta_{m>n}) \hat{J}^{0}(m) \right]^{2}.$$
(29)

它们满足

$$\begin{aligned} &[H_i, H_{i+1}] \neq 0, \\ &[T, H_i] = 0, \\ &\sum_{n=0}^{N-1} \hat{J}^0(n), H_i \end{aligned} \end{vmatrix} = 0,$$
 (30)

因此,这一哈密顿量分解是满足要求的。对于制备 $|e^+e^-\rangle$ 态,可取式(2)中p=N。最后,我们取损失函数的 w_{Li} 为 $w_{0.0} = 1$, $w_{0.1} = 0.5$, 并优化得到可制备 Schwinger 模型真空态和正负电子束缚态的 $U_s(\theta^*)$,

$$\begin{aligned} |\Omega\rangle &= U_{S}\left(\theta^{*}\right) \left|\psi_{\Omega,0}\right\rangle, \\ |e^{+}e^{-}\rangle &= U_{S}\left(\theta^{*}\right) \left|\psi_{\Omega,1}\right\rangle. \end{aligned} \tag{31}$$

对于流-流关联函数的测量,可参考图1虚线右边 部分,唯一需要改变的是把 $\Sigma_n^3 \sigma_n^j$ 换成如式(22)所示的 Ĵ[°] 以及 j¹。至此,我们已获得了量子计算模拟坐标空 $\tilde{W}^{\mu\nu}$ 做傅里叶变换即可得到 $W^{\mu\nu}(q)$ 。

2.3 结果

受量子计算硬件技术限制,我们将使用经典计算机 模拟量子线路进行计算。因此,在本小节中,"量子计 算"指的是量子计算的经典模拟。在量子计算机上,强 子质量可通过在强子态下测量哈密顿量的期望值获得

$$m_{e^+e^-} = \langle e^+e^- | H | e^+e^- \rangle - \langle \Omega | H | \Omega \rangle_{\circ}$$
(32)

我们选取量子比特数 N=10 以及格距 a=1。同时我们将 固定裸电子质量ma=0.5并改变耦合常数g使得强子质 量满足条件 $2\pi/N < m_{e^+e^-}a < \pi$ 。首先,我们通过对比量 子计算的结果 meter. OC 和精确对角化的结果 meter. NUM 验 证使用量子变分算法制备强子态的可靠性,对比结果见 表1,可见不同耦合常数下强子质量的误差都在可以接 受的范围以内。

表1 不同耦合常数g下强子质量

			0		
g	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9
$M_{e^+e^-,\rm NUM}$	1.180	1.213	1.278	1.376	1.507
$M_{e^+e^-, QC}$	1.182	1.216	1.280	1.378	1.510

其次,我们使用 N = 10 计算 1+1 维 Schwinger 模型 下坐标空间强子张量的 00 分量 ($\mu = \nu = 0$),结果见图 5。 图中的空心蓝点是量子计算给出的结果,曲面是精确对 角化给出的结果,可看出量子计算模拟结果与数值计算 结果相符合,这展示出了我们量子算法的可靠性。其次 在坐标空间中,强子张量在空间反演变化和时间反演 变化下满足: $\hat{\mathcal{P}} \tilde{W}^{\mu\nu}(x^0, x^1) \hat{\mathcal{P}}^{-1} = (-1)^{\mu+\nu} \tilde{W}^{\mu\nu}(x^0, -x^1)$ 以及 $\hat{\mathcal{T}} \tilde{W}^{\mu\nu}(x^0, x^1) \hat{\mathcal{T}}^{-1} = (-1)^{\mu+\nu} \tilde{W}^{\mu\nu}(x^0, -x^1)$ 以及 $\hat{\mathcal{T}} \tilde{W}^{00}(x^1)$ 应是偶函数且在给定 x^1 下 $\tilde{W}^{00}(x^0)$ 是奇函数。 不难从图 5 中看出,我们的计算结果符合上面提及的奇 偶性要求。



图 5 1+1 维 Schwinger 模型坐标空间强子张量对 x 的依赖(在线彩图)

