# 罗茨真空泵新型偏心渐开线型不对称 转子的构建与性能研究

张轩宇 刘俊材 王君<sup>\*</sup> 杨舒然(中国石油大学(华东)新能源学院 青岛 266580)

# Construction and Performance Study of a Novel Eccentric Involute Asymmetric Rotor of Roots Vacuum Pumps

ZHANG Xuanyu, LIU Juncai, WANG Jun<sup>\*</sup>, YANG Shuran (College of New Energy in China University of Petroleum (East China), Qingdao 266580, China)

**Abstract** As important part of Roots vacuum pump, Roots rotors have great influence on the performance of Roots vacuum pumps. In order to solve the problem that the traditional involute rotor has an unsmooth connection point between the involute and the arc, which leads to increased leakage and decreased operation efficiency, an eccentric involute asymmetric rotor is proposed in this paper by using eccentric involute to smoothly connect the tooth top and tooth root arc. The geometric model of the eccentric involute asymmetric rotor is established, and the effect of profile parameters on area utilization ratio is analyzed. Results show that with the increase of central angle and the decrease of pitch radius, the rotor area utilization ratio increases; compared with the traditional involute flow pulsation is reduced by 9.8%, and the outlet pressure pulsation is reduced by 7.9%. The research content is of great significance to the development of Roots vacuum pumps.

Keywords Roots rotor, Eccentric involute, Area utilization coefficient, Pressure pulsation, Flow pulsation

**摘要** 罗茨转子作为罗茨真空泵的重要组成部件,对罗茨真空泵性能影响极大。为了解决传统渐开线型转子在渐开线 与圆弧连接处存在不光滑连接点,导致泄漏加剧,运行效率下降的问题,文章采用偏心渐开线与齿顶、齿根圆弧平滑相连,提 出了一种偏心渐开线型不对称转子。建立了偏心渐开线型不对称转子的几何模型,分析了转子的几何参数对面积利用率等 性能的影响。结果表明:随着圆心角增大及节圆半径减小,所提出的偏心渐开线型不对称转子的面积利用率提高;与传统渐 开线型转子相比,所提出的偏心渐开线型不对称转子每转排量提升了 17.2%,出口流量脉动降低 9.8%,出口压力脉动降低 7.9%。研究内容对罗茨真空泵的发展具有重要的意义。

**关键词** 罗茨转子 偏心渐开线 面积利用系数 压力脉动 流量脉动 中图分类号: TH36 文献标识码: A doi: 10.13922/j.cnki.cjvst.202309001

罗茨真空泵由一对相互啮合的罗茨转子、泵腔、 吸气口和排气口组成。罗茨真空泵工作时,两个转 子由齿轮驱动,在相反方向上进行同步旋转运动。

罗茨真空泵结构简单、可靠性高、抽速大、效 率高,在冶金、化工,以及航空航天、食品工业等领 域的各环节中应用广泛。 罗茨转子是罗茨真空泵的关键部件,转子型线 设计是提高泵性能的关键因素。徐文兵等<sup>[1]</sup>提出了 一种包含偏心圆弧的转子型线,有面积利用率高、 啮合严密的优点。刘林林等<sup>[2]</sup>提出了一种转子型线, 由渐开线、摆线、圆弧组成,提高了转子运行的稳定 性。Hsieh C F 和 Hwang Y W<sup>[3-5]</sup>将变摆线比的摆线

收稿日期:2023-09-04

基金项目:国家自然科学基金项目(52176029);青岛市科技惠民示范专项项目(23-2-8-cspz-6-nsh)

<sup>\*</sup>联系人: Tel: 13589269049; E-mail: wangjun@upc.edu.cn

应用于罗茨转子的设计中,并介绍了其无根切型线 构建方法,相较传统摆线具有设计多样性,研究表 明所提出的变摆线型转子有较高的面积利用系数 和密封性。秦丽秋等<sup>[6]</sup>使用圆弧及其共轭曲线设计 了两种罗茨泵圆弧转子型线。王君等<sup>[7]</sup>提出一种相 较圆弧转子有更大面积利用系数的椭圆弧型转子, 研究了消除该型线的根切现象和余隙容积的方法。 刘厚根等<sup>[8]</sup>将齿条法应用于罗茨机械的型线设计之 中,采用 Auto CAD 模拟加工以得到转子型线。刘厚 根等<sup>[9]</sup>通过改进传统渐开线转子齿顶圆弧,使渐开 线长度增加,理论效率有所提高,改善了啮合重合度。