目前,我们还未能通过强子张量提取出 PDFs。这 是由于因子化定理成立的前提条件是 Q² ≫ m²_{e+e}。这表 明格点上的各个能标应满足 2π/N < m_{e+e} a ≪ Qa < π。 假设 Qa = 3m_{e+e} a,我们将需要大概 3 倍于目前的量子 比特数即 30 个量子比特来计算强子张量。用经典计算 机模拟 30 比特量子计算机有一定的挑战性,这将留到 我们未来的工作中进行计算。

3 总结和展望

本文主要介绍了两种在量子计算机上计算PDFs的 方法。第一种方法通过光锥关联函数来直接计算PDFs, 第二种则通过强子张量的计算结合QCD因子化定理来 得到PDFs。两种方法所需用到的量子算法相似,都分 为强子态制备以及两点关联函数测量两个部分。不同的 是,第一种方法计算的是费米子场的光锥两点关联函数, 且还要考虑威尔逊链的模拟;第二种方法则无需考虑威 尔逊链但需要计算所有时空点上流-流关联函数的值。 通过第二种方法,我们计算了Schwinger模型的强子张 量,其中,我们详细地讨论了该模型中正负电子束缚态 的制备。最后,我们通过量子计算机的经典模拟和精确 对角化两种方法给出了Schwinger模型强子张量的结果。 这两种结果自洽吻合,表明了我们发展的量子算法的有 效性。

由于强子张量包含了 PDFs 和硬散射截面的信息, 因此,通过强子张量来提取 PDFs 比直接计算 PDFs 要 消耗更多的量子比特数,这一困难将留到未来的工作中 被解决。一旦实现了通过强子张量提取 PDFs,我们可将 结果与光锥关联函数给出的结果作对比,这为我们提供 了一个检验 QCD 因子化定理的途径。我们期待看到, 随着 Q²的增大,领头阶扭度近似将会越来越好。更进 一步,我们可以通过两种方法给出结果的不一致来提取 出高扭度算符的贡献。

参考文献:

- [1] BJORKEN J D, PASCHOS E A. Phys Rev, 1969, 185: 1975.
- [2] AIDALA C A, BASS S D, HASCH D, et al. Rev Mod Phys, 2013, 85: 655.
- [3] ACCARDI A, ALBACETE J L, ANSELMINO M, et al. Eur Phys J A, 2016, 52(9): 268.
- [4] ANDERLE D P, BERTONE V, CAO X, et al. Front Phys (Beijing), 2021, 16(6): 64701.
- [5] COLLINS J C, SOPER D E, STERMAN G F. Adv Ser Direct High Energy Phys, 1989, 5: 1.
- [6] HOU T J, GAO J, HOBBS T J, et al. Phys Rev D, 2021, 103(1): 014013.
- [7] HARLAND-LANG L A, MARTIN A D, MOTYLINSKI P, et al. Eur Phys J C, 2015, 75(5): 204.
- [8] BALL R D, BERTONE V, CARRAZZA S, et al. Eur Phys J C, 2017, 77(10): 663.
- [9] ALEKHIN S, BLÜMLEIN J, MOCH S, et al. Phys Rev D, 2017, 96(1): 014011.
- [10] ABRAMOWICZ H, ABT I, ADAMCZYK L, et al. Eur Phys J C, 2015, 75(12): 580.
- [11] ETHIER J J, SATO N, MELNITCHOUK W. Phys Rev Lett, 2017, 119(13): 132001.
- [12] BARRY P C, SATO N, MELNITCHOUK W, et al. Phys Rev Lett, 2018, 121(15): 152001.
- [13] TROYER M, WIESE U J. Phys Rev Lett, 2005, 94: 170201.
- [14] JI X. Phys Rev Lett, 2013, 110: 262002.
- [15] JI X. Sci China Phys Mech Astron, 2014, 57: 1407.
- [16] MA Y Q, QIU J W. Phys Rev D, 2018, 98(7): 074021.
- [17] MA Y Q, QIU J W. Phys Rev Lett, 2018, 120(2): 022003.
- [18] RADYUSHKIN A V. Phys Rev D, 2017, 96(3): 034025.