在工作过程中,转子型线的不光滑连接点易于 磨损,导致转子的力学性能降低,严重限制了罗茨 转子的工作性能和可靠性。李海洋等<sup>[10]</sup>优化了传 统渐开线型罗茨泵的转子型线,避免了叶片间的干 涉,提高了转子的径距比和面积利用率。沈浩等<sup>[11]</sup> 采用高次曲线,消除了转子型线的不光滑点,改进 后的罗茨真空泵出口处的脉动现象得到了改善。 朱超颖等<sup>[12]</sup>基于传统渐开线型转子,提出了一种由 渐开线和多段圆弧组成的新型罗茨转子,新型线光 滑性较好,面积利用系数较高。

为研究罗茨转子的工作特性,得到不同型线样 式对罗茨转子工作性能的影响规律,刘坤等<sup>[13]</sup>对圆 弧型转子的面积利用率与形状参数等的关系进行 了研究; Hsieh C F<sup>[14]</sup>提出了一种椭圆轮盘转子, 研 究了不同椭圆轴比对效率、瞬时质量流量、流速、 压力脉动的影响。李玉龙等[15]通过改变节圆半径 等参数对渐开线转子型线进行了优化。肖芝<sup>[16]</sup>等 利用 Fluent 软件对改进后的扭叶转子罗茨风机的内 部气流流动进行了研究。戴映红[17]设计了用于气 冷式罗茨真空泵的罗茨转子,并对其进行了数值模 拟。张宇[18]采用了结构化动网格,对空冷罗茨泵进 行了数值模拟,研究了不同位置的速度及压力分布, 分析了其脉动特性。岳向吉等<sup>[19]</sup>通过数值模拟研 究了罗茨真空内部流场,分析了罗茨真空泵内旋涡 的尺寸、方位与强度。陈长琦等<sup>[20]</sup>建立了罗茨泵间 隙泄漏模型,对不同间隙下的部分工作参数进行了 理论计算。

渐开线-圆弧型罗茨转子在渐开线与圆弧连接 处存在不光滑连接点,长期运行转子易发生磨损, 转子的力学性能变差。此外,不光滑连接点的磨损, 导致转子间气体泄漏严重,真空泵的性能降低。针 对以上问题,本文采用偏心渐开线与齿顶、齿根两 段圆弧平滑相连。采用数值模拟对转子几何参数 与面积利用率之间的关系进行了研究。对比了罗 茨真空泵新型不对称转子与传统带尖点的罗茨转 子的内部流动特性。研究内容丰富了罗茨转子型线, 对提高罗茨真空泵的性能具有重要意义和价值。

#### 1 啮合模型

#### 1.1 转子坐标系及渐开线型转子型线

转子动静坐标系如图 1 所示。左转子型线方 程由 x<sub>1</sub>O<sub>1</sub>y<sub>1</sub> 变换至 x<sub>2</sub>O<sub>2</sub>y<sub>2</sub> 的方程为:

$$\boldsymbol{r}_{2} = \begin{bmatrix} \cos 2\varphi & \sin 2\varphi & -2R_{2}\cos\varphi \\ -\sin\varphi & \cos 2\varphi & 2R_{2}\sin\varphi \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \boldsymbol{r}_{1}$$
(1)

式中:  $r_1$  为左转子型线在  $x_1O_1y_1$  中确定的方程,  $r_2$  为 左转子型线在  $x_2O_2y_2$  中确定的方程。



Fig. 1 Coordinate systems for rotor

传统带尖点的渐开线型罗茨转子截面型线如 图 2 所示,为消除尖点构建新型渐开线不对称转子 模型。



# Fig. 2 Involute type Roots rotor with sharp points

# 1.2 新型线的构建

左转子曲线组成如图 3 所示,转子呈中心对称



结构。转子由销齿圆弧 AB、CD, 偏心渐开线 BC 组成。圆弧与偏心渐开线连接处可平滑过渡。

各段曲线的方程如下所示。

圆弧 AB 的方程为:

$$\boldsymbol{r}_{1}^{AB} = \begin{bmatrix} x_{1}^{AB} \\ y_{1}^{AB} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (R_{1} - R_{2})\cos t \\ (R_{1} - R_{2})\sin t + R_{2} \\ 1 \end{bmatrix}$$
(2)

圆弧 CD 的方程为:

$$\boldsymbol{r}_{1}^{CD} = \begin{bmatrix} x_{1}^{CD} \\ y_{1}^{CD} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (R_{1} - R_{2})\cos t + R_{2} \\ (R_{1} - R_{2})\sin t \\ 1 \end{bmatrix}$$
(3)

对于偏心渐开线 BC 的方程可分为以下三种情况:

延长圆弧 *AB* 的半径 *BM* 和圆弧 *CD* 的半径 *NC* 交与点 *P*,得到线段 *BP*、*CP*。

当 BP<CP 时, 渐开线 BC 基圆圆心 O<sub>b</sub> 在点 P 之下, 此时偏心渐开线沿逆时针方向展开, 如图 3 所 示, 其方程为:

$$\boldsymbol{r}_{1}^{BC} = \begin{bmatrix} x_{1}^{BC} \\ y_{1}^{BC} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{b}(t\sin(t+\alpha) + \cos(t+\alpha)) + x_{Ob} \\ -R_{b}(t\cos(t+\alpha) - \sin(t+\alpha)) + y_{Ob} \\ 1 \end{bmatrix} (4)$$

当 BP=CP 时, 渐开线 BC 变作以点 P 为圆心的圆弧, 如图 4 所示, 其方程为:

$$\boldsymbol{r}_{1}^{BC} = \begin{bmatrix} x_{1}^{BC} \\ y_{1}^{BC} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{p} + R_{BC} \cos t \\ y_{p} + R_{BC} \cos t \\ 1 \end{bmatrix}$$
(5)

当 BP>CP 时, 基圆圆心 O<sub>b</sub> 在点 P之上, 此时

偏心渐开线沿顺时针方向展开,如图 5 所示,其方 程为:

$$\boldsymbol{r}_{1}^{BC} = \begin{bmatrix} x_{1}^{BC} \\ y_{1}^{BC} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_{b}(t\sin(-t+\alpha) - \cos(-t+\alpha)) + x_{Ob} \\ R_{b}(t\cos(-t+\alpha) + \sin(-t+\alpha)) + y_{Ob} \\ 1 \end{bmatrix}$$
(6)



图4 偏心圆光滑连接两圆弧 Fig. 4 Left rotor profile connected by arc



图5 渐开线沿顺时针方向展开 Fig. 5 The involute unfolds clockwise

# 1.3 求解偏心渐开线的共轭曲线

右转子由圆弧和偏心渐开线的共轭曲线组成, 右转子齿顶圆弧与左转子齿底圆弧相同,右转子齿 底圆弧与左转子齿顶圆弧相同,故求出偏心渐开线 的共轭曲线方程即可得到右转子型线。

由啮合原理可知, 互为共轭曲线的两曲线一定 满足如下啮合方程:

$$N_1 \cdot V_1^{(12)} = 0 \tag{7}$$

. .

式中, 
$$N_1$$
 为过两曲线啮合点的公法矢量:  
 $N_1 = \frac{\partial r_1^{BC}}{\partial t} \times \mathbf{k} = \left(\frac{\mathrm{d} x_1^{BC}}{\mathrm{d} t}\mathbf{i} + \frac{\mathrm{d} y_1^{BC}}{\mathrm{d} t}\mathbf{j}\right) \times \mathbf{k} = -\frac{\mathrm{d} y_1^{BC}}{\mathrm{d} t}\mathbf{i} + \frac{\mathrm{d} x_1^{BC}}{\mathrm{d} t}\mathbf{j}$ 
(8)

V1<sup>(12)</sup>为啮合点处的相对速度矢量:

$$\boldsymbol{V}_{1}^{(12)} = (\boldsymbol{\omega}^{(1)} - \boldsymbol{\omega}^{(2)}) \times \boldsymbol{r}_{1}^{\mathrm{BC}} - 2\boldsymbol{R}_{2} \times \boldsymbol{\omega}^{(1)} \qquad (9)$$

式中:

$$\boldsymbol{R}_2 = \boldsymbol{R}_2 \cos \varphi \boldsymbol{i} + \boldsymbol{R}_2 \sin \varphi \boldsymbol{j} \qquad (10)$$

$$\boldsymbol{\omega}^{(1)} = -\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} \tag{11}$$

$$\boldsymbol{\omega}^{(2)} = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} \tag{12}$$

为了便于计算,取 dφ/dt 值为 1。由此,可化简 式 (9) 得到:

$$V_1^{(12)} = (-2R_2 \sin\varphi + 2y_1^{BC})\mathbf{i} + (-2x_1^{BC} + 2R_2 \cos\varphi)\mathbf{j} \quad (13)$$

将式(8)和式(13)代入式(7)可得:

$$-\frac{dy_1^{BC}}{dt}(2y_1^{BC} - 2R_2\sin\varphi) +$$

$$\frac{dx_1^{BC}}{dt}(-2x_1^{BC} + 2R_2\cos\varphi) = 0$$
(14)

将式 (4)-(6) 分别代入式 (14), 并进一步化简 得到曲线 BC 及其共轭曲线的啮合条件。

当 BP<CP 时:

$$\varphi = t + \alpha - \arccos\left(\frac{(\cos(t+\alpha)x_{Ob} + \sin(t+\alpha)y_{Ob} + R_b)}{R_2}\right)$$
(15)