•	58	
---	----	--

原子核物理评论

- [19] ORGINOS K, RADYUSHKIN A, KARPIE J, et al. Phys Rev D, [47 2017, 96(9): 094503.
- [20] LIANG J, DRAPER T, LIU K F, et al. Phys Rev D, 2020, 101(11): 114503.
- [21] CHAMBERS A J, HORSLEY R, NAKAMURA Y, et al. Phys Rev Lett, 2017, 118(24): 242001.
- [22] SUFIAN R S, KARPIE J, EGERER C, et al. Phys Rev D, 2019, 99(7): 074507.
- [23] IZUBUCHI T, JIN L, KALLIDONIS C, et al. Phys Rev D, 2019, 100(3): 034516.
- [24] LIN H W, CHEN J W, FAN Z, et al. Phys Rev D, 2021, 103(1): 014516.
- [25] MUSCH B U, HAGLER P, ENGELHARDT M, et al. Phys Rev D, 2012, 85: 094510.
- [26] DETMOLD W, MELNITCHOUK W, NEGELE J W, et al. Phys Rev Lett, 2001, 87: 172001.
- [27] HAGLER P, SCHROERS W, BRATT J, et al. Phys Rev D, 2008, 77: 094502.
- [28] ALEXANDROU C, CONSTANTINOU M, DINTER S, et al. JHEP, 2015, 06: 068.
- [29] ALEXANDROU C, BACCHIO S, CONSTANTINOU M, et al. Phys Rev D, 2020, 101(9): 094513.
- [30] FEYNMAN R P. Int J Theor Phys, 1982, 21: 467.
- [31] JORDAN S P, LEE K S M, PRESKILL J. Science, 2012, 336: 1130.
- [32] LAMM H, LAWRENCE S, YAMAUCHI Y. Phys Rev Res, 2020, 2(1): 013272.
- [33] LI T, GUO X, LAI W K, et al. Phys Rev D, 2022, 105(11): L111502.
- [34] QIAN W, BASILI R, PAL S, et al. Phys Rev Res, 2022, 4(4): 043193.
- [35] GRIENINGER S, IKEDA K, ZAHED I. arXiv: 2404.05112, 2024.
- [36] PERUZZO A, MCCLEAN J, SHADBOLT P, et al. Nature Commun, 2014, 5(1): 4213.
- [37] KANDALA A, MEZZACAPO A, TEMME K, et al. Nature, 2017, 549(7671): 242.
- [38] WIERSEMA R, ZHOU C, DE SEREVILLE Y, et al. PRX Quantum, 2020, 1: 020319.
- [39] NAKANISHI K M, MITARAI K, FUJII K. Physical Review Research, 2019, 1(3): 033062.
- [40] PEDERNALES J S, DI CANDIA R, EGUSQUIZA I L, et al. Phys Rev Lett, 2014, 113: 020505.
- [41] NIELSEN M A, CHUANG I L. Quantum Computation and Quantum Information[M]. 10th ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2010.
- [42] ISHIKAWA T, JIN L, LIN H W, et al. Sci China Phys Mech Astron, 2019, 62(9): 991021.
- [43] KOGUT J B, SUSSKIND L. Phys Rev D, 1975, 11: 395.
- [44] KLCO N, STRYKER J R, SAVAGE M J. Phys Rev D, 2020, 101(7): 074512.
- [45] PAULSON D, DELLANTONIO L, HAASE J, et al. PRX Quantum, 2021, 2(3): 030334.
- [46] JI Y, LAMM H, ZHU S. Phys Rev D, 2020, 102(11): 114513.

- [47] HAASE J F, DELLANTONIO L, CELI A, et al. Quantum, 2021, 5: 393.
- [48] A RAHMAN S, LEWIS R, MENDICELLI E, et al. Phys Rev D, 2021, 104(3): 034501.
- [49] CIAVARELLA A, KLCO N, SAVAGE M J. Phys Rev D, 2021, 103(9): 094501.
- [50] BAUER C W, GRABOWSKA D M. Phys Rev D, 2023, 107(3): L031503.
- [51] HARTUNG T, JAKOBS T, JANSEN K, et al. Eur Phys J C, 2022, 82(3): 237.
- [52] BAUER C W, D'ANDREA I, FREYTSIS M, et al. arXiv: 2307.11829, 2023.
- [53] CIAVARELLA A N, BAUER C W. arXiv: 2402.10265, 2024.
- [54] ALEXANDRU A, BEDAQUE P F, BRETT R, et al. Phys Rev D, 2022, 105(11): 114508.
- [55] GUSTAFSON E J, LAMM H, LOVELACE F, et al. Phys Rev D, 2022, 106(11): 114501.
- [56] GUSTAFSON E J, LAMM H, LOVELACE F. Phys Rev D, 2024, 109(5): 054503.
- [57] IRMEJS R, BANULS M C, CIRAC J I. Phys Rev D, 2023, 108(7): 074503.
- [58] CHARLES C, GUSTAFSON E J, HARDT E, et al. Phys Rev E, 2024, 109(1): 015307.
- [59] CARENA M, LAMM H, LI Y Y, et al. arXiv: 2402.16780, 2024.
- [60] GRIBOV V N. Nucl Phys B, 1978, 139: 1.
- [61] BRAMBILLA N, PINEDA A, SOTO J, et al. Nucl Phys B, 2000, 566: 275.
- [62] ABDALLA E, ABDALLA M C B, ROTHE K D. Non-perturbative Methods in 2 Dimensional Quantum Field Theory[M]. Singapore : World Scientific, 1991.
- [63] LOWENSTEIN J H, SWIECA J A. Annals Phys, 1971, 68: 172.
- [64] BUYENS B, MONTANGERO S, HAEGEMAN J, et al. Phys Rev D, 2017, 95(9): 094509.
- [65] BYRNES T, SRIGANESH P, BURSILL R J, et al. Phys Rev D, 2002, 66: 013002.
- [66] XU B, XUE W. Phys Rev D, 2022, 106(11): 116007.
- [67] XIE X D, GUO X, XING H, et al. Phys Rev D, 2022, 106(5): 054509.
- [68] IKEDA K, KHARZEEV D E, MEYER R, et al. Phys Rev D, 2023, 108(9): L091501.
- [69] FLORIO A, FRENKLAKH D, IKEDA K, et al. Phys Rev Lett, 2023, 131(2): 021902.
- [70] FLORIO A, FRENKLAKH D, IKEDA K, et al. arXiv: 2404.00087, 2024.
- [71] ROTHE H J. Lattice Gauge Theories : An Introduction[M]. 4th ed. Singapore : World Scientific, 2012.
- [72] SUSSKIND L. Phys Rev D, 1977, 16: 3031.
- [73] BACKENS S, SHNIRMAN A, MAKHLIN Y. Scientific Reports, 2019, 9(1): 2598.
- [74] MELNIKOV K, WEINSTEIN M. Phys Rev D, 2000, 62: 094504.
- [75] BÄRTSCHI A, EIDENBENZ S. Lect Notes Comput Sci, 2019, 11651: 126.

Hadron Structure by Quantum Computing

ZOU Dairui^{1,2}, LI Tianyin^{1,2,†}, XING Hongxi^{1,2,†}

(1. Key Laboratory of Atomic and Subatomic Structure and Quantum Control (MOE), Guangdong Basic Research Center of Excellence for Structure and Fundamental Interactions of Matter, Institute of Quantum Matter,

South China Normal University, Guangzhou 510006, China;

2. Guangdong-Hong Kong Joint Laboratory of Quantum Matter, Guangdong Provincial Key Laboratory of Nuclear Science, Southern Nuclear Science Computing Center, South China Normal University, Guangzhou 510006, China)

Abstract: This paper reviews two methods for studying the hadron partonic structure by quantum computing: (1) Direct calculation of parton distribution functions (PDFs) through light-cone correlators; (2) Based on QCD factorization theorem, extract PDFs from hadronic tensors which are calculated on a quantum computer. Based on the methodology of the second method and the quantum algorithm developed in reference(LI T, GUO X, LAI W K, et al. Phys Rev D, 2022, 105(11): L111502), we proposed a quantum algorithm for calculating hadronic tensors. To verify the effectiveness of our quantum algorithm, we computed the hadronic tensor of the Schwinger model and found that the results from quantum computing match those from exact diagonalization obtained by classical simulation. Finally, we briefly discuss the quantum computing resources required for calculating PDFs using the second method mentioned above.

Key words: quantum computing; quantum chromodynamics; parton distribution functions

Received date: 05 Jan. 2024; Revised date: 05 Mar. 2024

Foundation item: Guangdong Major Project of Basic and Applied Basic Research(2022A1515010683, 2020B0301030008)

[†] Corresponding author: LI Tianyin, E-mail: tianyinli@m.scnu.edu.cn; XING Hongxi, E-mail: hxing@m.scnu.edu.cn