当 BP=CP 时:

$$\varphi = t + \arcsin\left(\frac{y_p \cos t - x_p \sin t}{R_2}\right)$$
 (16)

当 BP>CP 时:

$$\varphi = -t + \alpha - \arccos \frac{x_{Ob} \cos(-t + \alpha) + y_{Ob} \sin(-t + \alpha) + R_b}{R_2}$$
(17)

将式(4)-(6)分别代入式(1)可以得到三种情 形下的共轭曲线方程:

$$\boldsymbol{r}_{2}^{bc} = \begin{bmatrix} x_{2}^{bc} \\ y_{2}^{bc} \\ 1 \end{bmatrix}$$
(18)

当 BP<CP 时:

$$\begin{cases} x_2^{bc} = R_b t \sin(-2\varphi + t + \alpha) + R_b \cos(-2\varphi + t + \alpha) + \\ x_{Ob} \cos(2\varphi) + y_{Ob} \sin(2\varphi) - 2R_2 \cos\varphi \\ y_2^{bc} = -R_b t \cos(-2\varphi + t + \alpha) + R_b \sin(-2\varphi + t + \alpha) - \\ x_{Ob} \sin(2\varphi) + y_{Ob} \cos(2\varphi) + 2R_2 \sin\varphi \end{cases}$$
(19)

如图 6 所示,为 BP<CP 时的 1/4 右转子型线。 当 BP=CP 时·

$$r_{2}^{bc} = \begin{bmatrix} x_{2}^{bc} \\ y_{2}^{bc} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{BC} \cos(-2\varphi + t) + x_{p} \cos(2\varphi) + y_{p} \sin(2\varphi) - 2R_{2} \cos\varphi \\ R_{BC} \sin(-2\varphi + t) - x_{p} \sin(2\varphi) + y_{p} \cos(2\varphi) + 2R_{2} \sin\varphi \\ 1 \end{bmatrix}$$
(20)
  
如 图 7 所示, 为 BP=CP 时 1/4 右转子型线。  
当 BP>CP 时:  

$$\begin{cases} x_{2}^{bc} = -R_{b}t \sin(-2\varphi - t + \alpha) + R_{b} \cos(-2\varphi - t + \alpha) + \\ x_{Ob} \cos(2\varphi) + y_{Ob} \sin(2\varphi) - 2R_{2} \cos\varphi \\ y_{2}^{bc} = R_{b}t \cos(-2\varphi - t + \alpha) + R_{b} \sin(-2\varphi - t + \alpha) - \\ x_{Ob} \sin(2\varphi) + y_{Ob} \cos(2\varphi) + 2R_{2} \sin\varphi \end{cases}$$
(21)

如图 8 所示,为 BP>CP 时 1/4 右转子型线。



Fig. 6 One quarter of the right rotor profile: *BP*<*CP* 



Fig. 7 One quarter of the right rotor profile: *BP=CP* 



图8 右转子四分之一型线: *BP>CP* Fig. 8 One quarter of the right rotor profile: *BP>CP* 

# 2 转子几何参数

# 2.1 渐开线基圆半径的确定

根据渐开线的基本性质,无论 BP 与 CP 的长度 关系如何, 仅当 BP、CP 和 BC 的基圆相切时, 偏心 渐开线可以与圆弧 AB、CD 平滑连接, 且有以下几 何关系:

$$R_b \cdot \angle BPC = (BP + R_b) - (CP - R_b)$$
 (22)  
根据图 4 中的几何关系可知,  $BP \perp CP$ 。因此,  
基圆半径为:

$$R_{\rm b} = \frac{2(CP - BP)}{4 - \pi} \tag{23}$$

因存在图 5 中 BP>CP 的情况,基圆半径为:

$$R_{\rm b} = \left| \frac{2(CP - BP)}{4 - \pi} \right| \tag{24}$$

根据图 3 中的几何关系可知, 点 *B*、点 *C* 的坐标分别为:

$$\begin{cases} x_B = (R_1 - R_2)\sin\theta \\ y_B = (R_1 - R_2)\cos\theta + R_2 \end{cases}$$
(25)

$$\begin{cases} x_C = R_2 - (R_1 - R_2)\cos\theta \\ y_C = R_2\sin\theta \end{cases}$$
(26)

直线 BP 的方程可表示为:

$$y = \cot\theta \cdot x + R_2 \tag{27}$$

直线 CP 的方程可表示为:

$$y = -\tan\theta \cdot x + R_2 \tan\theta \qquad (28)$$

$$\begin{cases} x_P = \frac{R_2(\tan\theta - 1)}{\cot\theta + \tan\theta} \\ y_P = \frac{R_2(\tan\theta + 1)}{\cot\theta + \tan\theta} \end{cases} (29)$$

线段 BP、CP 的长度分别为:

$$\begin{cases} BP = \sqrt{(x_B^2 - x_P^2) + (y_B^2 - y_P^2)} \\ CP = \sqrt{(x_C^2 - x_P^2) + (y_C^2 - y_P^2)} \end{cases}$$
(30)

# 2.2 偏心渐开线基圆的圆心坐标

由于 BC 的基圆和 BP、CP 都是相切的,所以可 将 BP、CP 平移来求出基圆圆心的坐标。

当 *BP*<*CP* 时, 基圆的圆心在 *P* 点之下。把直 线 *BP* 往下平移 *R*<sub>\*</sub>/sinθ 可得:

$$y = \cot\theta \cdot x + R_2 - \frac{R_b}{\sin\theta}$$
(31)

把直线 CP 往下平移 R<sub>b</sub>/cosθ 可得:

$$y = -\tan\theta \cdot x + R_2 \tan\theta - \frac{R_b}{\cos\theta} \qquad (32)$$

联立式(31)、(32)可得基圆圆心点O。的坐标为:

$$\begin{cases} x_{Ob} = -R_2 \cos \theta (\cos \theta + \sin \theta) + R_b (\cos \theta - \sin \theta) + R_2 \\ y_{Ob} = -R_2 \cos \theta (\cos \theta - \sin \theta) - R_b (\sin \theta + \cos \theta) + R_2 \\ (33) \end{cases}$$

当 BP=CP 时, 点 P 即为圆弧 BC 的圆心, 其坐 标如式 (29) 所示。

当 *BP>CP* 时, 基圆的圆心在 *P* 点之方。把直 线 *BP* 往上平移 *R*<sub>b</sub>/sinθ 可得:

$$y = \cot\theta \cdot x + R_2 + \frac{R_b}{\sin\theta}$$
 (34)

把直线 CP 往上平移 R<sub>b</sub>/cosθ 可得:

$$y = -\tan\theta \cdot x + R_2 \tan\theta + \frac{R_b}{\cos\theta} \qquad (35)$$

联立式(34)、(35)可得基圆圆心点O。的坐标为:

$$\begin{cases} x_{Ob} = -R_2 \cos\theta(\sin\theta + \cos\theta) + R_b(\sin\theta - \cos\theta) + R_2\\ y_{Ob} = R_2 \cos\theta(\sin\theta - \cos\theta) + R_b(\cos\theta + \sin\theta) + R_2\\ (36) \end{cases}$$

#### 2.3 角度参数取值范围及发生角

把发生角为0的渐开线围绕基圆的圆心 O<sub>b</sub>转 动可求出偏心渐开线的发生角。

当 *BP*<*CP* 时,如图 9(a) 所示,在 *Rt*Δ*CJO*<sub>b</sub>中, 根据勾股定理可知:

$$JC^2 + JO_{\rm h}^2 = CO_{\rm h}^2$$
 (37)

根据渐开线的基本性质,代入各点的坐标后 可得:

$$JC^{2} = R_{b}^{2} + (x_{Ob} - x_{C})^{2} + (y_{Ob} - y_{C})^{2}$$
(38)

$$JC = R_{\rm b} \cdot t_1 \tag{39}$$

联立式 (38)、(39) 可得:

第 1 期

$$t_{1} = \frac{\sqrt{R_{b}^{2} + (x_{Ob} - x_{C})^{2} + (y_{Ob} - y_{C})^{2}}}{R_{b}}$$
(40)

则角度参数 t 可取区间为:  $t \in [t_1, t_1 + \pi/2]$ 。 因此, C 点在渐开线旋转之前的相应点 C' 坐标:

$$\begin{cases} x_{C'} = R_{b}(\cos t_{1} + t_{1}\sin t_{1}) + x_{Ob} \\ y_{C'} = R_{b}(\sin t_{1} + t_{1}\cos t_{1}) + y_{Ob} \end{cases}$$
(41)

则可得偏心渐开线的发生角 α:

$$\alpha = \arctan \frac{y_{C} - y_{Ob}}{x_{C} - x_{Ob}} - \arctan \frac{y_{C'} - y_{Ob}}{x_{C'} - x_{Ob}}$$
(42)

同理,当 BP>CP 时,如图 9(b) 所示,可得:

$$t_{1} = \frac{\sqrt{R_{\rm b}^{2} + (x_{Ob} - x_{B})^{2} + (y_{Ob} - y_{B})^{2}}}{R_{\rm b}}$$
(43)

则角度参数 t 可取区间为:  $t \in [t_1, t_1 + \pi/2]$ 。 B 点在渐开线旋转之前的相应点 B' 坐标:

$$\begin{cases} x_{B'} = R_{\rm b}(\cos t_1 + t_1 \sin t_1) + x_{Ob} \\ y_{B'} = -R_{\rm b}(\sin t_1 + t_1 \cos t_1) + y_{Ob} \end{cases}$$
(44)

则可得偏心渐开线的发生角α:

$$\alpha = \arctan \frac{y_B - y_{Ob}}{x_B - y_{Ob}} - \arctan \frac{y_{B'} - y_{Ob}}{x_{B'} - y_{Ob}}$$
(45)



图9 渐开线的发生角。(a) *BP*<*CP*, (b) *BP*>*CP* Fig. 9 The involute initial angle. (a) *BP*<*CP*, (b) *BP*>*CP* 

#### 2.4 面积利用系数

面积利用系数是指罗茨真空泵每转的排气面 积与容腔面积的比值。面积利用系数越高,真空泵 的理论吸气量越大。面积利用系数 η 的表达式如下:

$$\eta = \frac{2\pi R_1^2 - A_r - A_1}{2\pi R_1^2} \tag{46}$$

其中, $A_1$ 表示左转子的截面积, mm<sup>2</sup>。 $A_r$ 表示右转子的截面积, mm<sup>2</sup>。

为将圆弧圆心角度 $\theta$ 取不同大小时的转子面积 利用率进行比较,设定 $R_1$ 为60 mm 和 $R_2$ 为42.5 mm 作为参考。圆心角 $\theta$ 取不同数值时的转子截面构建 结果如图 10 所示。转子的运行轨迹如图 11 所示, 两转子可以实现正确啮合。面积利用系数如图 12 所示,从图中可以看出:当转子外圆半径 $R_1$ 为一固 定值时,加大圆心角 2 $\theta$ 、减小节圆半径 $R_2$ ,可以使 转子面积利用率 $\eta$ 得到提高。



图10 不同半圆心角 θ下的转子





- 3 数值模拟
- **3.1 网格划分与边界条件设置** 为便于对比分析带尖点的渐开线型和新型不

对称渐开线型罗茨真空泵的工作性能,两种转子采 用相同的模型参数并设置相同的边界条件。转子 的长度 l 为 170 mm,转子的外圆半径  $R_1$  为 60 mm, 节圆半径  $R_2$  为 42.5 mm,圆心角  $\theta$  为 25°,转子顶部 轮廓与气缸内壁之间的距离  $\beta_1$  为 0.15 mm,两转子 边缘间的距离  $\beta_2$  为 0.3 mm。工作介质选择理想空 气,进口压力为 2×10<sup>4</sup> Pa,出口压力为 3×10<sup>4</sup> Pa,设 定进口温度为 295 K,采用标准 *k-e* 模型,转速为 3000 r/min,设定计算的一个周期为 0.06 s。



图12 圆心角 θ 与面积利用系数的关系





图13 三维网格。(a)不对称渐开线型转子,(b)带尖点的渐 开线型转子

Fig. 13 Three dimensional grid. (a) Asymmetric involute rotor, (b) involute rotor with sharp points

采用四种网格数量对偏心渐开线型罗茨泵开 展数值模拟,其中流体域为结构化网格,进出口为 非结构化网格,如表1和图13所示:

由表1中计算结果可知,C组求得质量流量与 D组相比低1.12%,B组求得质量流量与C组相比低3.95%。可知网格数量高于270385时,网格数量 对数值模拟影响较小,为提高计算效率,采用网格 数量270385的计算结果进行后续数值分析。

表 1	验证网格无关性
-----	---------

Tab. 1 The grid independence verification

组别	网格数量	平均质量流量(kg/s)
А	153827	0.0156
В	205265	0.0170
С	270385	0.0177
D	315573	0.0179

#### 3.2 流动特性分析

转子区域的面积利用率可以通过出口的平均 质量流量来体现。从如图 14 所示的两类罗茨转子 真空泵转子的平均质量流量与时间关系曲线中可 以看出,在旋转的第二周 (0.02 s),两种转子的出口 流量脉动均逐渐变得稳定,至第三周时 (0.04 s) 便已 经稳定,带尖点的渐开线型罗茨转子真空泵和不对 称渐开线型罗茨转子真空泵每转平均质量流量分 别为: 0.0151 kg/s、0.0177 kg/s,不对称渐开线型罗茨转 转子真空泵每转排量比带尖点的渐开线型罗茨转 子真空泵高出约 17.2%。



图14 两种转子的每转平均质量流量

Fig. 14 The average mass flow at outlet of the two kinds of rotors

如图 15 所示,为两种转子在第三转时出口处 流量脉动图。从图中可以看出,转子每转动一圈, 脉动周期的个数为4。

现定义流量脉动系数 F,其计算公式为:

$$F = \frac{F_{\text{max}} - F_{\text{min}}}{F_{\text{ave}}} \tag{47}$$

式中:  $F_{max}$  为质量流量的瞬时最大值, kg/s;  $F_{min}$  为质量流量的瞬时最小值, kg/s;  $F_{ave}$  为质量流量的平均 值(每转), kg/s。

带尖点的渐开线型罗茨转子真空泵和不对称 渐开线型罗茨转子真空泵出口处的流量脉动系数 分别为:4.2089、3.7980,与带尖点的渐开线型罗茨转子真空泵相比,不对称渐开线型罗茨转子真空泵 在出口处的流量脉动降低约9.8%。

如图 16 所示,为两种转子在第三转时出口处 压力脉动图。从图中可以看出,转子每转动一圈, 脉动周期的个数为4。











Fig. 16 Pressure pulsation at the outlet of two kinds of rotors

定义压力脉动系数 
$$p$$
,其计算公式为:  

$$p = \frac{p_{\text{max}} - p_{\text{min}}}{p_{\text{ave}}}$$
(48)

式中:  $p_{max}$ 为出口压力最大值,  $Pa; p_{min}$ 为出口压力最 小值,  $Pa; p_{axe}$ 为出口压力均值,  $Pa_{o}$ 

带尖点的渐开线型罗茨转子真空泵和不对称 渐开线型罗茨转子真空泵出口流量脉动系数分别 为:0.0777、0.0716,与带尖点的渐开线型罗茨转子 真空泵相比,不对称渐开线型罗茨转子真空泵在出 口处的压力脉动降低约7.9%。

#### 4 结论

(1)为优化罗茨转子型线,提高转子面积利用

率,进而提高转子的工作性能,将偏心渐开线与齿顶、齿根圆弧相连实现平滑过渡,减少了转子的不 光滑连接点,改善了转子的力学性能。此外转子的 型线种类的减少,简化了转子的加工过程,降低了 加工成本。运用啮合原理求解了渐开线平移、旋转 变换后的共轭曲线,构建了不对称渐开线型转子的 数学模型,推导了转子截面型线方程。

(2)得到 BP<CP 及 BP>CP 时渐开线角度参数 的取值范围及偏心渐开线的发生角。研究了圆弧 的圆心角 θ 与转子面积利用系数之间的关系,发现 当外圆半径 R<sub>1</sub>为一固定值时,通过加大圆心角 2θ 及减小节圆半径 R<sub>2</sub>,可以使转子面积利用率得到 提高。

(3)通过数值模拟对比了所提出的不对称渐开 线型罗茨转子真空泵和传统渐开线型罗茨空泵的 内部流场,发现相较于传统罗茨真空泵:每转排量 提升 17.2%,出口流量脉动降低 9.8%,出口压力脉 动降低 7.9%。

#### 参考文献

- [1] Xu W B, Yu Z H, Hu H L. On the profile of eccentric-arc rotor of Roots pumps[J]. Vacuum, 2006, 43(1): 6-8 (徐 文兵, 于振华, 胡焕林. 偏心圆弧罗茨转子型线的研究 [J]. 真空, 2006, 43(1): 6-8(in Chinese))
- [2] Liu L L, Chu J P, Hu J Z. Study on profile of roots vacuum pump rotor[J]. Journal of Machine Design, 2007(03):
  64-67(刘林林, 初嘉鹏, 胡建中. 罗茨真空泵转子型线的研究 [J]. 机械设计, 2007(03): 64-67(in Chinese))
- [3] Hsieh C F, Hwang Y W. Tooth profile of a Roots rotor with a variable trochoid ratio[J]. Mathematical and Computer Modelling, 2008, 48(1-2): 19–33
- [4] Hwang Y W, Hsieh C F. Study on high volumetric efficiency of the roots rotor profile with variable trochoid ratio[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2006, 220(9): 1375-1384
- [5] Hsieh C F, Hwang Y W. Study on the high-sealing of Roots rotor with variable trochoid ratio[J]. Journal of Mechanical Design, 2007, 129(12): 1278–1284
- [6] Qin L Q, Liu Y D, Study on the profile of circular arc rotor of roots pump[J]. Vacuum, 1990(01): 32-39 (秦丽秋, 刘玉岱. 罗茨泵圆弧转子型线研究 [J]. 真空, 1990(01): 32-39(in Chinese))
- [7] Wang J, Liu R, Yang S, et al. Geometric study and simulation of an elliptical rotor profile for roots vacuum

pumps[J]. Vacuum, 2018, 153: 168-175

- [8] Liu H G, Li H, Zhou P. Rotor profile design of roots supercharger based upon rack generation method[J]. Machine Design and Research, 2018, 34(03): 86-88+93 (刘厚根,李皓,周鹏. 基于齿条法的罗茨机械增压器转子型线设计 [J]. 机械设计与研究, 2018, 34(03): 86-88+93(in Chinese))
- [9] Liu H G, Zhu X D, Zhao H J. The improvement analysis of involute profile type rotor in roots blower[J]. Chinese Journal of Turbomachinery, 2009(5): 19-21 (朱晓东, 赵 厚继. 罗茨鼓风机渐开线型转子的改进分析 [J]. 风机技 术, 2009(5): 19-21(in Chinese))
- [10] Li H Y, Zhao Y G, Hu L, et al. The improvement study on involute profile type rotor profile in roots vacuum pump[J]. Machine Tool & Hydraulics, 2011, 39(22): 37–39 (李海洋, 赵玉刚, 胡柳, 等. 渐开线型罗茨真空泵 转子型线的改进研究 [J]. 机床与液压, 2011, 39(22): 37-39(in Chinese))
- [11] Shen H, Jia K, Li Y B, et al. Optimization design of cam pump rotor profile and simulation of pump performance[J]. Journal of Lanzhou University of Technology, 2014, 40(3): 44-48 (沈浩, 贾琨, 黎义斌, 等. 凸 轮泵转子型线优化设计及模拟计算 [J]. 兰州理工大学 学报, 2014, 40(3): 44-48 (in Chinese))
- [12] Zhu C Y, LIN J D, Su Z D. A novel type of roots rotor profile[J]. Chinese Journal of Vacuum Science and Technology, 2015(12): 1449–1452 (朱超颖, 林景殿, 苏中地. 一种新罗茨转子型线的构成方法 [J]. 真空科学与技术 学报, 2015(12): 1449–1452(in Chinese))
- [13] Liu K, Ba C D, Zhang Z H, et al. Application of enveloping curve of circular arcs in design of roots rotor profile[J]. Vacuum, 2007(01): 14–17 (刘坤, 巴德纯, 张振厚, 等. 圆弧包络线在罗茨转子型线设计中的应用[J]. 真空, 2007(01): 14–17(in Chinese))
- [14] Hsieh C F. A new curve for application to the rotor pro-

file of rotary lobe pumps[J]. Mechanism and Machine Theory, 2015, 87: 70–81

- [15] Li Y L, Ran G Z, Zhang C H. Parameterization and optimization researchon involute profile of rotor[J]. Journal of Chengdu University(Natural Science Edition), 2017, 36(04): 398-401 (李玉龙, 冉光泽, 张宸赫. 渐开线转子型线的参数化与最优化研究 [J]. 成都大学学报(自然科学版), 2017, 36(04): 398-401(in Chinese))
- [16] Xiao Z, Zhang X P, Zhai X J, et al. The modification design of rotor profiles and numerical simulation analysis of interior field for twisted roots blower[J]. Manufacturing Automation, 2012, 34(21): 47-51 (肖芝,张小萍, 翟旭 军,等. 扭叶罗茨鼓风机转子型线改进设计与内流数值 模拟分析 [J]. 制造业自动化, 2012, 34(21): 47-51(in Chinese))
- [17] Dai Y H. Profile design and numerical analysis on aircooled roots vacuum pump[D]. Zhejiang University of Technology, 2010 (戴映红. 气冷式罗茨真空泵的转子 型线设计及流场分析 [D]. 浙江工业大学, 2010(in Chinese))
- [18] Zhang Y. Flow Field investigation on roots pump[D].
   Northeastern University, 2010 (张宇. 罗茨真空泵内部流场的研究 [D]. 东北大学, 2010(in Chinese))
- [19] Yue X J, Ba D C, Liu K, et al. Transient numerical simulation of gas flow in suction stage of dry roots-type vacuum pump[J]. Chinese Journal of Vacuum Science and Technology, 2012, 32(09): 850-855 (岳向吉,巴德纯, 刘坤,等.干式罗茨真空泵吸气级内流动的瞬态模拟[J]. 真空科学与技术学报, 2012, 32(09): 850-855(in Chinese))
- [20] Chen C Q, Wang X D. Research and modeling of the leakage through the radial clearance of the roots vacuum pump[J]. Fluid Machinery, 2002(11): 29–31 (陈长琦, 王 旭迪. 罗茨泵径向间隙泄漏量的研究与建模 [J]. 流体机 械, 2002(11): 29–31(in Chinese))